

LISTA 2 – DERIVADA

PARTE B

Resolva todos os exercícios ímpares

2.5 A REGRA DA CADEIA

A) Nos Exercícios 1-8, identifique a função interna $u = g(x)$, e a função externa $y = f(u)$.

$y = f(g(x))$	$u = g(x)$	$y = f(u)$
1. $y = (6x - 5)^4$	$6x - 5$	u^4
2. $y = (x^2 - 2x + 3)^3$		
3. $y = (4 - x^2)^{-1}$	$4 - x^2$	u^{-1}
4. $y = (x^2 + 1)^{4/3}$		
5. $y = \sqrt{5x - 2}$	$5x - 2$	$\sqrt{u}$
6. $y = \sqrt{1 - x^2}$		
7. $y = (3x + 1)^{-1}$	$3x + 1$	u^{-1}
8. $y = (x + 2)^{-1/2}$		

B) Nos Exercícios 9-14, determine dy/du , du/dx e dy/dx .

9. $y = u^2$, $u = 4x + 7$ G10. $y = u^3$, $u = 3x^2 - 2$
 11. $y = \sqrt{u}$, $u = 3 - x^2$ 12. $y = 2\sqrt{u}$, $u = 5x + 9$
 13. $y = u^{2/3}$, $u = 5x^4 - 2x$ 14. $y = u^{-1}$, $u = x^3 + 2x^2$

C) Nos Exercícios 15-22, relacione a função à regra mais eficaz para determinar sua derivada.

- (a) Regra da Potência Simples
 (b) Regra da Constante
 (c) Regra da Potência Geral
 (d) Regra do Quociente

- C 15. $f(x) = \frac{2}{1-x^3}$ 16. $f(x) = \frac{2x}{1-x^3}$
 b 17. $f(x) = \sqrt[3]{8x^2}$ 18. $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$
 ~ 19. $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x}$ 20. $f(x) = \frac{x^4 - 2x + 1}{\sqrt{x}}$
 C 21. $f(x) = \frac{2}{x-2}$ 22. $f(x) = \frac{5}{x^2 + 1}$

D) Nos Exercícios 23-40, utilize a Regra da Potência Geral para determinar a derivada da função.

23. $y = (2x - 7)^3$ 24. $y = (2x^3 + 1)^2$
 25. $g(x) = (4 - 2x)^3$ 26. $h(t) = (1 - t^2)^4$
 27. $h(x) = (6x - x^3)^2$ 28. $f(x) = (4x - x^2)^3$
 29. $f(x) = (x^2 - 9)^{2/3}$ 30. $f(t) = (9t + 2)^{2/3}$
 31. $f(t) = \sqrt{t + 1}$ 32. $g(x) = \sqrt{5 - 3x}$
 G9 33. $s(t) = \sqrt{2t^2 + 5t + 2}$ 34. $y = \sqrt[3]{3x^3 + 4x}$
 35. $y = \sqrt[3]{9x^2 + 4}$ 36. $y = 2\sqrt{4 - x^2}$
 37. $f(x) = -3\sqrt[3]{2 - 9x}$ 38. $f(x) = (25 + x^2)^{-1/2}$
 39. $h(x) = (4 - x^3)^{-4/3}$ 40. $f(x) = (4 - 3x)^{-5/2}$

E) Nos Exercícios 41-46, determine a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto $(2, f(2))$.

- 41) $y = 216x - 578$
 43) $y = \frac{8}{3}x - 7/3$
 45) $y = x - 1$

41. $f(x) = 2(x^2 - 1)^3$ G8 42. $f(x) = 3(9x - 4)^4$
 43. $f(x) = \sqrt{4x^2 - 7}$ 44. $f(x) = x\sqrt{x^2 + 5}$
 45. $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$ 46. $f(x) = (4 - 3x^2)^{-2/3}$

F) Nos Exercícios 51-66, determine a derivada da função. Aponte qual (ou quais) regra(s) de derivação foi (ou foram) utilizada(s) para determinar a derivada.

