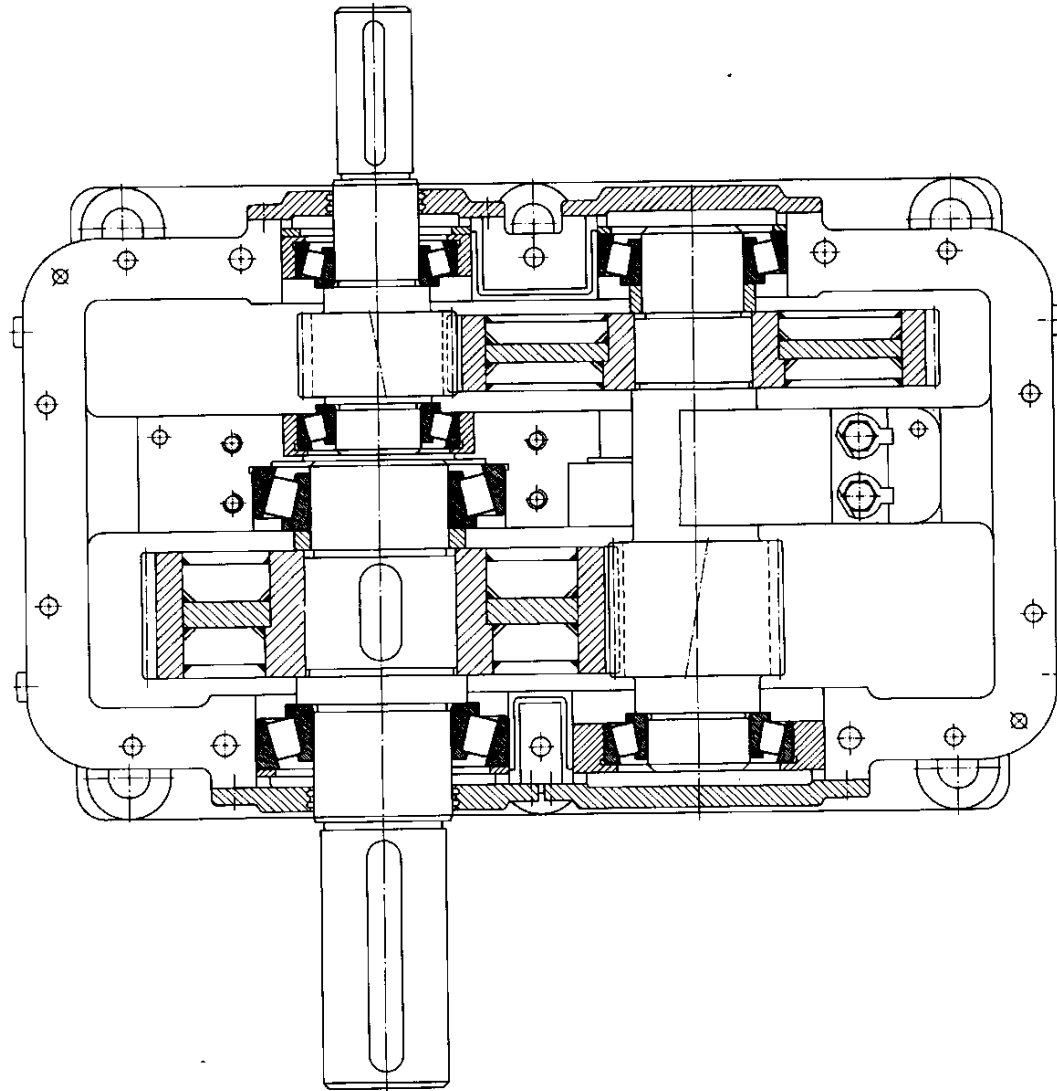


## 6- Eixos



## 6 - Eixos

### 6.1- Introdução

Definição : Elemento sobre o qual se assentam partes giratórias de uma máquina e que recebe destas as cargas de trabalho que devem ser descarregadas na estrutura da máquina.

- Função : Transmitir esforços
  - Flexão
  - Torção
  - Axiais
- Movimento : Fixos ou rotativos

Nome	Uso	Tipo		Esforços		
		Fixos	Girantes	Flexão	Torção	Axiais
Eixos	normal		X	X	X	X
Eixos-árvore	precisão		X	X	X	X
Fusos*	normal		X			X
Varões*	grosseira	X	X		X	X

