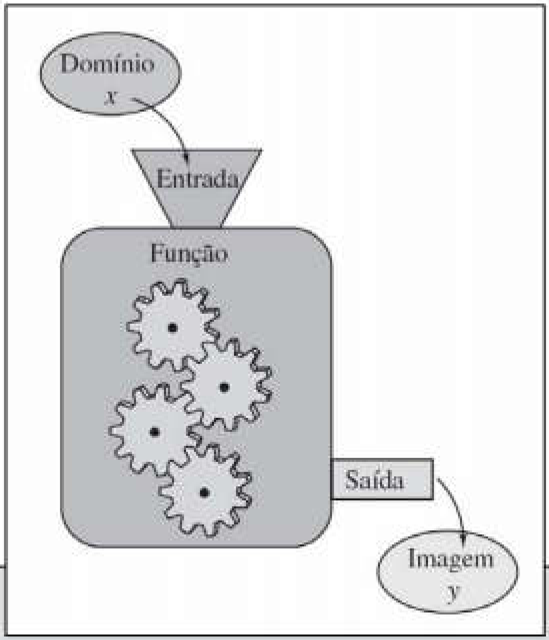
Funções

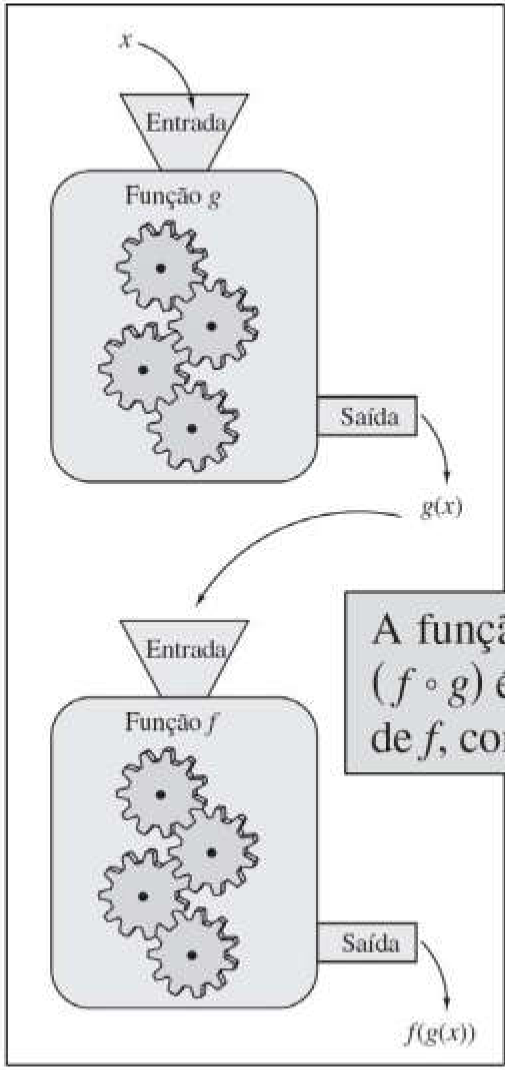


Definição de função

Uma **função** é uma relação entre duas variáveis, tal que cada valor da variável independente corresponda a exatamente um valor da variável dependente.

O **domínio** da função é o conjunto de todos os valores da variável independente para as quais a função é definida. A **imagem** da função é o conjunto de todos os valores assumidos pela variável dependente.

Funções



A função dada por $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ é a **composta** de f e g. O **domínio** de $(f \circ g)$ é o conjunto de todos os x no domínio de g, tal que $g(x)$ está no domínio de f, como indicado na Figura 1.47.

