Lista de Exercícios de SMA0301-Cálculo I – Módulo 1

Exercício 1 *Em cada um dos itens abaixo responda se a afirmação é* **verdadeira (V)** *ou* **falsa (F)**. *Justifique sua resposta, isto é, no caso de ser verdadeira esboce as ideias de uma demonstração e se for falsa dê um contra-exemplo:*

( ) *Cada ponto da reta* $\mathbb{R}$ *pode ser representado por uma dízima periódica.*
( ) *Se* $x \geq 0$ *e* $x \leq 0$, *então* $x = 0$.
( ) *Se* $z \in \mathbb{N}$ *e* $x < y$, *então* $x\,z < y\,z$.
( ) *Se* $z \in \mathbb{R}$ *e* $x \leq y$, *então* $x\,z \leq y\,z$.
( ) $\sqrt{x^2} = x$ *para todo* $x \in \mathbb{R}$.
( ) *Se* $x > y$, *então* $|x - y| = x - y$.
( ) *Para quaisquer* $x, y \in \mathbb{R}$, *temos que* $|x + y| = |x| + |y|$.
( ) *Se* a *e* b *são números irracionais então* $a + b$ *também será um número irracional.*
( ) *Se* a *e* b *são números irracionais então* $a \cdot b$ *também será um número irracional.*
( ) *Se* a *e* b *são números racionais então* $a + b$ *também será um número racional.*
( ) *Se* a *e* b *são números racionais então* $a \cdot b$ *também será um número racional.*
( ) *Se* a *é um número racional e* b *é um número irracional então* $a + b$ *é um número irracional.*
( ) *Se* a *é um número racional e* b *é um número irracional então* $a \cdot b$ *é um número racional.*
( ) *Se* a *é um número racional e* b *é um número irracional então* $a \cdot b$ *é um número irracional.*
( ) *Se* $(a\,,b)$ *são as coordenadas cartesianas de um ponto que pertence a uma reta que tem coeficiente angular* $\frac{3}{2}$, *então o ponto* $(a + 2\,, b + 3)$ *também pertencerá a esta reta.*
( ) *Se duas retas são perpendiculares e nenhuma delas é paralela ao eixo* Oy, *então o produto de seus coeficientes angulares é* -1.
( ) *A reta que contém os pontos* $(1\,,-1)$ *e* $(2\,,2)$ *é paralela à reta de equação* $x - 3\,y = 7$.
( ) *A representação geométrica do gráfico da função* $y = x^2 + 1$ *é simétrico em relação ao eixo dos* Ox.
( ) *A representação geométrica do gráfico da equação* $x^2 - y^2 = 1$ *é simétrico em relação à reta* $y = x$.
( ) *A representação geométrica do gráfico da função* $y = x^2 + 1$ *é uma parábola.*
( ) *O maior diâmetro da elipse* $2\,x^2 + y^2 = 2$ *ocorre na direção horizontal.*
( ) *O vértice da parábola* $y = 2 - x^2$ *é ponto* $(0\,,2)$.
( ) *O domínio da função* f, *cuja lei de associação é* $f(x) = \sqrt{\dfrac{x}{2 - x}}$, *é o intervalo* $[0\,,2)$.
( ) *A imagem da função* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, *dada por* $f(x) = 4 - x^2$, *para* $x \in \mathbb{R}$, *é o intervalo* $(-\infty\,,4]$.
( ) *O subconjunto do plano* $\left\{(x\,,y) \in \mathbb{R}^2\,;\ ,\ x^2 + y^2 = 1\,,\ \text{com } y \geq 0\right\}$ *é a representação geométrica do gráfico de uma função da variável* x.

