

7.11 A CARTA DE SMITH

O exemplo mostrado na secção anterior ilustra bem as vantagens que podem ser obtidas na solução de problemas em termos do coeficiente de reflexão generalizado. Uma desvantagem aparente é o fato de termos que no fim calcular as impedâncias em termos dos coeficientes de reflexão. Este problema, no entanto, pode ser contornado se trabalharmos com o coeficiente de reflexão no plano complexo sendo este graduado em impedâncias. Um gráfico deste tipo é chamado de **Carta** (ou **Diagrama**) de **Smith**.

A Carta de Smith consiste no lugar geométrico das resistências e reatâncias constantes desenhadas num diagrama polar cujo raio corresponde ao módulo e

cujo ângulo corresponde ao argumento ou fase do coeficiente de reflexão referido a um ponto genérico da linha. A carta nos permite descobrir como as impedâncias são transformadas ao longo da linha, ou relacionar a impedância com o coeficiente de reflexão ou, ainda, da taxa de onda estacionária calcular os máximos e mínimos de tensão. Por combinação de operações ela nos capacita a compreender o comportamento de técnicas complexas de adaptação de impedâncias bem como nos possibilita a descobrir novas técnicas.

Graduando o plano $\rho(z)$ em valores de $Z(z)$ normalizado

Nosso desenvolvimento tem por base a expressão (7.23), na qual, por conveniência, introduzimos as impedâncias normalizadas

$$z_n(z) = \frac{Z(z)}{Z_0} = r + jx \quad (7.50)$$

ao mesmo tempo que o coeficiente de reflexão generalizado, dado por (6.46) do capítulo anterior, é expresso em forma cartesiana

$$\rho(z) = \rho(z_1)e^{2\gamma(z-z_1)} = u + jv. \quad (7.51)$$

Assim, substituindo (7.50) e (7.51) em (7.23), obtemos

$$r + jx = \frac{1 + (u + jv)}{1 - (u + jv)}. \quad (7.52)$$

Separando as partes reais e imaginárias desta expressão, resulta

$$r = \frac{1 - (u^2 + v^2)}{(1 - u)^2 + v^2} \quad (7.53)$$

e

$$x = \frac{2v}{(1 - u)^2 + v^2}. \quad (7.54)$$

Após manipulação algébrica, as expressões (7.53) e (7.54) nos dão

$$\left(u - \frac{r}{1+r}\right)^2 + v^2 = \frac{1}{(1+r)^2} \quad (7.55)$$

e

$$(u-1)^2 + \left(v - \frac{1}{x}\right)^2 = \frac{1}{x^2}. \quad (7.56)$$

Se desejarmos determinar o lugar geométrico no plano $\rho(z)$ (com u e v servindo de coordenadas cartesianas) dos pontos de igual parte resistiva, verificamos em (7.55) que tais lugares são circunferências com centros no eixo u em $[r/(1+r), 0]$ e raio $1/(1+r)$. Na Figura 7.3 estão representadas as curvas para $r=0$, $r=1/2$, $r=1$ e $r \rightarrow \infty$.

Por outro lado, a expressão (7.56) nos mostra que as curvas de x constante no plano $\rho(z)$ são também arcos de circunferência com centro em $(1, 1/x)$ e raio $1/|x|$.

Na Figura 7.3 estão indicadas as curvas para $x = 0$, $x = \pm 1/2$ e $x = \pm 1$.

Como podemos observar, as circunferências de $r = \text{constante}$ e $x = \text{constante}$ são mutuamente perpendiculares em consequência de ser a transformação de (7.52) uma *transformação conforme*.

