

***Escola Superior de Agricultura
“Luiz de Queiroz”
Universidade de São Paulo***

LCE0211 – Estatística Geral

Taciana Villela Savian
Sala 304, pav. Engenharia, ramal 478913

tvsvavian@usp.br

tacianavillela@gmail.com

Estatística Descritiva

- **Distribuição de frequências**

Feita a coleta de dados (censo/levantamento/experimento), os mesmos apresentam-se de maneira desorganizada (sem um padrão crescente/decrescente), ainda sem valor informativo sobre o fenômeno em estudo.

O estudo das distribuições de frequências nos permite conhecer como os valores da variável em estudo se comportam.

Estatística Descritiva

- **O que é uma Distribuição de frequências?**

A **distribuição de frequência** é um arranjo de valores que uma ou mais variáveis tomam em uma amostra.

A **tabela de distribuição de frequências** resume a distribuição dos valores da amostra

Estatística Descritiva

- **Distribuição de frequências (Variáveis Qualitativas)**

correspondência entre as categorias de resposta (valores que assumem uma variável) e as respectivas **frequências** (contagem de dados na amostra que pertencem a cada categoria).

- **Exemplo dos híbridos de milho**

- **Variável: Aptidão (variável qualitativa nominal)**

	Aptidão	Frequência
Categorias de resposta	Duplo propósito	23
	Granífero	17
	Total	40

Estatística Descritiva

- **Alguns aspectos importantes em uma tabela**
 - Toda tabela deve conter um título completo e localiza-se no topo superior da tabela;
 - Se os dados não são “seus”, na parte inferior da tabela deve ser citada a fonte dos dados;
 - Quando for o caso, usar o mesmo número de casas decimais em todas as células da tabela (mais aplicado para variáveis quantitativas contínuas);
 - As tabelas não devem ser fechadas lateralmente (linhas verticais);
 - Linhas horizontais apenas para isolar o cabeçalho e para apresentar as frequências totais.

Estatística Descritiva

Tabela 1. Distribuição de frequências da Aptidão dos 40 híbridos de milho recomendados para regiões com altitudes inferiores a 800m, 2020.

Aptidão	Frequências
Duplo Propósito	23
Granífero	17
Total	40

Fonte: Notas de aula LCE0211 (2023)

Estatística Descritiva

Tabela 2. Distribuição de frequências do tipo de grão para 40 híbridos de milho recomendados para regiões com altitudes inferiores a 800m, 2020.

Tipos de grão	Frequências
Dentado	17
Semidentado	9
Semiduro	14
Total	40

Fonte: Notas de aula LCE0211 (2023).

Estatística Descritiva

Tabela 3. Distribuição de frequências da resistência à ferrugem para 40 híbridos de milho recomendados para regiões com altitudes inferiores a 800m, 2020.

Resistência à ferrugem	Frequências
Resistente	14
Moderadamente resistente	9
Moderadamente suscetível	7
Suscetível	10
Total	40

Fonte: Notas de aula LCE0211 (2023).

Estatística Descritiva

- **Distribuição de frequências – Notação**

Tabela . Distribuição de frequências **de uma variável A.**

Variável A	Frequência absoluta (f_i)
Categoria 1	f_1
Categoria 2	f_2
Categoria 3	f_3
Categoria 4	f_4
Total	$f. = \sum_{i=1}^4 f_i = f_1 + f_2 + f_3 + f_4$

O índice “i” representa as diferentes categorias de respostas

Estatística Descritiva

- **Distribuição de frequências – Bidimensionais**

Dizemos que uma tabela é bidimensional (ou de dupla entrada) quando apresentamos a distribuição de frequências de duas variáveis simultaneamente;

Foi o que vocês fizeram (ou poderiam ter feito) como exercício!

Estatística Descritiva

Variáveis: Tipo de Grão versus Aptidão

Tabela 4. Distribuição de frequências do tipo de grão de 40 híbridos de milho, segundo as categorias de Aptidão, 2020.

Tipo de grão	Aptidão		Total
	Duplo Propósito	Granífero	
Dentado	10	7	17
Semidentado	6	3	9
Semiduro	7	7	14
Total	23	17	40

Fonte: Notas de aula LCE0211 (2023).

Estatística Descritiva

Variáveis: Tipo de Grão versus Resistência à Ferrugem

Tabela 5. Distribuição de frequências do tipo de grão de 40 híbridos de milho, segundo as categorias de Resistência à Ferrugem, 2020.

Tipo de grão	Resistência à Ferrugem				Total
	R	MR	MS	S	
Dentado	8	4	3	2	17
Semidentado	2	1	3	3	9
Semiduro	4	4	1	5	14
Total	14	9	7	10	40

Legenda: R – resistente; MR – moderadamente resistente; MS – moderadamente susceptível; S – susceptível. Fonte: Notas de aula LCE0211 (2023).

Estatística Descritiva

Variáveis: Aptidão versus Resistência à Ferrugem

Tabela 6. Distribuição de frequências da Aptidão de 40 híbridos de milho, segundo as categorias de Resistência à Ferrugem, 2020.

Aptidão	Resistência à Ferrugem				Total
	R	MR	MS	S	
Duplo Propósito	6	6	5	6	23
Granífero	8	3	2	4	17
Total	14	9	7	10	40

Legenda: R – resistente; MR – moderadamente resistente; MS – moderadamente susceptível; S – susceptível. Fonte: Notas de aula LCE0211 (2023).