\*  $L/D \gg 50$

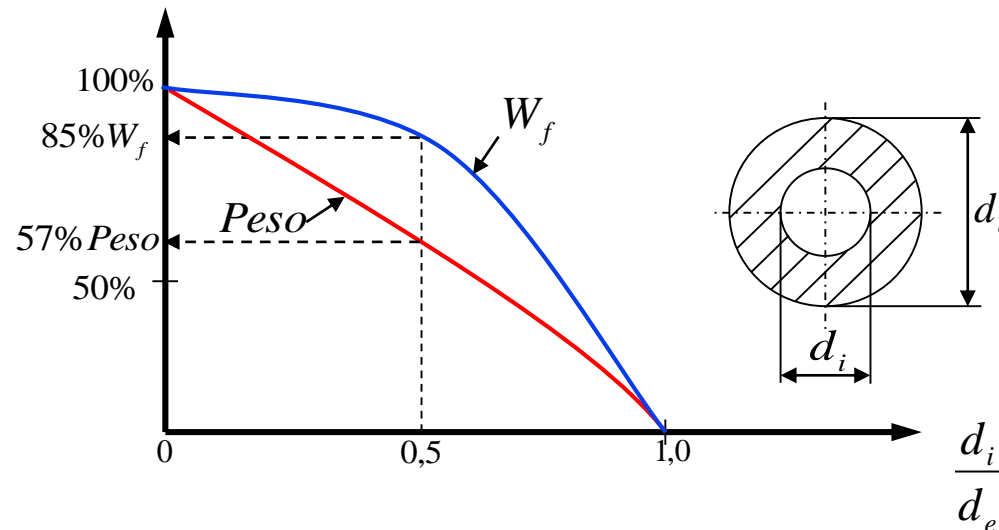
## 6.2 - Construção de eixos

### a) Formas construtivas

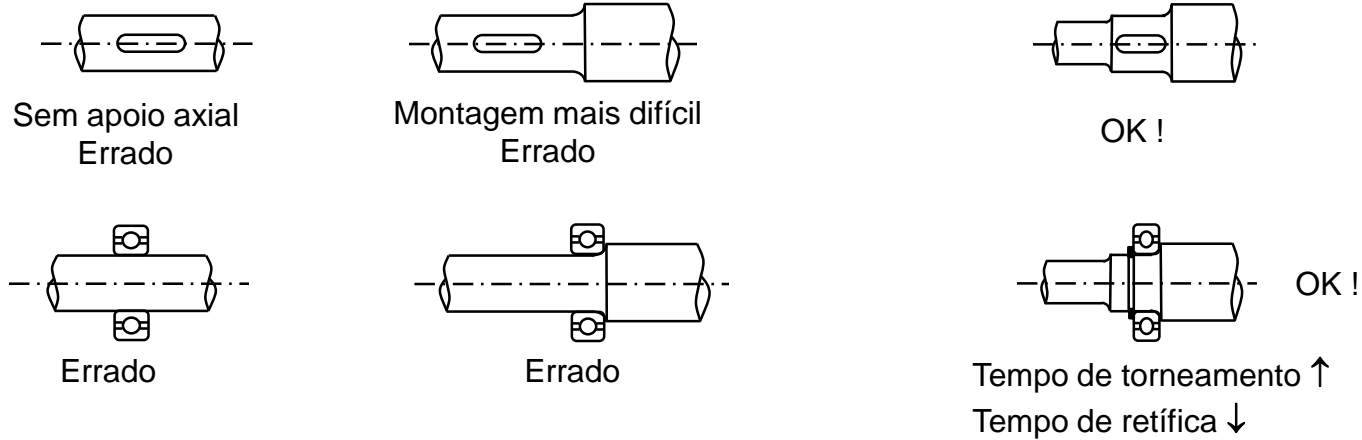
- cheios
- vasados
- lisos
- escalonados
- Secção circular
- Secção retangular
- Secção hexagonal
- Perfilados
- Articulados
- Telescópicos
- Flexíveis

Eixos devem ser *mais curtos* possíveis  $\downarrow L \Rightarrow \downarrow \emptyset \Rightarrow \downarrow \$$  diminuir custos

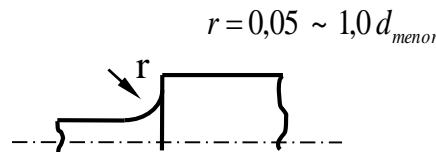
Redução de peso obtida com eixos vazados.



Escalonamento, a grande maioria dos eixos é escalonada.

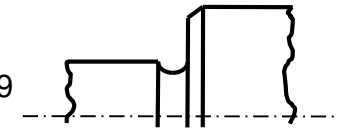


Raios de arredondamento



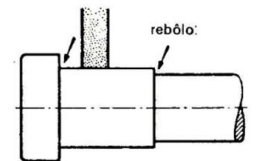
Encosto de rolamentos  
Saída de ferramentas

Canal de alívio DIN 509



Superfícies funcionais de eixos

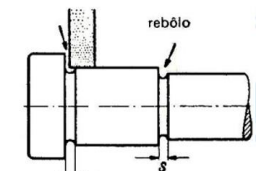
- Assento de mancais : impõe posição
- Assento/encosto engrenagens/polias : transmite forças



Quando necessário :

- especificar rugosidade
- especificar tolerância de forma e posição

concentricidade  
coaxialidade  
paralelismo  
batida



## Vídeos:

### - Alinhamento de eixos:

[https://www.youtube.com/watch?v=aiZ3lIXNCeA&list=PLYK9\\_94DeiZUmWr3QLiO-52iO3xFjjWUz&index=1](https://www.youtube.com/watch?v=aiZ3lIXNCeA&list=PLYK9_94DeiZUmWr3QLiO-52iO3xFjjWUz&index=1)

[https://www.youtube.com/watch?v=xA5ocDndLyw&list=PLYK9\\_94DeiZUmWr3QLiO-52iO3xFjjWUz&index=2](https://www.youtube.com/watch?v=xA5ocDndLyw&list=PLYK9_94DeiZUmWr3QLiO-52iO3xFjjWUz&index=2)