Funções

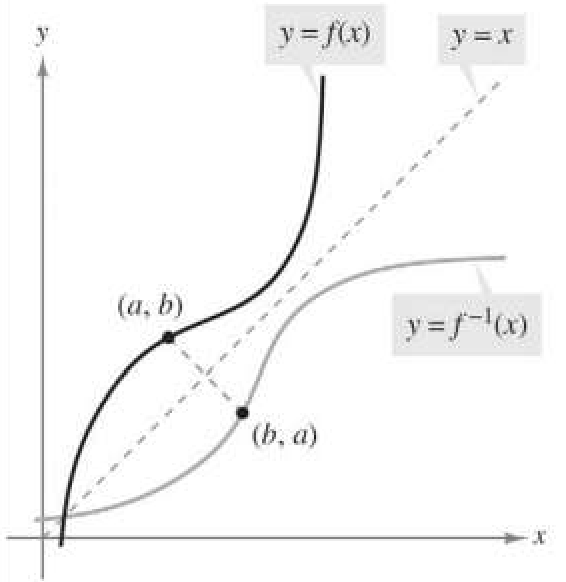


FIGURA 1.48 O gráfico de f^{-1} é uma reflexão do gráfico de f em relação à reta $y = x$.

Sejam f e g duas funções, tais que

$$f(g(x)) = x \text{ para cada } x \text{ no domínio de } g$$

e

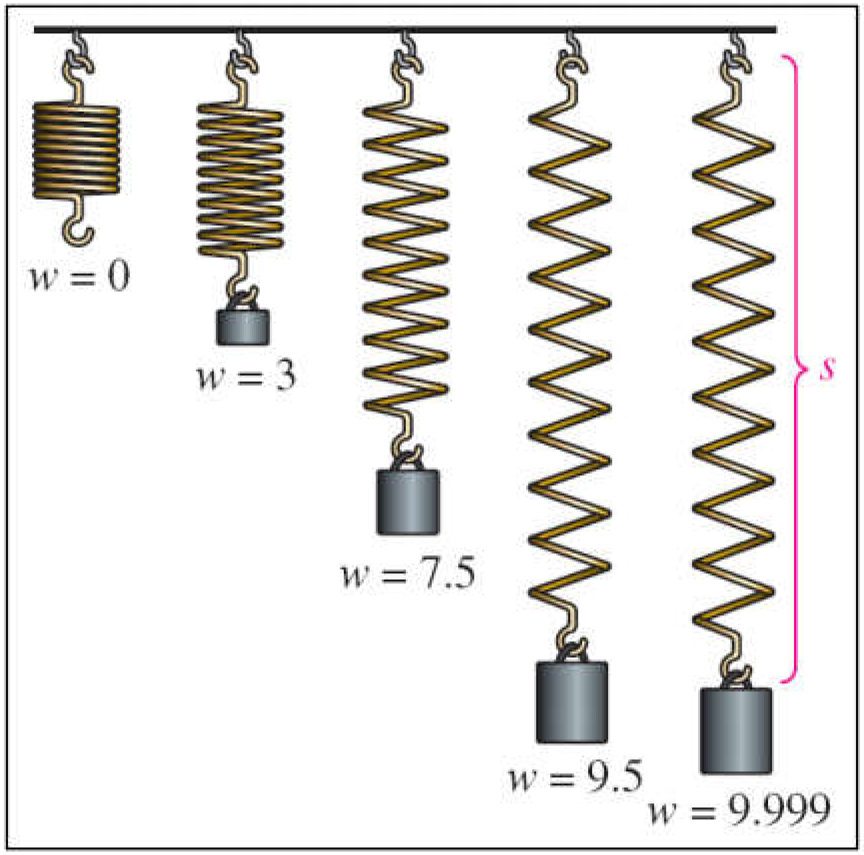
$$g(f(x)) = x \text{ para cada } x \text{ no domínio de } f.$$

Sob essas condições, a função g é a **função inversa** de f. A função g é denotada por f^{-1}, que é lida como "inversa de f". Portanto,

$$f(f^{-1}(x)) = x \qquad \text{e} \qquad f^{-1}(f(x)) = x.$$

O domínio de f deve ser igual à imagem de f^{-1} e a imagem de f deve ser igual ao domínio de f^{-1}.

Limites



Limites

Se $f(x)$ torna-se arbitrariamente próxima de um único número L, quando x tende a de c pelos dois lados, então

$$\lim_{x \to c} f(x) = L$$

e lê-se: "o **limite** de $f(x)$, quando x tende a c, é L".

Limites

Suponha que b e c sejam números reais e que n seja um número inteiro positivo.