Estatística Descritiva

- Distribuição de frequências – **Notação**

Tabela . Distribuição de frequências de **duas variáveis A e B.**

Variável A	Variável B		Total
	Categoria 1	Categoria 2	
Categoria 1	f_{11}	f_{12}	$f_{1.}$
Categoria 2	f_{21}	f_{22}	$f_{2.}$
Categoria 3	f_{31}	f_{32}	$f_{3.}$
Categoria 4	f_{41}	f_{42}	$f_{4.}$
Total	$f_{.1}$	$f_{.2}$	$f_{..}$

i linhas (i = 1, 2, 3 e 4) e j colunas (j = 1 e 2)

Estatística Descritiva

- Outros tipos de frequências:
 - Frequências absolutas: contagens dos resultados na amostra (f_i);
 - Frequências relativas (fr_i);
 - Frequências percentuais ($f_i\%$);
 - Frequências acumuladas (mais usual em variáveis quantitativas) (Fac_i);

Estatística Descritiva

- Frequências relativas (fr)
 - Uma Variável:

$$fr_i = \frac{f_i}{f.}$$

fr_i é a frequência relativa da classe i ;

f_i é a frequência absoluta da classe i ;

$f.$ é a soma das frequências absolutas de todas as classes (Total);

Estatística Descritiva

- Frequências relativas (fr)
 - Uma Variável:

$$fr_i = \frac{f_i}{f.}$$

Aptidão	f_i	fr_i
Duplo propósito	$f_1 = 23$	
Granífero	$f_2 = 17$	
Total	$f. = 40$	

Estatística Descritiva

- Frequências relativas (fr)
 - Uma Variável:

$$fr_i = \frac{f_i}{f.}$$

Aptidão	f_i	fr_i
Duplo propósito	$f_1 = 23$	$fr_1 = 23/40 = 0,575$
Granífero	$f_2 = 17$	$fr_2 = 17/40 = 0,425$
Total	$f. = 40$	$fr. = 1,000$

Estatística Descritiva

Tabela 3. Distribuição de frequências da resistência à ferrugem de 40 híbridos de milho recomendados para a região com altitudes abaixo de 800m, 2020.

Resistência à ferrugem	f_i	fr_i	$f_i\%$
Resistente	14		
Moderadamente resistente	9		
Moderadamente suscetível	7		
Suscetível	10		
Total	40		

Estatística Descritiva

Tabela 3. Distribuição de frequências da resistência à ferrugem de 40 híbridos de milho recomendados para a região com altitudes abaixo de 800m, 2020.

Resistência à ferrugem	f_i	fr_i	$f_i\%$
Resistente	14	0,350	35,0%
Moderadamente resistente	9	0,225	22,5%
Moderadamente suscetível	7	0,175	17,5%
Suscetível	10	0,250	25,0%
Total	40	1,000	100%

35,00% dos híbridos de milho na amostra são considerados resistentes à ferrugem.

Estatística Descritiva

- **Distribuição de frequências – Bidimensionais**

Como comparar as distribuições de frequências?

Frequências relativas (ou percentual)

Tabela 4. Distribuição de frequências do tipo de grão de 40 híbridos de milho, segundo as categorias de Aptidão, 2020.

Tipo de grão	Aptidão		Total
	Duplo Propósito	Granífero	
Dentado	10	7	17
Semidentado	6	3	9
Semiduro	7	7	14
Total	23	17	40

Estatística Descritiva

- Frequências relativas (fr), tabelas bidimensionais

Fixando totais de linhas

$$fr_{ij} = \frac{f_{ij}}{f_{i.}}$$

fr_{ij} é a frequência relativa na linha i e coluna j ;

f_{ij} é a frequência absoluta na linha i e coluna j ;

$f_{i.}$ é a soma das frequências absolutas na linha i ;

Estatística Descritiva

- **Fixando os totais de linha**

Tabela 4. Distribuição de frequências **relativas** do tipo de grão de 40 híbridos de milho, segundo as categorias de Aptidão, 2020.

Tipo de grão	Aptidão		Total
	Duplo Propósito	Granífero	
Dentado	10	7	17
Semidentado	6	3	9
Semiduro	7	7	14
Total	23	17	40

$$fr_{11} = \frac{f_{11}}{f_{1.}} = \frac{10}{17} = 0,5882$$

Estatística Descritiva

- **Fixando os totais de linha**

Tabela 4. Distribuição de frequências **relativas** do tipo de grão de 40 híbridos de milho, segundo as categorias de Aptidão, 2020.

Tipo de grão	Aptidão		Total
	Duplo Propósito	Granífero	
Dentado	0,5882	7	17
Semidentado	6	3	9
Semiduro	7	7	14
Total	23	17	40

$$fr_{11} = \frac{f_{11}}{f_{1.}} = \frac{10}{17} = 0,5882$$

Estatística Descritiva

- **Fixando os totais de linha**

Tabela 4. Distribuição de frequências **relativas** do tipo de grão de 40 híbridos de milho, segundo as categorias de Aptidão, 2020.

Tipo de grão	Aptidão		Total
	Duplo Propósito	Granífero	
Dentado	0,5882	0,4118	17
Semidentado	6	3	9
Semiduro	7	7	14
Total	23	17	40

$$fr_{12} = \frac{f_{12}}{f_{1.}} = \frac{7}{17} = 0,4118$$

Estatística Descritiva

- **Fixando os totais de linha**

Tabela 4. Distribuição de frequências **relativas** do tipo de grão de 40 híbridos de milho, segundo as categorias de Aptidão, 2020.

Tipo de grão	Aptidão		Total
	Duplo Propósito	Granífero	
Dentado	0,5882	0,4118	1,000
Semidentado	0,6667	0,3333	1,000
Semiduro	0,5000	0,5000	1,000
Total	0,5750	0,4250	1,000

Estatística Descritiva

- **Fixando os totais de linha**

Tabela 4. Distribuição de frequências **percentuais (%)** do tipo de grão de 40 híbridos de milho, segundo as categorias de Aptidão, 2020.

