7.13 POTÊNCIA EM LINHAS DE TRANSMISSÃO

Como já mostramos no Capítulo 1, expressão (*1.64*), a potência média em regime permanente senoidal é dada por

$$P_{méd} = \mathrm{Re}\,[\dot{V}\,\dot{I}^*]\,.$$

Numa linha de transmissão, num ponto genérico z, temos, então

$$P_{méd}(z) = \mathrm{Re}\,[\dot{V}(z)\,\dot{I}^*(z)]\,. \tag{7.61}$$

De (*7.58*) escrevemos seu conjugado

$$\dot{I}^*(z) = \frac{\dot{V}_+^*(0)\,Z_0}{|Z_0|^2}\,e^{-\gamma^* z}[1-\rho^*(z)]\,. \tag{7.62}$$

Então, de (*7.57*) e (*7.62*) obtemos

$$\dot{V}(z)\dot{I}^*(z) = \frac{|\dot{V}_+(z)|^2\,Z_0}{|Z_0|^2}\,e^{-2\alpha z}\left[1-\rho^*(z)+\rho(z)-|\rho(z)|^2\right] \tag{7.63}$$

e, daí, extraindo a parte real, obtemos o fluxo de potência médio no ponto z da linha, de acordo com (*7.61*)

$$P_{méd}(z) = \frac{|\dot{V}_+(0)|^2}{|Z_0|^2}\,e^{-2\alpha z}\left\{[1-|\rho(z)|^2]\,\mathrm{Re}(Z_0) - 2\,\mathrm{Im}[\rho(z)]\,\mathrm{Im}(Z_0)\right\} \tag{7.64}$$

onde Im(•) significa "*a parte imáginária de*".

Cabem, neste ponto, duas considerações importantes.

Primeiro, nas linhas sem distorção, *i.e.*, aquelas em que Z_0 é real, (*7.64*) reduz-se a

$$P_{méd}(z) = \frac{|\dot{V}_+(0)|^2}{Z_0}\,e^{-2\alpha z}[1-|\rho(z)|^2]\,. \tag{7.65}$$

Segundo, podemos calcular de (*7.64*) o máximo valor do módulo do coeficiente de reflexão.

De fato, sendo a linha passiva $P_{méd}(z)$ é sempre não negativo, de modo que devemos ter

$$[1-|\rho(z)|^2]\,\mathrm{Re}(Z_0) - 2\,\mathrm{Im}[\rho(z)]\,\mathrm{Im}(Z_0) \geq 0\,,$$

ou seja,

$$|\rho(z)|^2 + 2\,\mathrm{Im}[\rho(z)]\,\frac{\mathrm{Im}(Z_0)}{\mathrm{Re}(Z_0)} \leq 1\,. \tag{7.66}$$

Podemos, daí, calcular o máximo módulo do coeficiente de reflexão.

Designando por arg $\rho(z)$ a fase de $\rho(z)$, escrevemos

$$\mathrm{Im}[\rho(z)] = |\rho(z)| \sin[\arg \rho(z)] \,.$$

Sendo, então, a primeira parcela de (*7.66*) sempre positiva, o módulo ao quadrado do coeficiente de reflexão pode ter um valor suficientemente alto, desde que a segunda parcela seja também suficientemente alta e cancele parcialmente a contribuição da primeira. Isto ocorre quando

$$\mathrm{Im}[\rho(z)] = \pm |\rho(z)| \,,$$

com o sinal discordante de $\mathrm{Im}(Z_0)$.

Ou seja, o caso limite ocorre para

$$|\rho(z)|^2 - 2|\rho(z)| \left| \frac{\mathrm{Im}(Z_0)}{\mathrm{Re}(Z_0)} \right| = 1 \,.$$

Resolvendo a inequação, obtemos

$$|\rho(z)| \leq \left| \frac{\mathrm{Im}(Z_0)}{\mathrm{Re}(Z_0)} \right| + \sqrt{\left| \frac{\mathrm{Im}(Z_0)}{\mathrm{Re}(Z_0)} \right|^2 + 1} \qquad (7.67)$$

na qual só consideramos o sinal positivo do radical porque o módulo é não negativo.

Por outro lado, podemos verificar em (*7.16*) que temos sempre

$$|\mathrm{Im}(Z_0)| \leq |\mathrm{Re}(Z_0)| \qquad (7.68)$$

de modo que através de (*7.67*) e (*7.68*) chegamos, no caso limite, a

$$|\rho(z)| \leq 1 + \sqrt{2} \,. \qquad (7.69)$$

** Nas linhas sem perdas e nas linhas sem distorção

$$\mathrm{Im}(Z_0) = 0$$

e, daí verificamos em (*7.67*) que

$$|\rho(z)| \leq 1$$

como já haviamos mostrado nos capítulos 5 e 6.

Observamos, também, que nas linhas com perdas o fluxo de potência é mínimo junto à carga e tende a aumentar à medida que nos aproximamos do gerador, pois a linha em si é dissipativa.

7.14 PERDAS EM LINHAS SEM DISTORÇÃO

A perda é um efeito indesejado que sempre ocorre, em maior ou menor dose, nos sistema elétricos. É, portanto, de máximo interesse estudarmos a atenuação, num dado sinal, devida às perdas numa linha de transmissão. Vamos limitar nosso estudo às linhas sem distorção não só porque o tratamento matemático é mais simples como, também, porque encontramos esse problema em um grande número de casos práticos.

Retomemos, então, (*7.65*) que, aplicada num ponto particular $z = z_1$, nos dá

$$P_{méd}(z_1) = \frac{|\dot{V}_+(0)|^2}{Z_0} e^{-2\alpha z_1}[1 - |\rho(z)|^2]. \tag{7.70}$$

de cujo quociente com (*7.65*) resulta

$$\frac{P_{méd}(z)}{P_{méd}(z_1)} = e^{-2\alpha(z-z_1)} \frac{[1 - |\rho(z)|^2]}{[1 - |\rho(z_1)|^2]} \tag{7.71}$$

ou ainda, expressando $\rho(z)$ em função de $\rho(z_1)$,

$$\frac{P_{méd}(z)}{P_{méd}(z_1)} = e^{-2\alpha(z-z_1)} \frac{[1 - |\rho(z_1)|^2 e^{4\alpha(z-z_1)}]}{[1 - |\rho(z_1)|^2]}. \tag{7.72}$$

A atenuação em nepers[1] no ponto z_1 da linha (com $z > z_1$) é, por definição,

$$A(z) = -\frac{1}{2}\ln\frac{P_{méd}(z)}{P_{méd}(z_1)}. \tag{7.73}$$

Das expressões (*7.72*) e (*7.73*) obtemos[2]

$$A(z) = \alpha(z - z_1) + \frac{1}{2}\ln\frac{[1 - |\rho(z_1)|^2]}{[1 - |\rho(z_1)|^2 e^{4\alpha(z-z_1)}]}. \tag{7.74}$$

---

[1] O plural de unidades segue convenções internacionais e foram adotadas no Brasil através do Dec. nº 81.621 de 03.05.78.

[2] Em decibels, a atenuação correspondente é, por definição,

$$A_{dB}(z) = -10\log_{10}\frac{P_{méd}(z)}{P_{méd}(z_1)} \quad \text{e daí} \quad A_{dB}(z) = 8{,}686\,\alpha(z - z_1) + 10\log_{10}\frac{[1 - |\rho(z_1)|^2]}{[1 - |\rho(z_1)|^2 e^{4\alpha(z-z_1)}]}.$$