( ) *A imagem da função* $f : \left(\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \to \mathbb{R}$*, dada por* $f(x) = \frac{\operatorname{sen}(x)}{\cos(x)}$*, para* $x \in \left(\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ *é toda a reta* $\mathbb{R}$*.*

( ) *A equação* $\operatorname{sen}(2x) = 2$*, para* $x \in \mathbb{R}$*, é satisfeita para infinitos valores distintos de* x*.*

( ) *A equação* $[\operatorname{sen}(x) + \cos(x)]^2 - 1 = \operatorname{sen}(2x)$ *é válida para todo* $x \in \mathbb{R}$*.*

( ) $\sqrt{4} = \pm 2$.

( ) $\sqrt{9+16} = \sqrt{9} + \sqrt{16}$.

( ) $\frac{A.B}{C} = \frac{A}{C} . \frac{B}{C}$

( ) $\frac{A}{B+C} = \frac{A}{B} + \frac{A}{C}$

( ) $x^2 = 4$ *implica que* $x = \pm 2$.

Exercício 2 O número $x = \frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} + 2\sqrt{2}$ é racional ou irracional? Justifique sua resposta.

Exercício 3 A divisão áurea de um segmento de comprimento l é a divisão deste em duas partes na qual a menor está para a maior assim como a maior está para o todo, ou seja, a razão entre a parte menor e a maior é igual a razão entre a maior e o todo. Se l é racional, deduza que as partes (da divisão áurea) são irracionais. Se l é irracional, é possível deduzir algo? **Sugestão:** Fórmula de Báskara.

Exercício 4 (a) Se $x \geq 0$ e $x \leq y$, mostre que $x^2 \leq y^2$.

(b) Mostre que a afirmação anterior é falsa se considerarmos x, y quaisquer números reais.

(c) Se $0 \leq x \leq y$, justifique se $\sqrt{x} \leq \sqrt{y}$.

Exercício 5 Mostre que quaisquer que sejam os números reais x e y, temos que

$$x^3 < y^3 \text{ se e somente se } x < y.$$

Exercício 6 Seja $a \in (0, 1)$. Determine $r > 0$ de modo que $(a - r, a + r) \subset (0, 1)$.

Exercício 7 Sabemos que para todo a, b real tem-se $|a + b| \leq |a| + |b|$. Como consequência deste fato mostre que $||a| - |b|| \leq |a - b|$ e que $|\,|a| - |b|\,| \geq |a| - |b|$.

Exercício 8 Dê exemplo de números reais a e b tais que $|a + b| < |a| + |b|$. O que se pode dizer a respeito dos sinais desses números?

Exercício 9 *Resolva a equação* $\left|\frac{2x-1}{x+1}\right| = 3$.

Exercício 10 *Mostre que se* $|x + 3| < \frac{1}{2}$*, então* $|4x + 13| < 3$.

Exercício 11 *Encontre o conjunto solução,* **fornecendo suas respostas na forma de intervalos,** *para as seguintes desigualdades:*

a) $|1-3\,x| < 5$ b) $\left|x^2+3\right| > 3$ c) $x^2 < 9$

d) $x^2 > -1$ e) $x^2 < 6\,x - 5$ f) $x^3 > 27$

g) $\dfrac{x-6}{x+2} \geq 0$ h) $\dfrac{(x+2)\,(x-3)}{x\,\left(x^2+1\right)} < 0$ i) $\dfrac{8}{x} < x-2$

j) $\dfrac{3}{x-2} < \dfrac{1}{2\,x+1}$ k) $\dfrac{x^2}{x-2} - 1 \geq \dfrac{x^2+3}{x^2-4}$ l) $x^2 + 2\,x + 2 > 0$

m) **Forneça uma função cujo domínio seja a resposta da letra f)**

Exercício 12 *Encontre uma equação da reta que passa pelo ponto* $(1,-6)$*, paralela à reta* $x+2y=6$*.*

Exercício 13 *Mostre que as retas* $3x-5y+19=0$ *e* $10x+6y-50=0$ *são perpendiculares e ache o seu ponto de intersecção.*