Tipo de grão	Aptidão		Total
	Duplo Propósito	Granífero	
Dentado	58,82	41,18	100,0
Semidentado	66,67	33,33	100,0
Semiduro	50,00	50,00	100,0
Total	57,50	42,50	100,0

Permite, para cada Tipo de Grão, avaliar os híbridos quanto a sua Aptidão...

Estatística Descritiva

- **Distribuição de frequências – Bidimensionais**
Fixando os totais de linha

Interpretação:

Para os híbridos com grãos do tipo dentado ou semiduro há uma distribuição mais homogênea em relação à aptidão dos mesmos, ou seja, para os grãos do tipo dentado 58,82% são considerados de duplo propósito e 41,18% são graníferos e para os grãos do tipo semiduro 50% são de duplo propósito e os outros 50% são graníferos.

Para os híbridos cujos grãos são semidentados essa distribuição é mais heterogênea, ou seja, os híbridos de duplo propósito (66,67%) corresponde ao dobro daqueles considerados graníferos (33,33%)

Estatística Descritiva

- Frequências relativas (fr), **tabelas bidimensionais**

Fixando totais de colunas

$$fr_{ij} = \frac{f_{ij}}{f_{.j}}$$

fr_{ij} é a frequência relativa na linha i e coluna j ;

f_{ij} é a frequência absoluta na linha i e coluna j ;

$f_{.j}$ é a soma das frequências absolutas **na coluna j** ;

Estatística Descritiva

- **Fixando os totais de coluna**

Tabela 4. Distribuição de frequências **relativas** do tipo de grão de 40 híbridos de milho, segundo as categorias de Aptidão, 2020.

Tipo de grão	Aptidão		Total
	Duplo Propósito	Granífero	
Dentado	10	7	17
Semidentado	6	3	9
Semiduro	7	7	14
Total	23	17	40

Estatística Descritiva

- **Fixando os totais de coluna**

Tabela 4. Distribuição de frequências **relativas** do tipo de grão de 40 híbridos de milho, segundo as categorias de Aptidão, 2020.

Tipo de grão	Aptidão		Total
	Duplo Propósito	Granífero	
Dentado	0,4348	7	17
Semidentado	6	3	9
Semiduro	7	7	14
Total	23	17	40

$$fr_{11} = \frac{f_{11}}{f_{.1}} = \frac{10}{23} = 0,4348$$

Estatística Descritiva

- **Fixando os totais de coluna**

Tabela 4. Distribuição de frequências **relativas** do tipo de grão de 40 híbridos de milho, segundo as categorias de Aptidão, 2020.

Tipo de grão	Aptidão		Total
	Duplo Propósito	Granífero	
Dentado	0,4348	0,4118	17
Semidentado	6	3	9
Semiduro	7	7	14
Total	23	17	40

$$fr_{12} = \frac{f_{12}}{f_{.2}} = \frac{7}{17} = 0,4118$$

Estatística Descritiva

- **Fixando os totais de coluna**

Tabela 4. Distribuição de frequências **relativas** do tipo de grão de 40 híbridos de milho, segundo as categorias de Aptidão, 2020.

Tipo de grão	Aptidão		Total
	Duplo Propósito	Granífero	
Dentado	0,4348	0,4118	0,4250
Semidentado	0,2609	0,1765	0,2250
Semiduro	0,3043	0,4118	0,3500
Total	1,000	1,000	1,000

Estatística Descritiva

- **Fixando os totais de coluna**

Tabela 4. Distribuição de frequências **percentual (%)** do tipo de grão de 40 híbridos de milho, segundo as categorias de Aptidão, 2020.

Tipo de grão	Aptidão		Total
	Duplo Propósito	Granífero	
Dentado	43,48	41,18	42,50
Semidentado	26,09	17,65	22,50
Semiduro	30,43	41,18	35,00
Total	100,0	100,0	100,0

Estatística Descritiva

- **Fixando os totais de coluna**

Tabela 4. Distribuição de frequências **percentual (%)** do tipo de grão de 40 híbridos de milho, segundo as categorias de Aptidão, 2020.

Tipo de grão	Aptidão		Total
	Duplo Propósito	Granífero	
Dentado	43,48	41,18	42,50
Semidentado	26,09	17,65	22,50
Semiduro	30,43	41,18	35,00
Total	100,0	100,0	100,0

Permite, para cada Aptidão, avaliar os híbridos quanto ao Tipo de Grão...

Estatística Descritiva

- **Distribuição de frequências – Bidimensionais**
Fixando os totais de Colunas

Interpretação:

Para os híbridos considerados de duplo propósito há uma predominância daqueles com grãos do tipo dentado (43,48%) seguidos por aqueles com grãos do tipo semiduro (30,43%) e semidentado (26,09%).

Para os híbridos considerados de aptidão granífera, a porcentagem de grãos do tipo dentado e semidentado é mesma (41,18%) e são bem superiores aos híbridos cujos grãos são do tipo semiduro (17,65%).

Representações Gráficas de Variáveis Qualitativas

- As representações gráficas de distribuições de frequências permitem uma boa visualização do comportamento da variável.
- Vários tipos de gráficos...mas todos devem respeitar alguns pontos

Representações Gráficas de Variáveis Qualitativas

- Alguns pontos:
 - Devem ser claros, simples e atrair a atenção do leitor;
 - Sempre devem ter um título completo e deve ser colocado na parte superior da figura;
 - Devem ser construídos em uma escala que não desfigure os fatos;
 - Devem ser mais largos do que altos;
 - Deve-se sempre especificar e graduar os eixos;
 - Citar a fonte (parte inferior);

Representações Gráficas de Variáveis Qualitativas

- Alguns Tipos de Gráficos:
 - Gráfico de Barras;
 - Gráfico de Colunas;
 - Gráfico de Setores (Pizza);
- Simples ou múltiplos para uma ou duas variáveis, respectivamente.