1. $\lim_{x \to c} b = b$

2. $\lim_{x \to c} x = c$

3. $\lim_{x \to c} x^n = c^n$

4. $\lim_{x \to c} \sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{c}$

Na Propriedade 4, se n for par, então c deverá ser positivo.

Limites

Suponha que b e c sejam números reais e que n seja um número inteiro positivo. Suponha também que f e g sejam funções com os seguintes limites:

$$\lim_{x \to c} f(x) = L \quad \text{e} \quad \lim_{x \to c} g(x) = K$$

1. Múltiplo por escalar: $\lim_{x \to c} [bf(x)] = bL$

2. Soma ou diferença: $\lim_{x \to c} [f(x) \pm g(x)] = L \pm K$

3. Produto: $\lim_{x \to c} [f(x) \cdot g(x)] = LK$

4. Quociente: $\lim_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{K}$, desde que $K \neq 0$

5. Potência: $\lim_{x \to c} [f(x)]^n = L^n$

6. Raiz: $\lim_{x \to c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{L}$

Na Propriedade 6, se n for par, então L deverá ser positivo.

Limites

Se p é uma função polinomial e c é qualquer número real, então

$$\lim_{x \to c} p(x) = p(c).$$

Limites

Suponha que c seja um número real e que $f(x) = g(x)$ para todo $x \neq c$. Se o limite de $g(x)$ existe quando $x \to c$, então o limite de $f(x)$ também existe e

$$\lim_{x \to c} f(x) = \lim_{x \to c} g(x).$$

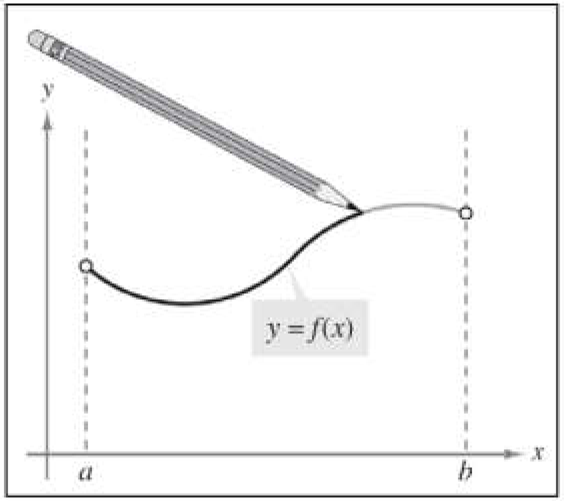
Limites

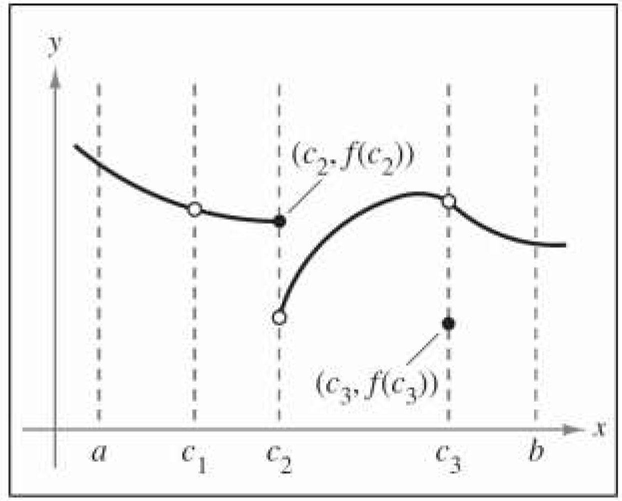
Se f é uma função e c e L são números reais, então

$$\lim_{x \to c} f(x) = L$$

se e somente se tanto o limite pela esquerda como o pela direita forem iguais a L.

Continuidade





Suponha que c seja um número no intervalo (a, b) e que f seja uma função cujo domínio contém o intervalo (a, b). A função f é **contínua no ponto *c*** se as seguintes condições forem verdadeiras.

1. $f(c)$ é definida.

2. $\lim_{x \to c} f(x)$ existe.

3. $\lim_{x \to c} f(x) = f(c)$.

Se f for contínua em todos os pontos no intervalo (a, b), então ela será **contínua no intervalo aberto (*a*, *b*)**.