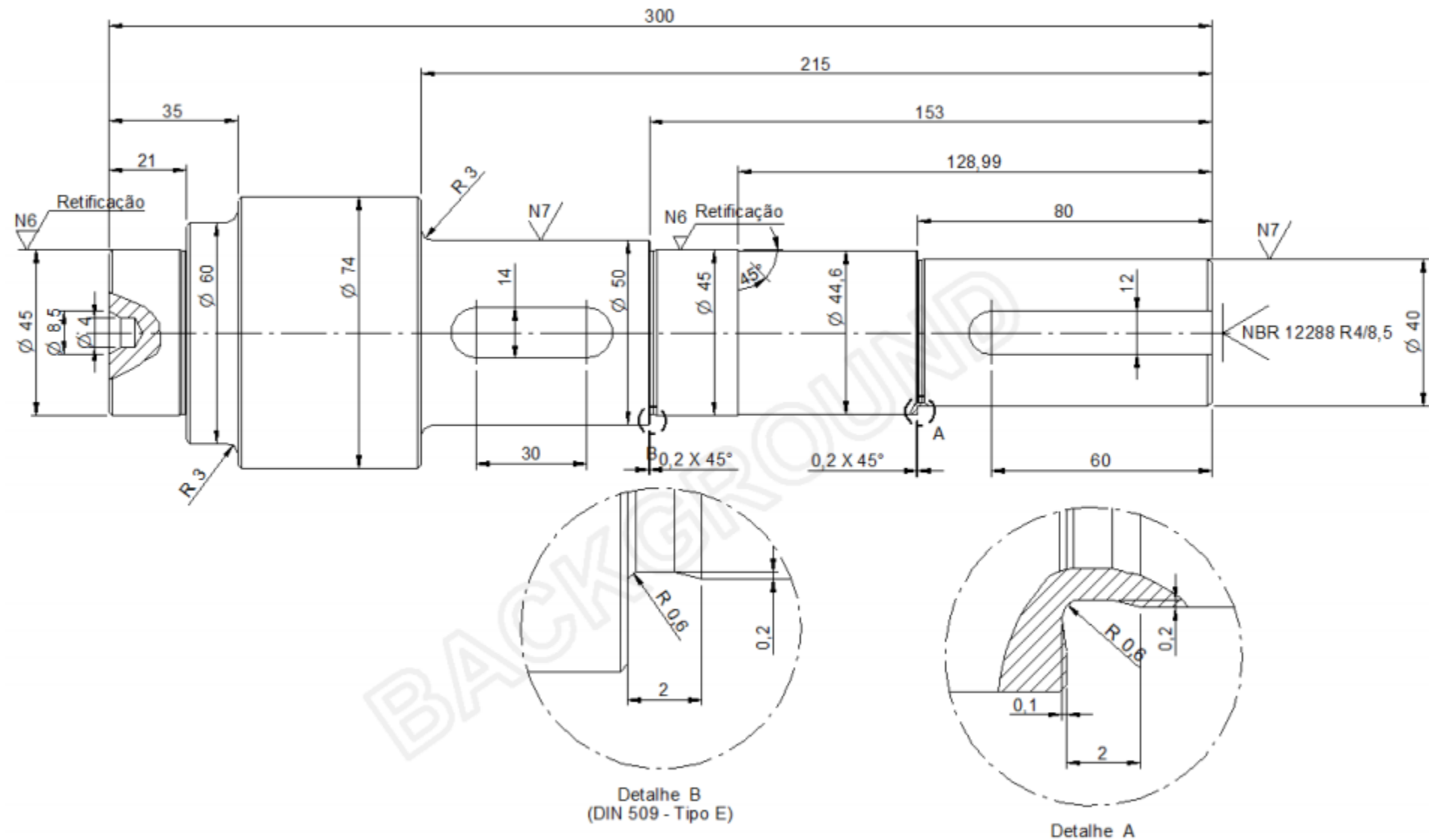
[https://www.youtube.com/watch?v=JILP\\_4GJJH0](https://www.youtube.com/watch?v=JILP_4GJJH0)

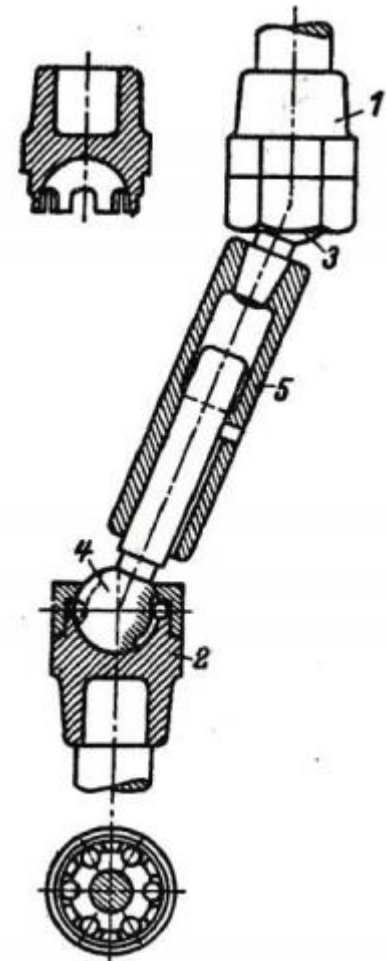
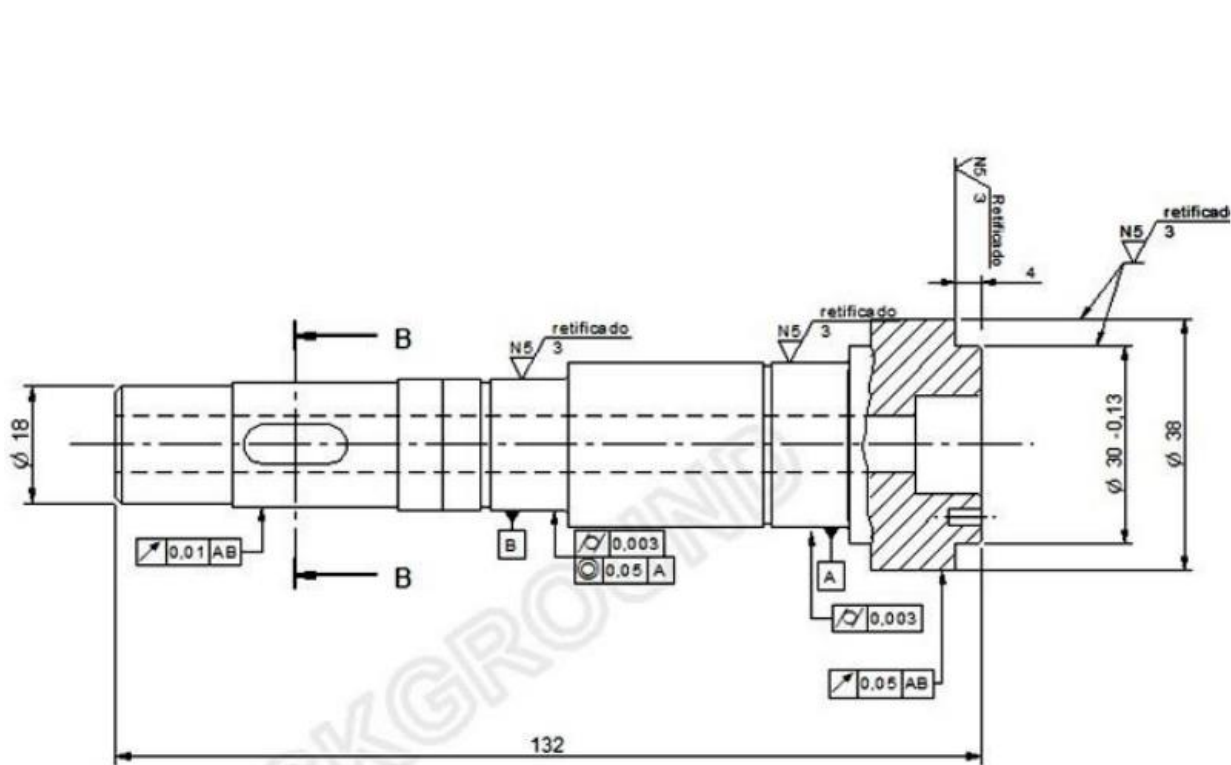
### - Folga em mancais:

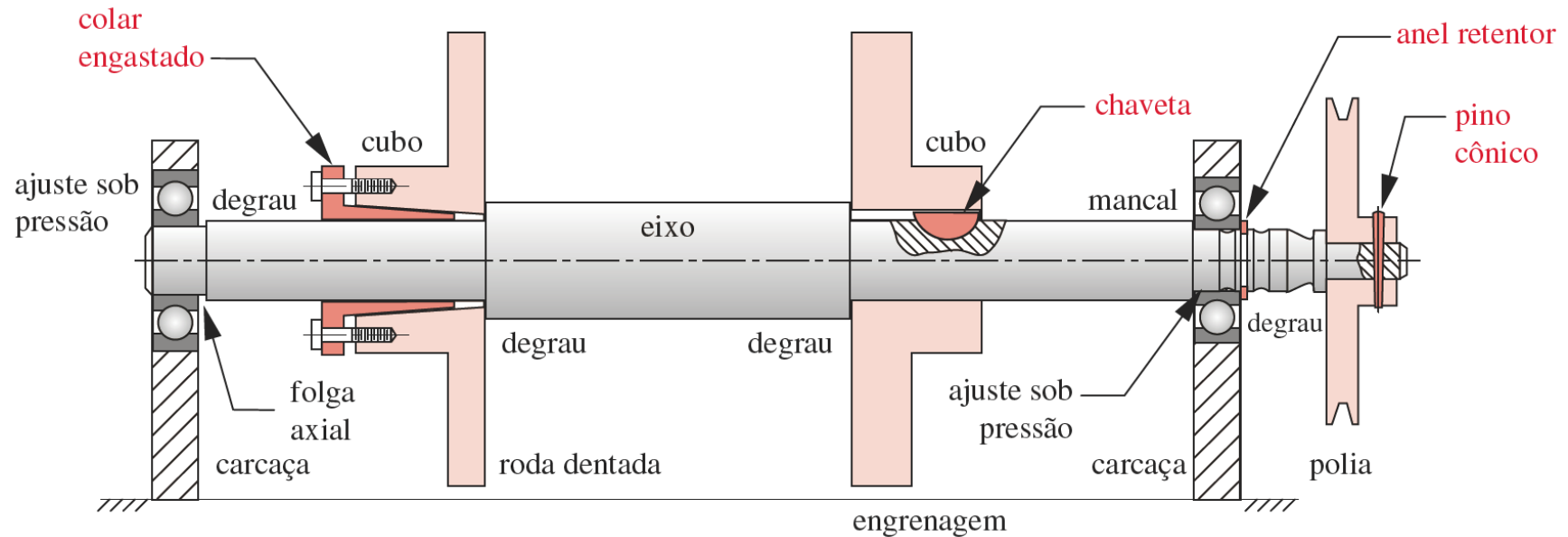
[https://www.youtube.com/watch?v=nmHwoTjVVbY&list=PLYK9\\_94DeiZUmWr3QLiO-52iO3xFjjWUz&index=11](https://www.youtube.com/watch?v=nmHwoTjVVbY&list=PLYK9_94DeiZUmWr3QLiO-52iO3xFjjWUz&index=11)