Representações Gráficas de Variáveis Qualitativas

- Gráfico de Barras Simples (uma variável):
 - Tem por finalidade comparar grandezas, por meio de retângulos de igual largura, dispostos horizontalmente, e com comprimentos proporcionais as grandezas.
 - Deve-se deixar uma distância entre os retângulos;
 - Usado quando as inscrições a serem colocadas sob os retângulos forem muito extensas (Não é regra).

Figura 1. Distribuição de frequências da resistência à ferrugem de híbridos de milho recomendados para a região com altitudes abaixo de 800m, 2020.

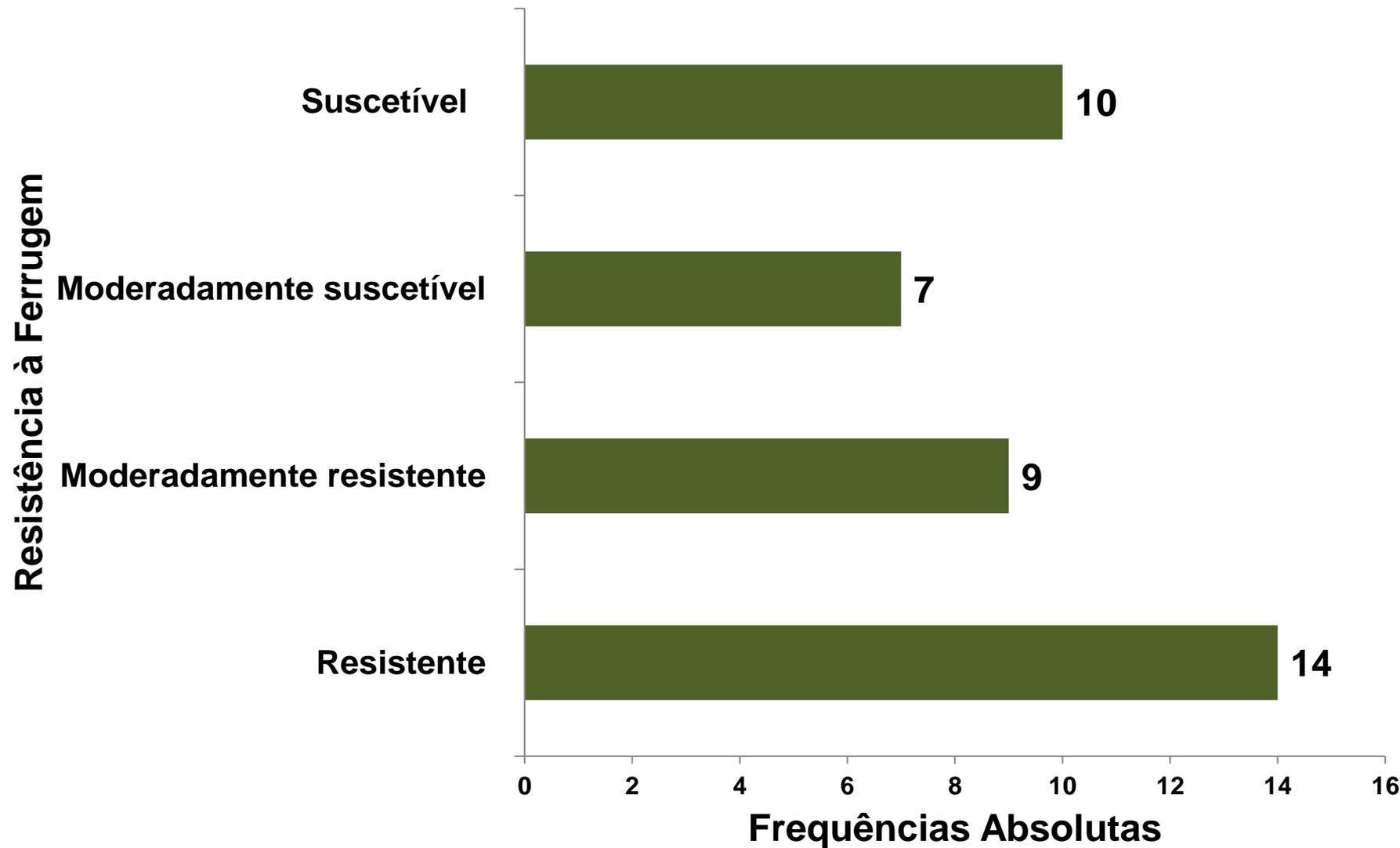
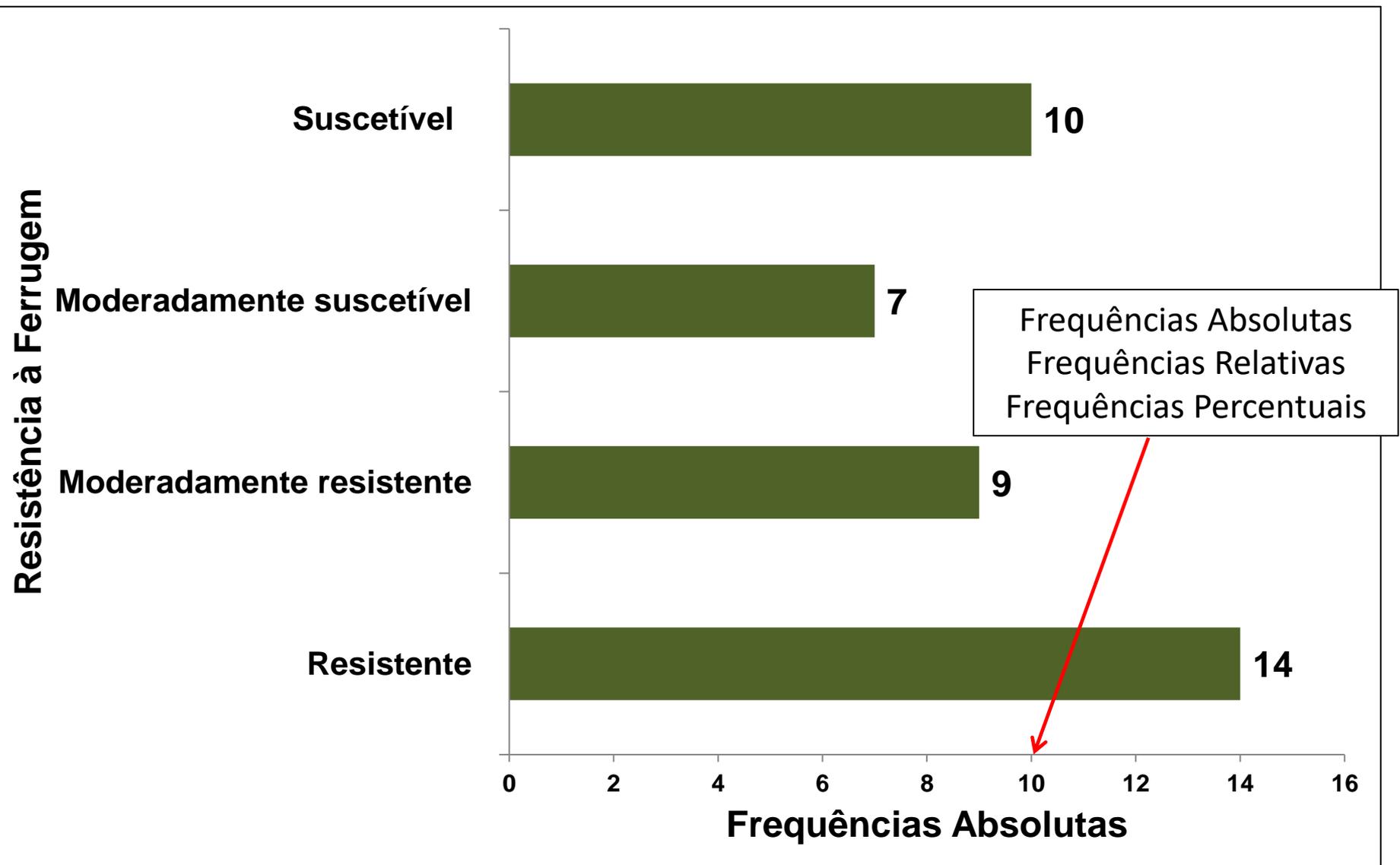