51. $y = \frac{1}{x-2}$ 52. $s(t) = \frac{1}{t^2 + 3t - 1}$
 53. $y = -\frac{4}{(t+2)^2}$ 54. $f(x) = \frac{3}{(x^3 - 4)^2}$
 55. $f(x) = \frac{1}{(x^2 - 3x)^2}$ 56. $y = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$
 57. $g(t) = \frac{1}{t^2 - 2}$ 58. $g(x) = \frac{3}{\sqrt[3]{x^3 - 1}}$
 59. $f(x) = x(3x - 9)^3$ 60. $f(x) = x^3(x - 4)^2$
 61. $y = x\sqrt{2x + 3}$ 62. $y = t\sqrt{t+1}$
 63. $y = t^2\sqrt{t-2}$ G7 64. $y = \sqrt{x}(x-2)^2$
 65. $y = \left(\frac{6-5x}{x^2-1}\right)^2$ 66. $y = \left(\frac{4x^2}{3-x}\right)^3$

Respostas

B) dy/du du/dx dy/dx

9) $2u$ 4 $32x + 56$
 11) $1/2\sqrt{u}$ $-2x$ $-x/\sqrt{3-x^2}$
 13) $2/3 u^{1/3}$ $20x^3 - 2$ $\frac{40x^3 - 4}{3\sqrt[3]{5x^4 - 2x}}$

D) 23) $6(2x-7)^2$ 25) $-6(4-2x)^2$ 27) $6x(6-x^2)(2-x^2)$
 29) $\frac{4x}{3(x^2-9)^{2/3}}$ 31) $\frac{1}{2\sqrt{t+1}}$ 33) $\frac{4t+5}{2\sqrt{2t^2+5t+2}}$
 35) $\frac{6x}{(9x^2+4)^{2/3}}$ 37) $\frac{27}{4(2-9x)^{3/4}}$ 39) $\frac{4x^2}{(4-x^3)^{7/3}}$

2.6 DERIVADAS DE ORDEM SUPERIOR

G) Nos Exercícios 1-16, determine a segunda derivada da função.

1. $f(x) = 9 - 2x$

2. $f(x) = 4x + 15$

3. $f(x) = x^2 + 7x - 4$

4. $f(x) = 3x^2 + 4x$

5. $g(t) = \frac{1}{3}t^3 - 4t^2 + 2t$

6. $f(x) = 4(x^2 - 1)^2$

7. $f(t) = \frac{3}{4t^2}$

8. $g(t) = 32t^{-2}$

9. $f(x) = 3(2 - x^2)^3$

10. $f(x) = x\sqrt[3]{x}$

11. $y = (x^3 - 2x)^4$

12. $y = 4(x^2 + 5x)^3$

13. $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

14. $g(t) = -\frac{4}{(t+2)^2}$

$12x^2 + 24x + 16$

15. $y = x^2(x^2 + 4x + 8)$

16. $h(s) = s^3(s^2 - 2s + 1)$

H) Nos Exercícios 17-22, determine a terceira derivada da função.

17. $f(x) = x^5 - 3x^4$

18. $f(x) = x^4 - 2x^3$

19. $f(x) = 5x(x + 4)^3$

20. $f(x) = (x^3 - 6)^4$

21. $f(x) = \frac{3}{16x^2}$

22. $f(x) = \frac{1}{x}$

I) Nos Exercícios 23-28, determine o valor dado.

Função

Valor

23. $g(t) = 5t^4 + 10t^2 + 3$

$g''(2) = 260$

Respostas

F) 51) $-\frac{1}{(x-2)^2}$, Regra da cadeia

55) $-\frac{2(2x-3)}{(x^2-3x)^3}$, Regra da cadeia

57) $-\frac{2t}{(t^2-2)^2}$, Regra da cadeia

59) $27(x-3)^2(4x-3)$, Regra do Produto e da cadeia

61) $\frac{3(x+1)}{\sqrt{2x+3}}$, Regra do Produto e da cadeia

63) $\frac{\pm(5t-8)}{2\sqrt{t-2}}$, Regra do Produto e da cadeia

65) $\frac{2(6-5x)(5x^2-12x+5)}{(x^2-1)^3}$, Regra da Cadeia e do Quociente

G)

9) $18(2-x^2)(5x^2-2)$

11) $12(x^5-2x)(11x^4-16x^2+4)$

H) 17) $60x^2 - 72x$

19) $120x + 360$

21) $-9/2x^5$

Função	Valor
24. $f(x) = 9 - x^2$	$f''(-\sqrt{3})$
25. $f(x) = \sqrt{4-x}$	$f'''(-5)$
26. $f(t) = \sqrt{2t+3}$	$f''(\frac{1}{2})$
-126. 27. $f(x) = x^2(3x^2 + 3x - 4)$	$f'''(-2)$
G4 28. $g(x) = 2x^3(x^2 - 5x + 4)$	$g'''(0)$

J) Nos Exercícios 29-34, determine a derivada de ordem superior.