### - Mancais de deslizamento:

<https://youtu.be/CGLiInG01hg>

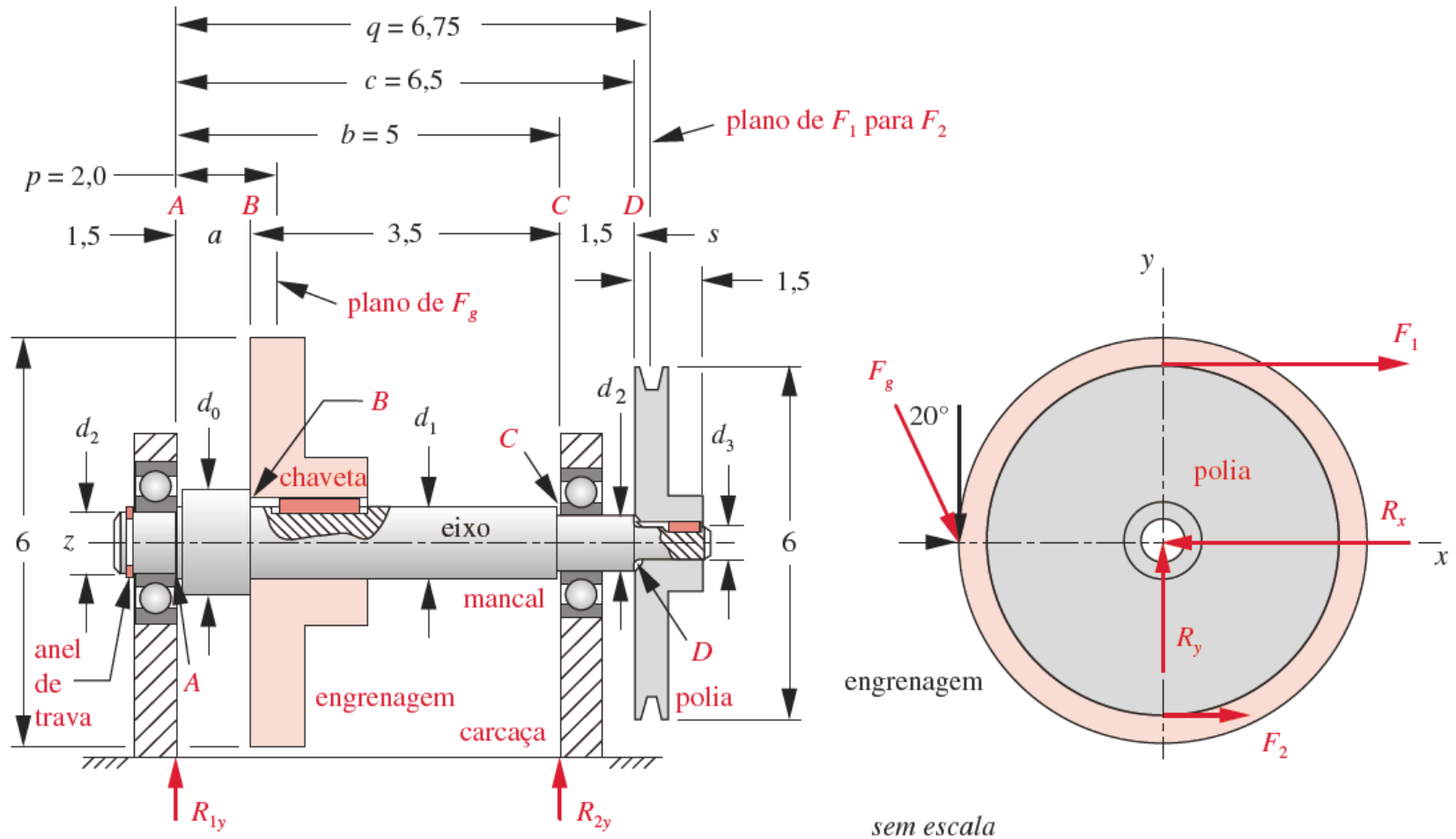






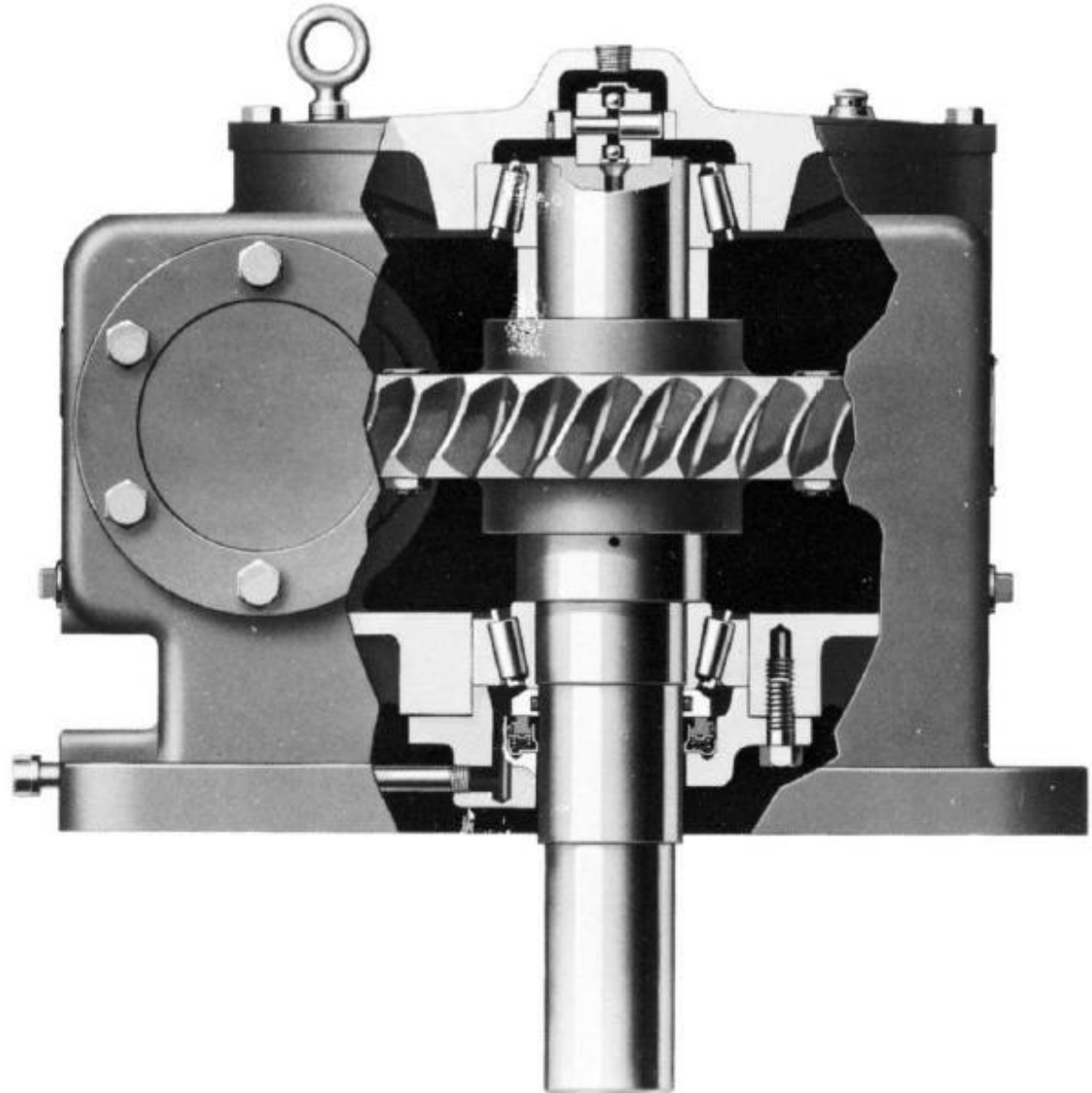
Vários métodos para fixar elementos a eixos. (Norton, R. L. Projeto de Máquinas, Fig. 10.2)