Exercício 14 *Determine a equação geral das retas do plano* xOy*:*
a) que possua coeficiente angular -2 *e que contém o ponto* $(3\,,-1)$*.*
b) perpendicular à reta do plano xOy*, que tem equação geral dada por* $5\,x-2\,y=2$ *e que contém o ponto* $(-2\,,3)$*.*
c) tangente a circunferência que tem centro no ponto $(0\,,0)$ *e raio* 1*, no ponto* $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\,,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$*.*

Exercício 15
a) Encontre a distância do ponto $(1\,,-2)$ *à reta do plano* xOy*, que tem equação geral dada por* $3\,x-2\,y=0$*.*
b) Mostre que o segmento de reta ligando os pontos médios de dois lados de um triângulo qualquer é paralelo ao terceiro lado e tem a metade do comprimento deste.

Exercício 16 *Encontre a representação geométrica do gráfico de cada um dos conjuntos soluções das seguintes equações ou inequações:*

a) $x^2+y^2-6\,x+8\,y=0$ b) $x^2+y^2-10\,y+25=0$ c) $x^2+y^2<1$

d) $x^2+y^2 \geq 1$ e) $x=-\sqrt{1-y^2}$ f) $x^2+y^2<-1$

Exercício 17 *Um canhão é colocado na origem de um sistema de coordenadas* xOy*. Suponha que as coordenadas de um projétil atirado pelo canhão satisfaz as seguintes equações* $x=50\,t$ *metros e* $y=50\,t-t^2$ *metros, depois de* $\underline{t}$ *segundos do lançamento. Mostre que a trajetória do projétil é uma parábola. A que distância do canhão o projétil vai atingir o chão? Qual a altura máxima que o projétil atingirá após o disparo do canhão?*

Exercício 18 *Determine os vértices e o eixo de cada uma das parábolas abaixo e encontre as respectivas representações geométricas (gráficos):*

a) $y^2 = x$ b) $y = -x^2$ c) $y^2 - 4x - 4y = 0$

Exercício 19 *Esboce a região delimitada pelas curvas* $y = 4 - x^2$ *e* $x - 2y = 2$.

Exercício 20 *Faça o gráfico da função* $y = |\sin x|$.

Exercício 21 *Em um certo país, o imposto de renda é taxado da maneira a seguir: não existe nenhuma taxa para rendimentos de até US\$* 10.000,00. *Qualquer renda acima de US* \$10.000,00 *e abaixo de US\$* 20.000,00 *tem uma taxa de* 10%. *Qualquer renda acima de US\$* 20.000,00 *é taxada a* 15%.

(a) *Esboce o gráfico da taxa de impostos* R *como uma função da renda* I.

(b) *Qual o imposto cobrado sobre um rendimento de* \$14.000*? E sobre* \$26.000*?*

(c) *Esboce o gráfico do imposto total cobrado* T *como uma função da renda* I.

Exercício 22 *Um administrador de uma fábrica de móveis descobre que custa \$* 2.200 *para fabricar* 100 *cadeiras em um dia e \$* 4.800 *para produzir* 300 *cadeiras em um dia.*

(a) *Expresse o custo como uma função do número de cadeiras produzidas, supondo que ela seja linear. A seguir, esboce o gráfico.*

(b) *Qual a inclinação do gráfico e o que ela representa?*

(c) *Qual a intersecção com o eixo y do gráfico e o que ela representa?*

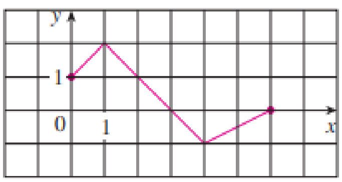
Exercício 23 *O gráfico de* f *é dado. Use-o para fazer o gráfico das seguintes funções:*

(a) $y = f(2x)$

(b) $y = f\left(\frac{1}{2}x\right)$

(c) $y = f(-x)$

(d) $y = -f(-x)$



Exercício 24 *Use os gráficos dados de* f *e* g *para determinar o valor de cada uma das expressões ou explique por que elas não estão definidas.*