Figura 1. Distribuição de frequências da resistência à ferrugem de híbridos de milho recomendados para a região com altitudes abaixo de 800m, 2020.



Representações Gráficas de Variáveis Qualitativas

- Gráfico de Barras Múltiplos (**duas variáveis**):
 - Tem por finalidade comparar grandezas, por meio de retângulos de igual largura, dispostos horizontalmente, e com comprimentos proporcionais as grandezas;
 - Deve-se deixar uma distância entre os retângulos;
 - Usado quando as inscrições a serem colocadas sob os retângulos forem muito extensas;
 - **Comparar grandezas dentro de categorias;**
 - **Necessário o uso de legendas.**

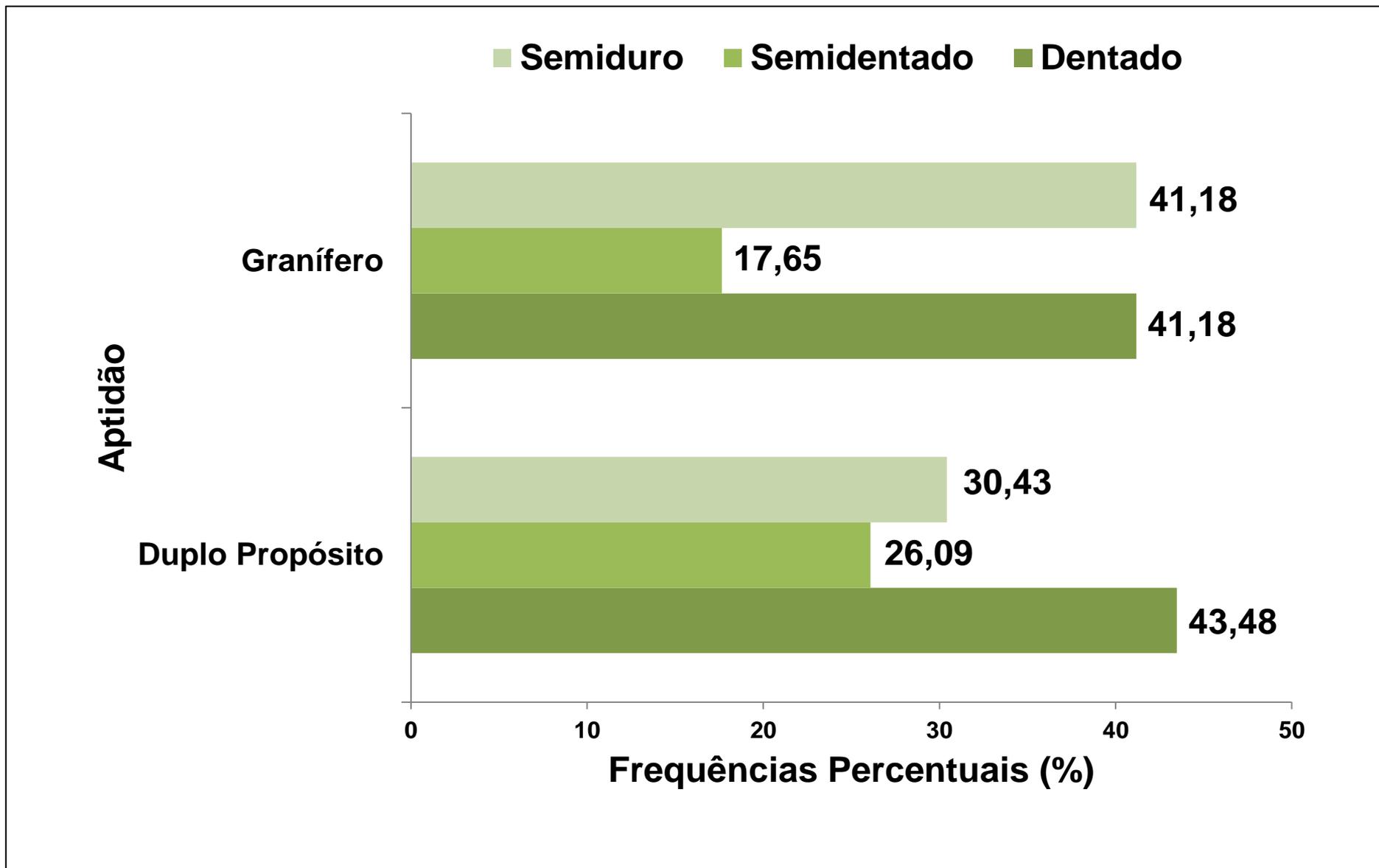
Estatística Descritiva

- **Fixando os totais de coluna**

Tabela 4. Distribuição de frequências **percentual (%)** do tipo de grão de 40 híbridos de milho, segundo as categorias de Aptidão, 2020.

Tipo de grão	Aptidão		Total
	Duplo Propósito	Granífero	
Dentado	43,48	41,18	42,50
Semidentado	26,09	17,65	22,50
Semiduro	30,43	41,18	35,00
Total	100,0	100,0	100,0

Figura 2. Distribuição de frequências percentual (%) do tipo de grãos de híbridos de milho recomendados para a região com altitudes abaixo de 800m, em função das categorias de aptidão, 2020.