Continuidade

1. Uma função polinomial é contínua para todos os números reais.
2. Uma função racional é contínua para todos os números de seu domínio.

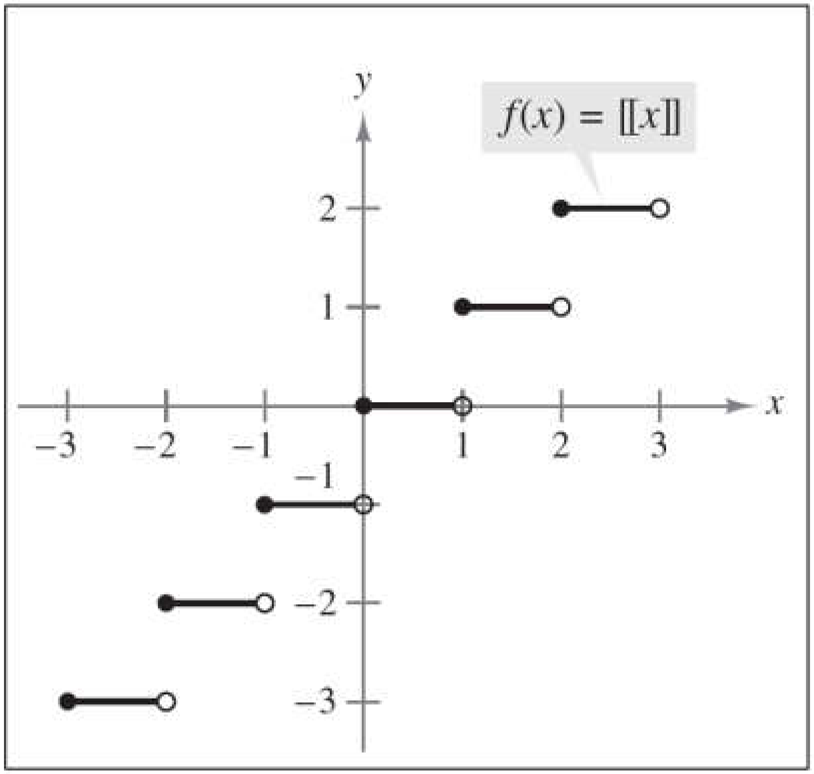
Continuidade

Suponha que f seja definida em um intervalo fechado $[a, b]$. Se f é contínua no intervalo aberto (a, b) e

$$\lim_{x \to a^+} f(x) = f(a) \qquad \text{e} \qquad \lim_{x \to b^-} f(x) = f(b)$$

então f é **contínua no intervalo fechado** $[a, b]$. Além disso, f é **contínua à direita** em a e **contínua à esquerda** em b.

Continuidade



Continuidade

A maior parte da álgebra deste capítulo envolve o cálculo de expressões algébricas. Ao calcular uma expressão algébrica, é preciso saber as prioridades atribuídas às diferentes operações. Essas prioridades são chamadas de *ordem das operações*.

1. Efetuar operações dentro de *símbolos de agrupamento* ou *símbolos de valores absolutos* (ou módulo), a começar pelos símbolos mais interiores.
2. Calcular todas as expressões *exponenciais*.
3. Efetuar todas as *multiplicações* e *divisões* da esquerda para a direita.
4. Efetuar todas as *adições* e *subtrações* da esquerda para a direita.

Continuidade

Uma segunda habilidade algébrica neste capítulo é a resolução de equações com uma variável.

1. Para resolver uma *equação linear*, pode-se somar ou subtrair a mesma quantidade de cada lado da equação. Também pode-se multiplicar ou dividir cada lado da equação pela mesma quantidade *diferente de zero*.

2. Para resolver uma *equação quadrática*, pode-se tirar a raiz quadrada de cada lado, utilizar a fatoração ou usar a Fórmula Quadrática.

3. Para resolver uma *equação radical*, isole o radical de um lado da equação e eleve ao quadrado cada lado da equação.

4. Para resolver uma *equação de valor absoluto*, utilize a definição de valor absoluto para reescrever a equação como duas equações.