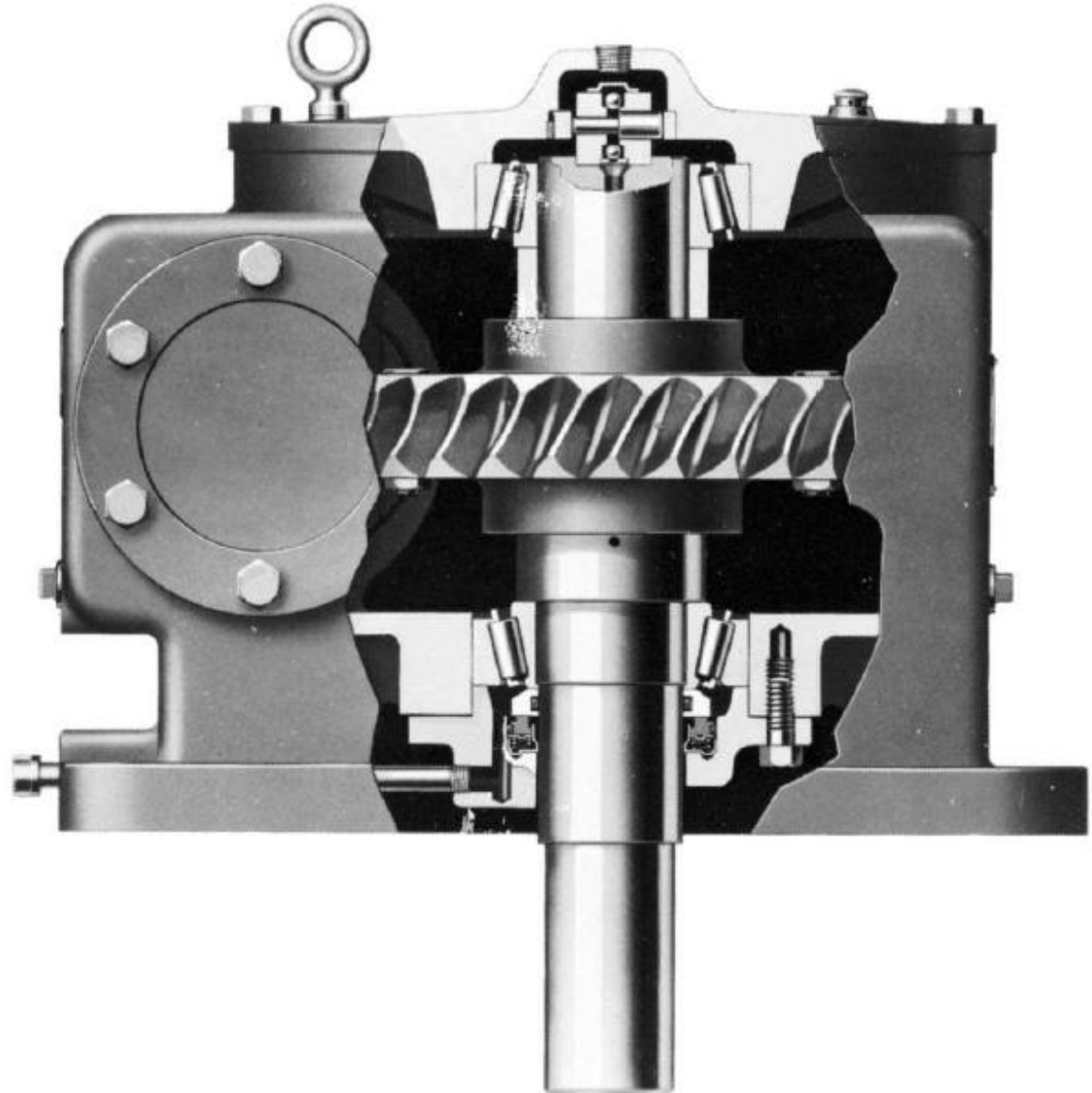


Exemplo de montagem de eixo e forças atuantes . (Norton, R. L. Projeto de Máquinas, Fig. 10.5)

Redutor de velocidades vertical.  
(Shigley, J. E. et al, Mechanical  
Engineering Design, Fig. 7.1)



**Redutor de velocidades vertical.  
(Shigley, J. E. et al, Mechanical  
Engineering Design, Fig. 7.1)**



## b) Fabricação

- Facear e abrir furo de centro
- Tornear face e longitudinal

▽ e ▽ ▽ }  
 tornos universais  
 tornos copiadores  
 tornos CNC

- Tratamento térmico : temperar, revenir
- Acabamento

Assento de mancais : retífica  
 Assento de engrenagens e polias : torneamento  
 Superfícies acessórias : torneamento

▽▽▽▽  $R_a = 0.3 \sim 2.5 [\mu m]$   
 ▽▽  
 ▽

## c) Materiais para construção de eixos

Matéria prima : {  
 • forjados  
 • laminados  
 • trefilados } barras de até Ø150 mm

- Alta resistência
- Pequena sensibilidade a concentração de tensões

• Boa usinabilidade

• Beneficiável :

{  
 tempera / revenido  
 tempera localizada : nitretação, indução ...

Aço carbonos : 1020 ~ 1050

Aços liga: Cr, Mn, Mo (86XX, 43XX)

Aço	$\sigma_e$ [Kgf/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{Rt}$ [Kgf/mm <sup>2</sup> ]
1020	26	42 ~ 50
1030	30	50 ~ 60
1040	34	70 ~ 72
1050	37	70 ~ 85
8620	60	80 ~ 110
8640	70	100 ~ 130
4320	65	90 ~ 120
4340	70	90 ~ 105

Obs.:

1) Usa-se :  $\tau_{e,R} = \alpha \cdot \sigma_{e,R}$

como orientação :  $\alpha = 0.577$  para fadiga  
 $\alpha = 0.8$  solicitação estática

2) A fragilidade do aço (tanto aço liga como ao carbono) depende da porcentagem de carbono, como abaixo:

Até XX35 : dúctil

Acima XX40 : frágil

1	2	3	4	5	6	7	8
AISI nº	Tratamento	Temperatura °C (°F)	Resistência à tração MPa (kpsi)	Resistência ao escoamento MPa (kpsi)	Alongamento %	Redução em área, %	Dureza Brinell
1030	Q&T*	205 (400)	848 (123)	648 (94)	17	47	495
	Q&T*	315 (600)	800 (116)	621 (90)	19	53	401
	Q&T*	425 (800)	731 (106)	579 (84)	23	60	302
	Q&T*	540 (1000)	669 (97)	517 (75)	28	65	255
	Q&T*	650 (1200)	586 (85)	441 (64)	32	70	207
	Normalizado	925 (1700)	521 (75)	345 (50)	32	61	149
	Recozido	870 (1600)	430 (62)	317 (46)	35	64	137
1040	Q&T	205 (400)	779 (113)	593 (86)	19	48	262
	Q&T	425 (800)	758 (110)	552 (80)	21	54	241
	Q&T	650 (1200)	634 (92)	434 (63)	29	65	192
	Normalizado	900 (1650)	590 (86)	374 (54)	28	55	170
	Recozido	790 (1450)	519 (75)	353 (51)	30	57	149
1050	Q&T*	205 (400)	1120 (163)	807 (117)	9	27	514
	Q&T*	425 (800)	1090 (158)	793 (115)	13	36	444
	Q&T*	650 (1200)	717 (104)	538 (78)	28	65	235
	Normalizado	900 (1650)	748 (108)	427 (62)	20	39	217
	Recozido	790 (1450)	636 (92)	365 (53)	24	40	187
4140	Q&T	205 (400)	1770 (257)	1640 (238)	8	38	510
	Q&T	315 (600)	1550 (225)	1430 (208)	9	43	445
	Q&T	425 (800)	1250 (181)	1140 (165)	13	49	370
	Q&T	540 (1000)	951 (138)	834 (121)	18	58	285
	G&T	650 (1200)	758 (110)	655 (95)	22	63	230
	Normalizado	870 (1600)	1020 (148)	655 (95)	18	47	302
	Recozido	815 (1500)	655 (95)	417 (61)	26	57	197
4340	Q&T	315 (600)	1720 (250)	1590 (230)	10	40	486
	Q&T	425 (800)	1470 (213)	1360 (198)	10	44	430
	Q&T	540 (1000)	1170 (170)	1080 (156)	13	51	360
	Q&T	650 (1200)	965 (140)	855 (124)	19	60	280

Fonte: ASM Metals Reference Book, 2d ed., American Society of Metal, Metals Park, Ohio, 1983.

\* Temperado em banho de água

Fonte: SHIGLEY, J.E., Projeto de engenharia mecânica, Ed. Bookman, 7ed, 2005, p.931-932

$$\tau_{e,R} = \alpha \cdot \sigma_{e,R}$$

como orientação :

$\alpha = 0.577$  para fadiga

$\alpha = 0.8$  solicitação estática

#### d) Causas de rupturas em eixos

- Fadiga
  - cálculos ou hipóteses incorretas
- Erros de avaliação da sollicitação dinâmica
- Sobrecargas não previstas
- Apreciação incorreta dos pontos ou valor das concentrações de tensões
- Montagem incorreta
  - folga excessiva
  - pré-carga excessiva
  - falta de liberdade para dilatação térmica
  - montagem incorreta dos rolamentos
- Flecha de trabalho excessiva
- Falta de rigidez flexional
- Falta de rigidez torcional

### 6.3- Cálculo de Eixos

- Quanto à resistência mecânica (ou à  $\sigma_{adm}$ )
- Quanto à rigidez (ou à flecha admissível)
- Quanto à velocidade crítica (frequência natural)

**Eixos comuns**



cálculo à  $\sigma_{adm}$

$$\sigma \leq \sigma_{adm}$$

- eixos de redutores de velocidade
- eixos de laminadores
- eixos de máquinas de elevação
- eixos de transmissão (carros / caminhões)

**Eixos de precisão**



cálculo à flecha admissível

$$\sigma_{trab} \ll \sigma_R$$

limitante é deflexão

$$\delta \leq \delta_{adm}$$

- eixos árvore de máquinas ferramentas
- aparelhos de metrologia

**Eixos com rotação elevada**



um dos critérios anteriores  
+  
velocidade crítica

$$\omega < \omega_{crit}$$

- eixos árvore de retificadoras internas : 50000 [rpm]
- eixos centrifugadores : 30000 [rpm]
- giroscópios : 20000 [rpm]



## Roteiro Geral de Projeto de Eixos

### 1 – Cálculos de pré-dimensionamento (estático)

- simplificações →  $\emptyset$

### 2 – Desenho preliminar

- localização de seções críticas

### 3 – Cálculos de verificação

- resistência mecânica
- rigidez
- velocidade crítica

### 4 – Desenho final

OBS.: O roteiro e a maioria dos cálculos de verificação servem para peças em geral além de eixos

## 6.4 - Cálculo de Eixos quanto a resistência mecânica

$$\sigma^* \leq \sigma_{adm}$$

$\sigma^*$	<b>Solicitação Estática</b>	$\sigma^* = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$
$\sigma_{adm}$		$\sigma_{adm} = \frac{\text{tensão limite}}{s}$ <p>Também usado para pré-dimensionamento</p>

## 6.4.1- Cálculo da Tensão Admissível – análise estática

### a) Sob solicitação estática

$$\sigma_{adm} = \frac{\text{tensão limite}}{a \times b \times c \times d}$$

solicitação estática :

- “não fadiga”
- solicitação variável baixa ciclagem
- pré dimensionamento ←

### Tensão Limite

Orientação geral :

- material dúctil :  $\sigma_e$
- material frágil :  $\sigma_R$

Outras situações possíveis para Tensão Limite (TL)

- $T_e$
- $\sigma_{flambagem}$
- $\sigma_{pressão\ esp}$
- limite de resistência : “creep”
- limite de resistência ao desgaste

Determinação da Tensão Limite deve levar em conta :

- condições de serviço
- resistência do material sob carga
- condições de segurança

## Coeficientes de segurança (s)

$$s = a.b.c.d$$

Fatores que influenciam em  $s$  :

### - Material da peça

- homogêneo
- bem especificado  $\uparrow$   $s \downarrow$

### - Cargas atuantes

- constante ou variável
- modo de aplicação suave e bem distribuída
- valor bem conhecido  $\uparrow$
- Sobrecarga  $\downarrow$   $s \downarrow$

### - Perigos de falha

- danos à propriedade  $\downarrow$
- danos à vida  $\downarrow$   $s \downarrow$

### - Classe de máquinas

## Fatores

### a – garante que a peça trabalhe no regime elástico

$$a = \frac{\text{T.L.}}{\text{limite elástico}} \Rightarrow \sigma_{\text{adm}} = \frac{\text{limite elástico}}{b \cdot c \cdot d}$$

limite elástico :  $\left\{ \begin{array}{l} \text{material dúctil} : \sigma_e \\ \text{material frágil} : \sigma_p \text{ (proporcional } \sigma \propto \epsilon \text{)} \\ \text{estimado com } \epsilon = 0.002 \end{array} \right.$