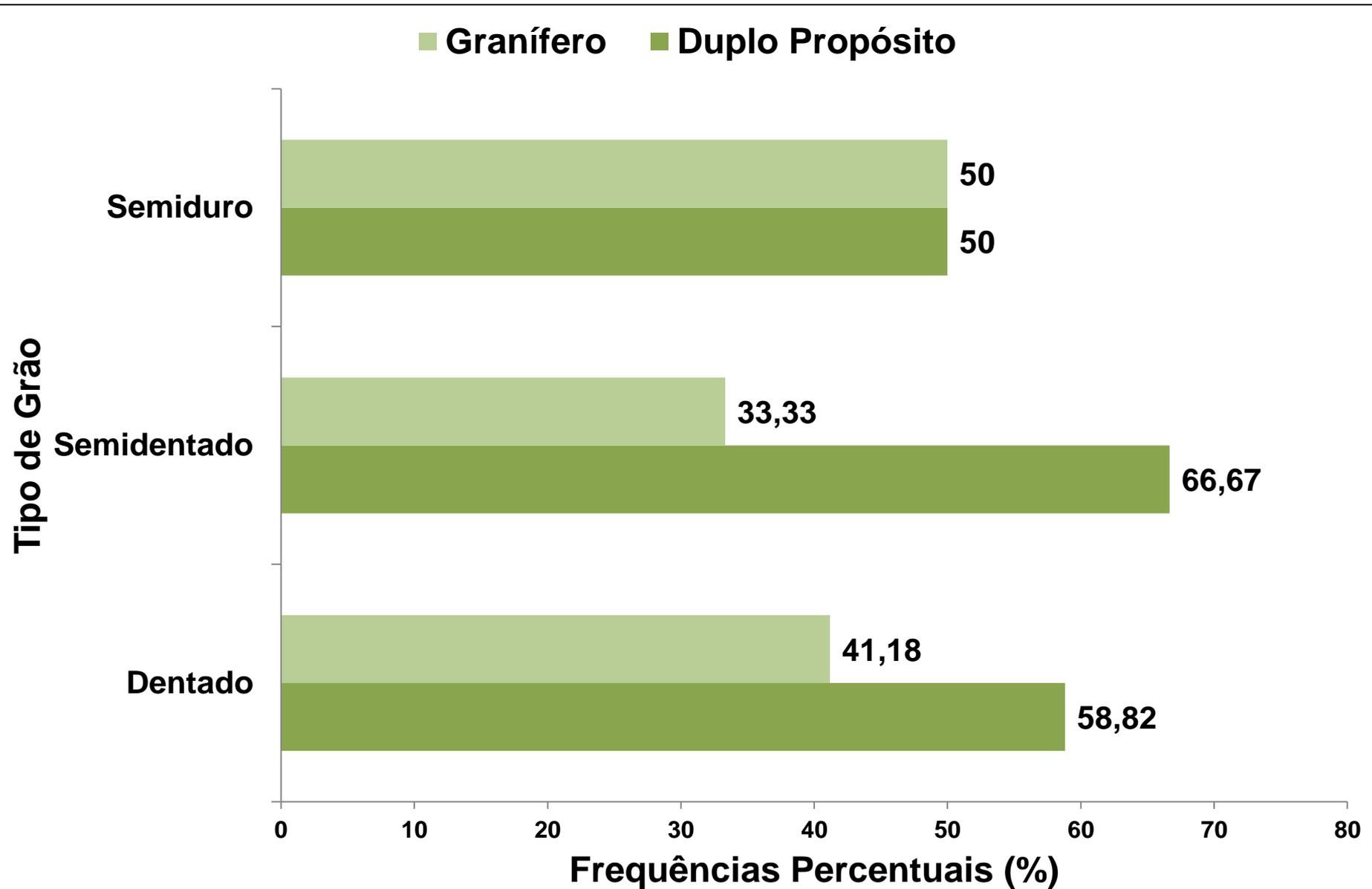
Estatística Descritiva

- **Fixando os totais de linha**

Tabela 4. Distribuição de frequências **percentuais (%)** do tipo de grão de 40 híbridos de milho, segundo as categorias de Aptidão, 2020.

Tipo de grão	Aptidão		Total
	Duplo Propósito	Granífero	
Dentado	58,82	41,18	100,0
Semidentado	66,67	33,33	100,0
Semiduro	50,00	50,00	100,0
Total	57,50	42,50	100,0

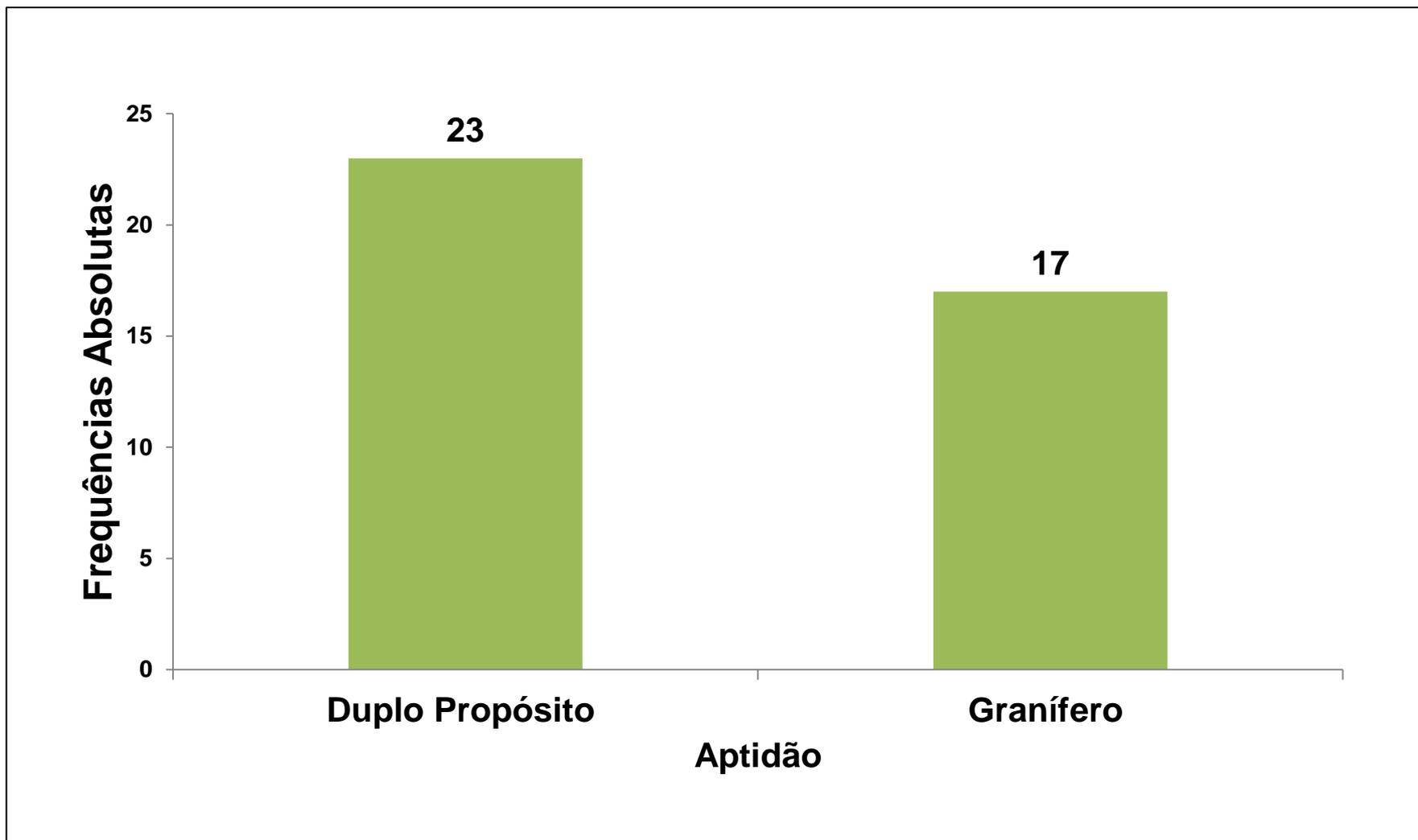
Figura 3. Distribuição de frequências percentual (%) da aptidão de híbridos de milho recomendados para a região com altitudes abaixo de 800m, em função das categorias de tipo de grão, 2020.



Representações Gráficas de Variáveis Qualitativas

- Gráfico de Colunas:
 - Quando os retângulos são colocados na posição vertical, temos os *gráficos de colunas*;
 - A finalidade desse tipo de gráfico é a mesma dos gráficos de barras, isto é, servem para comparar grandezas.
 - Eles devem ser preferidos aos gráficos de barras quando as legendas a se inscreverem sob os retângulos forem pequenas.