Dado	Derivada
29. $f'(x) = 2x^2$	$f''(x)$
30. $f''(x) = 20x^3 - 36x^2$	$f'''(x)$
31. $f'''(x) = (3x - 1)/x$	$f^{(4)}(x)$
G3 32. $f'''(x) = 2\sqrt{x-1}$	$f^{(4)}(x)$
33. $f^{(4)}(x) = (x^2 + 1)^2$	$f^{(5)}(x)$
34. $f''(x) = 2x^2 + 7x - 12$	$f^{(5)}(x)$

K) Nos Exercícios 35-42, determine a segunda derivada e resolva a equação $f''(x) = 0$.

35. $f(x) = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$
36. $f(x) = 3x^3 - 9x + 1$
37. $f(x) = (x+3)(x-4)(x+5)$
38. $f(x) = (x+2)(x-2)(x+3)(x-3)$
39. $f(x) = x\sqrt{x^2-1}$
40. $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$
41. $f(x) = \frac{x}{x^2+3}$
42. $f(x) = \frac{x}{x-1}$

L) 43. **Velocidade e aceleração** Uma bola é projetada, em linha reta para cima, do nível do chão, com velocidade inicial de 144 pés por segundo.

- (a) Escreva as funções posição, velocidade e aceleração da bola.
- (b) Quando a bola atinge o ponto mais alto? Qual a altura desse ponto?
- (c) Com que velocidade a bola está no momento em que atinge o chão? Como é essa velocidade em relação à velocidade inicial?

m) 44. **Velocidade e aceleração** Um tijolo se solta do topo do Empire State Building (a uma altura de 1 250 pés) e cai na calçada.

- (a) Escreva as funções posição, velocidade e aceleração do tijolo.
- (b) Quanto tempo leva para o tijolo atingir a calçada?
- (c) Com que velocidade o tijolo está quando atinge a calçada?

Respostas

K)

$$35) f''(x) = 6(x-3) = 0, \text{ qdo } x = 3$$

$$37) f''(x) = 2(3x+4) = 0, \text{ qdo } x = -4/3$$

$$39) f''(x) = \frac{x(2x^2-3)}{(x^2-1)^{3/2}} = 0, \text{ qdo } x = \pm \sqrt{6}/2 \text{ ou } x = 0$$

$$41) f''(x) = \frac{2x(x+3)(x-3)}{(x^2+3)^3} = 0, \text{ qdo } x = 0 \text{ ou } x = \pm 3$$

$$\rightarrow s(t) = -16t^2 + 144t$$

$$\rightarrow v(t) = -32t + 144$$

$$\rightarrow a(t) = -32$$

2.7 DERIVAÇÃO IMPLÍCITA

N) Nos Exercícios 1-12, determine dy/dx .

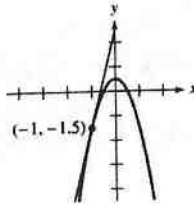
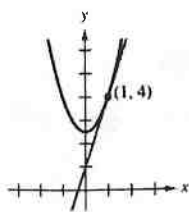
1. $xy = 4 - y/x$
 2. $3x^2 - y = 8x$
 3. $y^2 = 1 - x^2, 0 \leq x \leq 1$
 4. $4x^2y - \frac{3}{y} = 0$
 5. $x^2y^2 - 2x = 3$
 6. $xy^2 + 4xy = 10$
 7. $4y^2 - xy = 2$
 8. $2xy^3 - x^2y = 2$
 9. $\frac{2y-x}{y^2-3} = 5$
 10. $\frac{xy-y^2}{y-x} = 1$
 11. $\frac{x+y}{2x-y} = 1$
 12. $\frac{2x+y}{x-5y} = 1$

O) Nos Exercícios 13-24, determine dy/dx pela derivação implícita e calcule a derivada no ponto dado.