Valor típico :  $a = 1.5 \sim 2.0$

Se  $\text{T.L.} = \sigma_e \Rightarrow a = 1.0$

### b – fator do tipo de carga

Carga constante :  $b = 1.0$   
 Variável sem reversão :  $b = 1.5 \sim 2.0$   
 Variável com reversão :  $b = 2.0 \sim 3.0$

### c – fator do tipo de aplicação de carga

carga aplicada gradualmente :  $c = 1.0$   
 com choque  $\left\{ \begin{array}{l} \text{normal} : c = 2.0 \\ \text{pesado} : c = 3.0 \\ \text{violento} : c = 5.0 \end{array} \right.$

### d – fator geral de segurança

Depende da análise conjunta de todos fatores que influenciam em S

Orientação geral :  $\left\{ \begin{array}{l} \text{material dúctil} : d = 1.5 \sim 2.0 \\ \text{material frágil} : d = 2.0 \sim 3.0 \end{array} \right.$

### 6.4.2 - Cálculo à fadiga – análise dinâmica

$$\sigma^* \leq \sigma_{adm}$$

$\sigma^*$	<b>Solicitação Dinâmica</b>	$\sigma^* = \sqrt{(\sigma_{\max} \cdot \beta_{kf})^2 + H^2 (\tau_{\max} \cdot \beta_{kt})^2}$
$\sigma_{adm}$		$\sigma_{adm} = S_{Fadm} = S_F \frac{b_1 \cdot b_2 \cdot b_3}{\beta_k \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \cdot \eta_5}$

### 6.4.3 - Resumo geral

$$\sigma^* \leq \sigma_{adm}$$

$\sigma^*$	Solicitação Estática	$\sigma^* = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2}$ $\sigma = \sigma_{max}$ $\tau = \tau_{max}$
	Solicitação Dinâmica	$\sigma^* = \sqrt{(\sigma \cdot \beta_{kf})^2 + H^2 \cdot (\tau \cdot \beta_{kt})^2}$ $H = \frac{\sigma_{faf} \cdot \beta_{kt}}{\tau_e \cdot \beta_{kf}}$
$\sigma_{adm}$	Solicitação Estática	$\sigma_{adm} = \frac{\text{tensão limite}}{s}$
	Solicitação Dinâmica	$\sigma_{adm} = S_{Fadm} = S_F \cdot \frac{b_1 \cdot b_2 \cdot b_3}{\beta_k \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \cdot \eta_5}$

## Passos para dimensionamento do eixo

1. Croqui do eixo para planejamento, aqui se observa: o comprimento; escalonamentos; apoios de: rolamentos, engrenagem, polias; rasgos de anéis elásticos, saídas de rebolo, rasgos para chavetas, acabamentos superficiais;
2. Determinação das forças, das reações de apoio e desenho dos Diagramas esforços;
3. Determinação do Momento Equivalente ( $M_{eq}$ );
4. Planejamento dos cálculos: priorizar as seções críticas pela ocorrência de maior momento equivalente e pré-existência de fatores modificadores de resistência (entalhes);
5. Verificar o caso de solicitação a que pertence o eixo e fazer o pré dimensionamento da seção considerada mais crítica (estática);

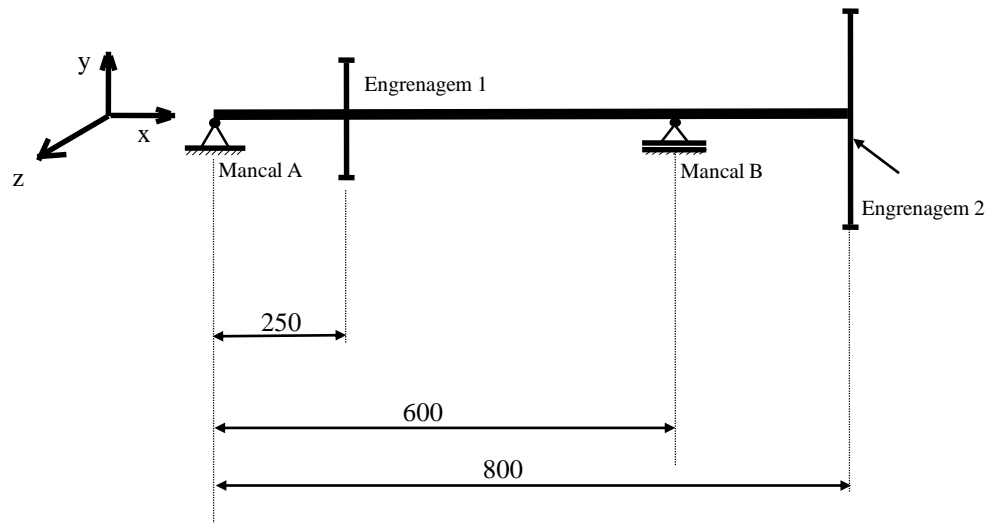


6. Selecionar seções consideradas críticas à fadiga;
7. Para cada uma destas seções:
  - a) cálculo da tensão de confronto;
  - b) determinação do limite à fadiga alternada corrigido;
  - c) verificação da fadiga pelo coeficiente de segurança;
8. Atualizar croquis com as dimensões finais.

**OBS:** o escalonamento de diâmetro é necessário para posicionamento; montagem; fabricação e manutenção; por algumas destas razões muitas vezes o diâmetro será maior do que necessitaria devido às tensões atuantes. Então, é comum que nas variações diametrais de apoio se tenha  $d_1/d_2$  de 1,2 a 1,4, para rolamentos e engrenagens respectivamente.

## Exercício

Fazer o croquis inicial para o eixo representado abaixo:



**Dica:** indicar os escalonamentos de diâmetro considerando as exigências de montagem (rolamentos e engrenagens), fabricação e manutenção.

## 6.5. Referências

- Niemann G. *Elementos de Máquinas*, vol. I, Editora Edgard Blucher, 1991.
- Norton, RL. “Projeto de Máquinas”, 2.ed. Bookman, Porto Alegre, 2004.
- Shigley,JE; Mitchell, LD. *Projeto de Engenharia Mecânica*, 7th ed., Bookman, 2005