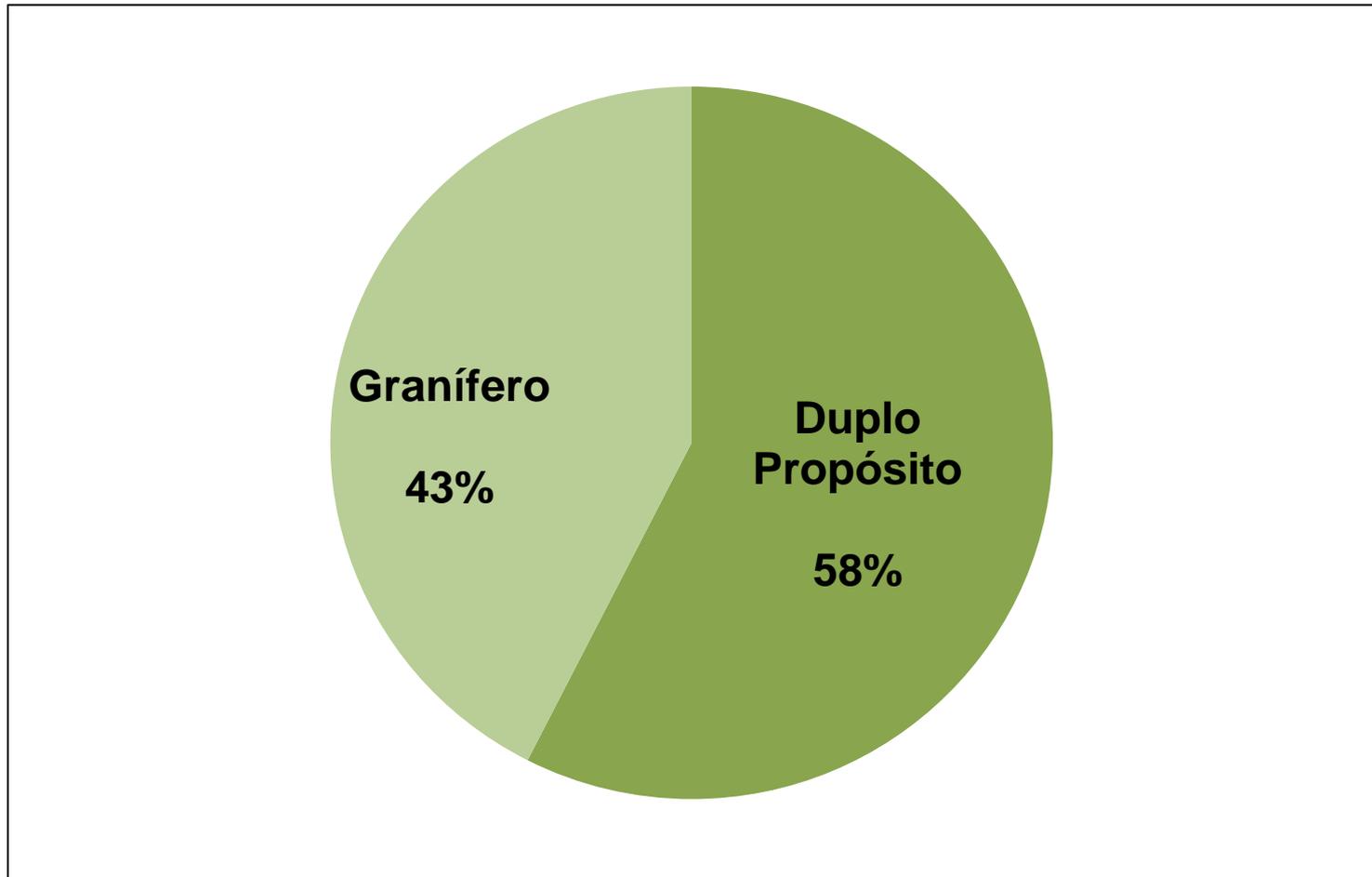
Figura 4. Distribuição de frequências absolutas da aptidão de híbridos de milho recomendados para a região com altitudes abaixo de 800m, 2020.



Representações Gráficas de Variáveis Qualitativas

- Gráfico de Setores:
 - O *gráfico de setores* consiste em dividir a área total de um círculo em subáreas (setores) proporcionais às frequências;
 - É um gráfico ideal para representar dados de porcentagens;
 - O número de setores deve ser adequado (evitar exageros);
 - Não é tão indicado para duas ou mais variáveis.

Figura 5. Distribuição de frequências percentuais (%) da aptidão de híbridos de milho recomendados para a região com altitudes abaixo de 800m, 2020.



Exercício

Considerando a combinação das variáveis:
Aptidão versus Resistência à ferrugem. Pede-se:

- Construa a tabela de dupla entrada considerando as frequências percentuais:
 - Fixando os totais de linha;
 - Fixando os totais de coluna;
- Interprete os principais resultados;
- Proponha uma representação gráfica adequada (em ambos os casos).

Exercício

Variáveis: Aptidão versus Resistência à Ferrugem

Tabela 6. Distribuição de frequências da Aptidão de 40 híbridos de milho, segundo as categorias de Resistência à Ferrugem, 2020.

Aptidão	Resistência à Ferrugem				Total
	R	MR	MS	S	
Duplo Propósito	6	6	5	6	23
Granífero	8	3	2	4	17
Total	14	9	7	10	40

Legenda: R – resistente; MR – moderadamente resistente; MS – moderadamente susceptível; S – susceptível. Fonte: Notas de aula LCE0211 (2023).