(a) $f(g(2))$

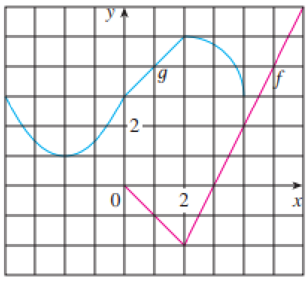
(b) $g(f(0))$

(c) $(f \circ g)(0)$

(d) $(g \circ f)(6)$

(e) $(g \circ g)(-2)$

(f) $(f \circ f)(4)$



Exercício 25 *Começando com o gráfico de* $y = e^x$*, escreva as equações correspondentes aos gráficos que resultam ao*

(a) deslocar 2 unidades para baixo.

(b) deslocar 2 unidades para a direita.

(c) refletir em torno do eixo x*.*

(d) refletir em torno do eixo y*.*

(e) refletir em torno do eixo x *e, depois, do eixo* y*.*

Exercício 26 *Classifique as funções abaixo em* constante, afim, polinomial, racional, qualquer*:*

a) $f(x) = x^5 + x^4 - 3x^2$, *para* $x \in \mathbb{R}$ b) $f(x) = x^{-3}$, *para* $x \in \mathbb{R}$ c) $f(x) = \dfrac{3x^2+3}{x^2+1}$, *para* $x \in \mathbb{R}$

d) $f(x) = 3 - 2x$, *para* $x \in \mathbb{R}$ e) $f(x) = c$, *para* $x \in \mathbb{R}$ f) $f(x) = \dfrac{\text{sen}(x)}{x^2}$, *para* $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Exercício 27
a) Existe alguma simetria na representação geométrica do gráfico de uma função par? Qual? e da representação do gráfico de uma função ímpar?
b) Mostre que dada uma funcão $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$*, podemos encontrar uma função* $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$*, que é uma função par, e uma função* $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$*, que é uma função ímpar, tal que* $f(x) = g(x) + h(x)$*, para* $x \in \mathbb{R}$.
c) Quais das seguintes funções abaixo são pares e quais são ímpares:

a) $f(x) = x^3$, *para* $x \in \mathbb{R}$ b) $f(x) = |x|$, *para* $x \in \mathbb{R}$ c) $f(x) = x\left(x^3 - x\right)$, *para* $x \in \mathbb{R}$

d) $f(x) = x^4 + x^2$, *para* $x \in \mathbb{R}$ e) $f(x) = \dfrac{x^3 + x}{x^2 + 1}$, $x \in \mathbb{R}$ f) $f(x) = \mathrm{tg}(x)$, *para* $x \in \left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right)$

Exercício 28 *Consideremos as funções* $[x]$ = *maior inteiro menor ou igual a* $\underline{x}$ *e* $\{x\}$ = *distância de* $\underline{x}$ *ao inteiro mais próximo. Encontre a representação geométrica do gráfico das seguintes funções:*

a) $f(x) = \{x\}$, *para* $x \in \mathbb{R}$ b) $f(x) = [x]$, *para* $x \in \mathbb{R}$

c) $f(x) = x - [x]$, *para* $x \in \mathbb{R}$ d) $f(x) = \dfrac{1}{4}\{4x\}$, *para* $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Exercício 29 *Verifique quais das funções abaixo são periódicas e nos casos em que forem periódicas encontrar o seu período fundamental:*

a) $f(x) = \mathrm{sen}(2x)$, *para* $x \in \mathbb{R}$ b) $f(x) = \mathrm{sen}(x) + \mathrm{sen}(\pi x)$, *para* $x \in \mathbb{R}$
c) $f(x) = [x]$, *para* $x \in \mathbb{R}$ d) $f(x) = 3\cos(x + 2)$, *para* $x \in \mathbb{R}$