Equação	Ponto
13. $x^2 + y^2 = 16$	(0, 4)
14. $x^2 - y^2 = 25$	(5, 0)
15. $y + xy = 4$	(-5, -1)
16. $x^3 - y^2 = 0$	(1, 1)
17. $x^3 - xy + y^2 = 4$	(0, -2)
18. $x^2y + y^2x = -2$	(2, -1)
19. $x^3y^3 - y = x$	(0, 0)
20. $x^3 + y^3 = 2xy$	(1, 1)
21. $x^{1/2} + y^{1/2} = 9$	(16, 25)
22. $\sqrt{xy} = x - 2y$	(4, 1)
23. $x^{2/3} + y^{2/3} = 5$	(8, 1)
24. $(x+y)^3 = x^3 + y^3$	(-1, 1)

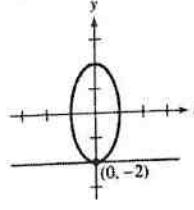
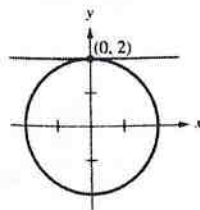
P) Nos Exercícios 25-30, determine a inclinação do gráfico no ponto dado.

25. $3x^2 - 2y + 5 = 0$
 26. $4x^2 + 2y - 1 = 0$

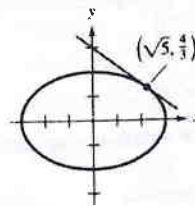


27. $x^2 + y^2 = 4$

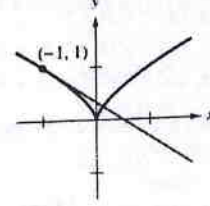
28. $4x^2 + y^2 = 4$



29. $4x^2 + 9y^2 = 36$



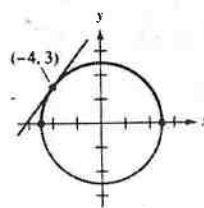
30. $x^2 - y^3 = 0$



Q) Nos Exercícios 31-34, determine dy/dx implícita e explicitamente (as funções explícitas são mostradas no gráfico) e mostre que os resultados são equivalentes. Utilize gráficos para estimar a inclinação da reta tangente no ponto indicado. Em seguida, confirme os resultados analiticamente, calculando dy/dx no ponto.

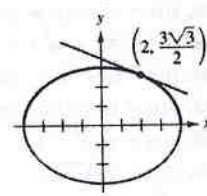
31. $x^2 + y^2 = 25$

$y = \sqrt{25 - x^2}$



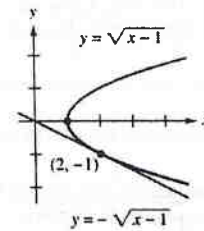
32. $9x^2 + 16y^2 = 144$

$y = \frac{\sqrt{144 - 9x^2}}{4}$



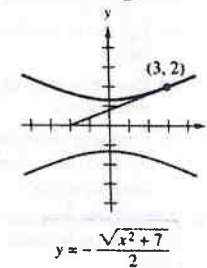
33. $x - y^2 - 1 = 0$

$y = -\sqrt{25 - x^2}$



34. $4y^2 - x^2 = 7$

$y = \frac{\sqrt{x^2 + 7}}{2}$



$y = -\frac{\sqrt{x^2 + 7}}{2}$

21) $-\sqrt{\frac{y}{x}}, -\frac{5}{4}$

23) $-\sqrt[3]{y/x}, -\frac{1}{2}$

Respostas

N)

5) $\frac{1 - xy^2}{x^2y}$ 7) $\frac{y}{8y-x}$ 9) $-\frac{1}{10y-2}$

11) $1/2$

O) 13) $-x/y$, 0 15) $-\frac{y}{x+1}, \frac{1}{4}$

17) $\frac{y-3x^2}{2y-x}, \frac{1}{2}$ 19) $\frac{1-3x^2y^3}{3x^2y^2-1}, -1$