Exercício 30
1) Converta de graus para radianos:

a) 15º b) 105º c) 135º d) 630º

2) Converta de radianos para graus:

a) $\dfrac{5\pi}{3}$ b) $\dfrac{7\pi}{15}$ c) $\dfrac{25\pi}{3}$ d) $\dfrac{\pi}{5}$

Exercício 31 *Um ponto se move de tal modo que a razão de suas distâncias a dois pontos fixos é uma constante* $c \neq 1$. *Mostre que o lugar geométrico desses pontos é uma circunferência.*

Exercício 32
a) Calcule a área da região limitadado plano xOy*, delimitada pelas representações geométricas dos gráficos das curvas* $y = 3x$, $x^2 + y^2 = 9$, $x^2 + y^2 = 4$ *e* $y = 0$.
b) Se $h \neq 0$*, calcule o valor do quociente* $\dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$ *para as seguintes funções:*

i) $f(x) = x^2 + x$, *para* $x \in \mathbb{R}$ ii) $f(x) = 3x + 5$, *para* $x \in \mathbb{R}$
iii) $f(x) = \mathrm{sen}(x)$, *para* $x \in \mathbb{R}$ iv) $f(x) = x^3$, *para* $x \in \mathbb{R}$

Exercício 33
a) Quando uma função é injetora? Como caraterizar a injetividade de uma função analisando a representação geométrica do seu gráfico?
b) Quando uma função é sobrejetora? Como caraterizar a sobrejetividade de uma função analisando a representação geométrica do seu gráfico?
c) Quando uma função é bijetora? Como caraterizar a bijetividade de uma função analisando a representação geométrica do seu gráfico?

Exercício 34 *Em cada um dos itens abaixo diga se a função é injetora , sobrejetora, bijetora:*

$$\begin{aligned}
&\text{a) } f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\,,\ \textit{dada por } f(x)=5x+1\,,\ \textit{para } x\in\mathbb{R}\\
&\text{b) } f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\,,\ \textit{dada por } f(x)=x^2+4\,,\ \textit{para } x\in\mathbb{R}\\
&\text{c) } f:\left[0\,,\frac{3\pi}{2}\right]\to[-1\,,1]\,,\ \textit{dada por } f(x)=\cos(x)\,,\ \textit{para } x\in\left[0\,,\frac{3\pi}{2}\right)\\
&\text{d) } f:[0,\infty)\to[4\,,\infty)\,,\ \textit{dada por } f(x)=x^2+4\,,\ \textit{para } x\in\mathbb{R}\\
&\text{e) } f:\left(-\frac{\pi}{2}\,,\frac{\pi}{2}\right)\to\mathbb{R}\,,\ \textit{dada por } f(x)=\operatorname{tg}(x)\,,\ \textit{para } x\in\left(-\frac{\pi}{2}\,,\frac{\pi}{2}\right)\\
&\text{g) } f:[0\,,\infty)\to\mathbb{R}\,,\ \textit{dada por } f(x)=x^2+4\,,\ \textit{para } x\in\mathbb{R}
\end{aligned}$$

Exercício 35
a) Seja $f: A\subseteq\mathbb{R}\to B\subseteq\mathbb{R}$ *uma função que admite função inversa. Então* f^{-1} *é igual a* $\frac{1}{f}$*? justifique sua resposta.*
b) Quais as funções do Exercício 34. admitem função inversa? quando admitir, encontrar a lei de associação da função inversa.

Exercício 36 *Encontre uma fórmula para a função inversa de*

$$y=\frac{e^x}{1+2e^x}.$$

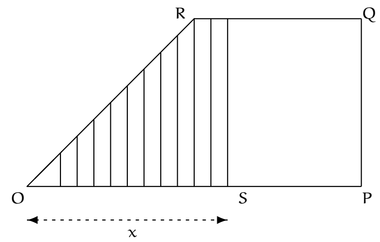
Exercício 37 *Durante uma noite um homem de* $1,80$ *metros de altura estava parado, ao nível da rua, perto de um poste de iluminação de* $4,50$ *metros que está aceso. Exprima o comprimento de sua sombra como função da distância que ele está do poste.*

Exercício 38 *Dois homens saem, no mesmo instante, numa caminhada do mesmo ponto por caminhos retilíneos e perpendiculares. Um anda a velocidade de* $2\,\mathrm{km/h}$ *e o outro a* $3\,\mathrm{km/h}$*. Exprima a distância entre eles como função do tempo que eles caminharam.*

Exercício 39 *Um reservatório contém um líquido, não homogêneo, em equilíbrio, e cuja densidade aumenta linearmente com a profundidade,* $\underline{h}$*, valendo* ρ_o *na superfície e* ρ_1 *no fundo do reservatório. Encontre a função que descreve a densidade do líquido* ρ*, em função da profundidade* $\underline{h}$ *(isto é,* $\rho=\rho(h)$*).*

Exercício 40 *Um objeto é lançado, verticalmente, e sabe-se que no instante* $\underline{t}$ *segundos, sua altura é dada por* $h(t) = 4\,t - t^2$ *quilômetros, para* $t \in [0\,,4]$.
a) Encontre a representação geométrica do gráfico da função $h = h(t)$.
b) Qual é a altura máxima atingida pelo objeto? Em que instante essa altura é atingida?

Exercício 41
Na figura ao lado, OPQR *é um trapézio tal que* $\overline{OP} = 10$ *cm,* $\overline{PQ} = \overline{QR} = 5$ *cm. A partir de um ponto* S*, pertencente ao lado* OP*, traça-se uma perpendicular a esse lado. Sendo* $\overline{OS} = x$*, a área* A *da região sombreada na figura ao lado pode ser obtida como uma função de* $\underline{x}$*, isto é,* $A = A(x)$*. Encontre essa função.*

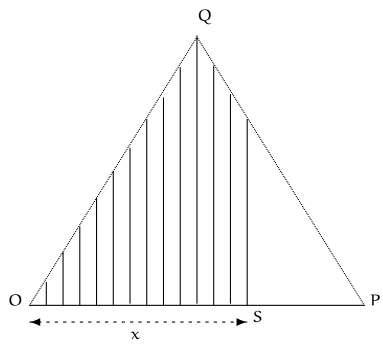


Exercício 42 *Entre os retângulos de perímetro (isto é, soma dos lados)* $2p$ *qual terá maior área?*

Exercício 43 *Um arame de* $10\,\text{cm}$ *de comprimento deve ser cortado em dois pedaços, um dois quais será torcido de modo a formar um quadrado, e o outro, a formar uma circunferência. De que modo deverá ser cortado o fio para que a soma das áreas das regiões limitadas pelo quadrado e pela circunferência acima seja a maior possível?*

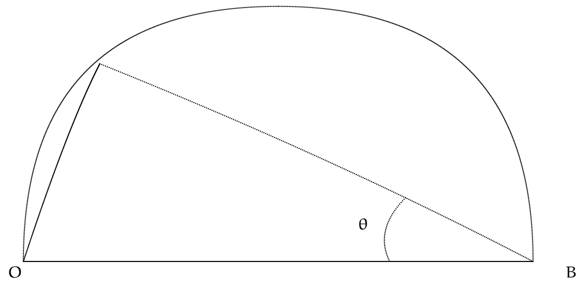
Exercício 44

Na figura ao lado, OPQ *úm triângulo isósceles cuja base,* OP*, mede* $10\,\text{cm}$ *e cuja altura, relativa à base* OP*, também mede* $10\,\text{cm}$*. A partir de um ponto* S*, pertencente ao lado* OP*, traça-se uma perpendicular a esse lado. Sendo* $\overline{OS} = x$*, a área da região sombreada ao lado pode ser descrita como uma função de* $\underline{x}$*, isto é,* $A = A(x)$*. Encontre a função* $A = A(x)$*.*

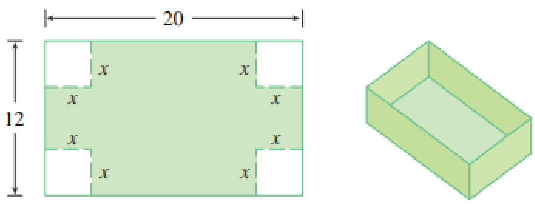


Exercício 45

Na figura ao lado está representada uma semi-circunferência cujo diâmetro, OB, tem valor igual à $b > 0$. A cada valor do ângulo θ (como na figura) corresponde um, e somente um, triângulo retângulo inscrito na semi-circunferência. Encontre a função $A = A(\theta)$ que nos fornece a área do triângulo obtido quando o ângulo é θ.



Exercício 46 *Uma caixa sem tampa deve ser construída de um pedaço retangular de papelão com dimensões 12 cm por 20 cm. Para isso, devem-se cortar quadrados de lados x de cada canto e depois dobrar, conforme mostra a figura. Expresse o volume V da caixa como uma função de x.*



Exercício 47 *Em cada um dos itens abaixo determine os domínios máximos de f e g. Determine também as imagens de f e g. Verifique se a imagem de f está contida no domínio de g e, neste caso, encontre $h = g \circ f$. Encontre também a imagem de h.*

(a) $g(x) = 3x + 1$ *e* $f(x) = x + 2$

(b) $g(x) = 2 + x^2$ *e* $f(x) = \sqrt{x}$

(c) $g(x) = \dfrac{1}{x}$ *e* $f(x) = \dfrac{1}{x+1}$

(d) $g(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$ *e* $f(x) = \sqrt{x}$

(e) $g(x) = 1 - x^2$ *e* $f(x) = \sin x$

(f) $g(x) = x^3$ *e* $f(x) = \sqrt{x}$

(g) $g(x) = \ln(x)$ *e* $f(x) = 1 - x^2$

(h) $g(x) = e^x$ *e* $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$

(i) Qual a definição do domínio de $h = g \circ f$?

(j) Qual o domínio de $h = g \circ f$ nos itens de (a) até (g)?

Exercício 48 *Se $f, g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ são ambas pares, verifique que $f \circ g$ e $g \circ f$ são funções pares. Mostre também que, se f e g são ambas ímpares, então $f \circ g$ e $g \circ f$ são ímpares. O que se pode dizer das composições $f \circ g$ e $g \circ f$ se f for par e g for ímpar?*

Exercício 49 *Para cada uma das funções* g *dadas abaixo, encontre* f *tal que* $f(g(x)) = x$, *para todo* $x \in D_g$.

(a) $g(x) = \dfrac{1}{x}$ *e* $D_g = \{x \in \mathbb{R}; x \neq 0\}$

(b) $g(x) = 2 + \dfrac{3}{x+1}$ *e* $D_g = \{x \in \mathbb{R}; x \neq -1\}$

(c) $g(x) = \dfrac{x+2}{x+1}$ *e* $D_g = \{x \in \mathbb{R}; x \neq -1\}$

(d) $g(x) = x^2 - 2x$ *e* $D_g = \{x \in \mathbb{R}; x \geq 1\}$

(e) $g(x) = x^2 - 4x + 3$ *e* $D_g = \{x \in \mathbb{R}; x \geq 2\}$

Exercício 50 *Expresse a área e o perímetro de um triângulo equilátero em função do comprimento* x *do triângulo.*

Exercício 51 *Expresse o comprimento da aresta de um cubo em função do comprimento da diagonal* d. *Depois, expresse a área da superfície e o volume do cubo em função do comprimento da diagonal.*

Exercício 52 *Para que uma curva seja simétrica em relação ao eixo* x, *o ponto* (x, y) *deverá estar na curva se, e somente se, o ponto* $(x, -y)$ *também estiver na curva. Explique por que uma curva simétrica em relação ao eixo* x *não é o gráfico de uma função a não ser que a função seja* $y = 0$.