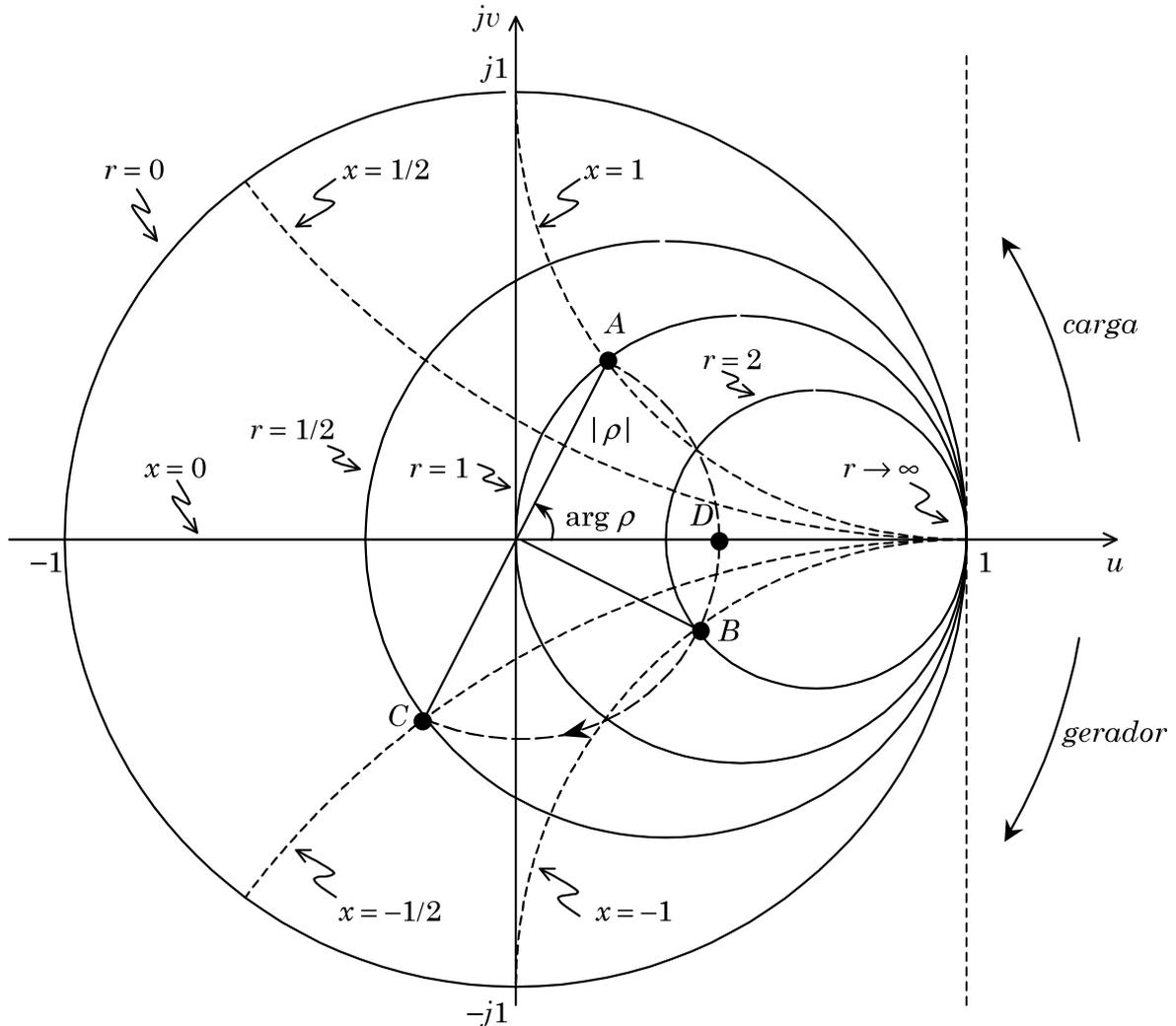


Figura 7.3 Lugares geométricos de r e x constantes no plano ρ

Esta é, em essência, a chamada *Carta de Smith*.

Exemplo 7.1

Seja a impedância $Z_l = 50 + j50 \Omega$ terminando uma linha de impedância característica $Z_0 = 50 \Omega$. Calcule a impedância na entrada da linha supondo que a mesma tenha comprimento elétrico: $\lambda/8$; $\lambda/4$.

Solução:

(a) Normalizemos, inicialmente, a impedância

$$z_{ln} = \frac{Z_l}{Z_0} = 1 + j1.$$

(b) Marquemos este ponto na carta (ponto *A*, Figura 7.3).

(c) Rodemos de $\lambda/8$ em direção ao gerador seguindo uma circunferência centrada em $\rho = 0$ e raio igual à distância do centro ao ponto *A*. Encontramos o ponto *B*, onde

$$z_n(\lambda/8) = 2,0 - j1,0.$$

Assim, desnormalizando,

$$Z(\lambda/8) = 50(2 - j1) = 100 - j50 \Omega$$

(d) Rodando *A* de $\lambda/4$ em direção ao gerador, encontramos o ponto *C*, onde

$$z_n(\lambda/4) = 0,5 - j0,5,$$

donde, desnormalizando,

$$Z(\lambda/4) = 50(0,5 - j0,5) = 25 - j25 \Omega$$

No ponto *D*, onde a impedância é real e a tensão é máxima, temos

$$TOE = 2,6$$

e

$$|\rho| = \frac{TOE - 1}{TOE + 1} = 0,45.$$

Como vemos, não necessitamos do valor de $\rho(z)$ explicitamente para o cálculo das impedâncias, apesar de estarmos trabalhando no plano $\rho(z)$, isto porque utilizamos a transformação

$$\rho(z) = \frac{z_n(z) - 1}{z_n(z) + 1}$$

para entrar na carta com valores de impedância e depois utilizamos a transformação inversa

$$\frac{Z(z)}{Z_0} = \frac{1 + \rho(z)}{1 - \rho(z)}$$

para extrair valores da carta após a rotação.

Note que o ponto *C* é o inverso do ponto *A*, *i.e.*,

$$z_n(C) = \frac{1}{z_n(A)} = y_n(A).$$

Este fato permite a utilização da carta para admitâncias normalizadas, trabalhando com elas como se fossem impedâncias normalizadas. Um único cuidado deve ser tomado com a fase do coeficiente de reflexão. Neste caso a referência de fase passa a ser o eixo $-u$ e não o eixo u , como no caso de trabalharmos com impedâncias.

Fac-simile da Carta de Smith

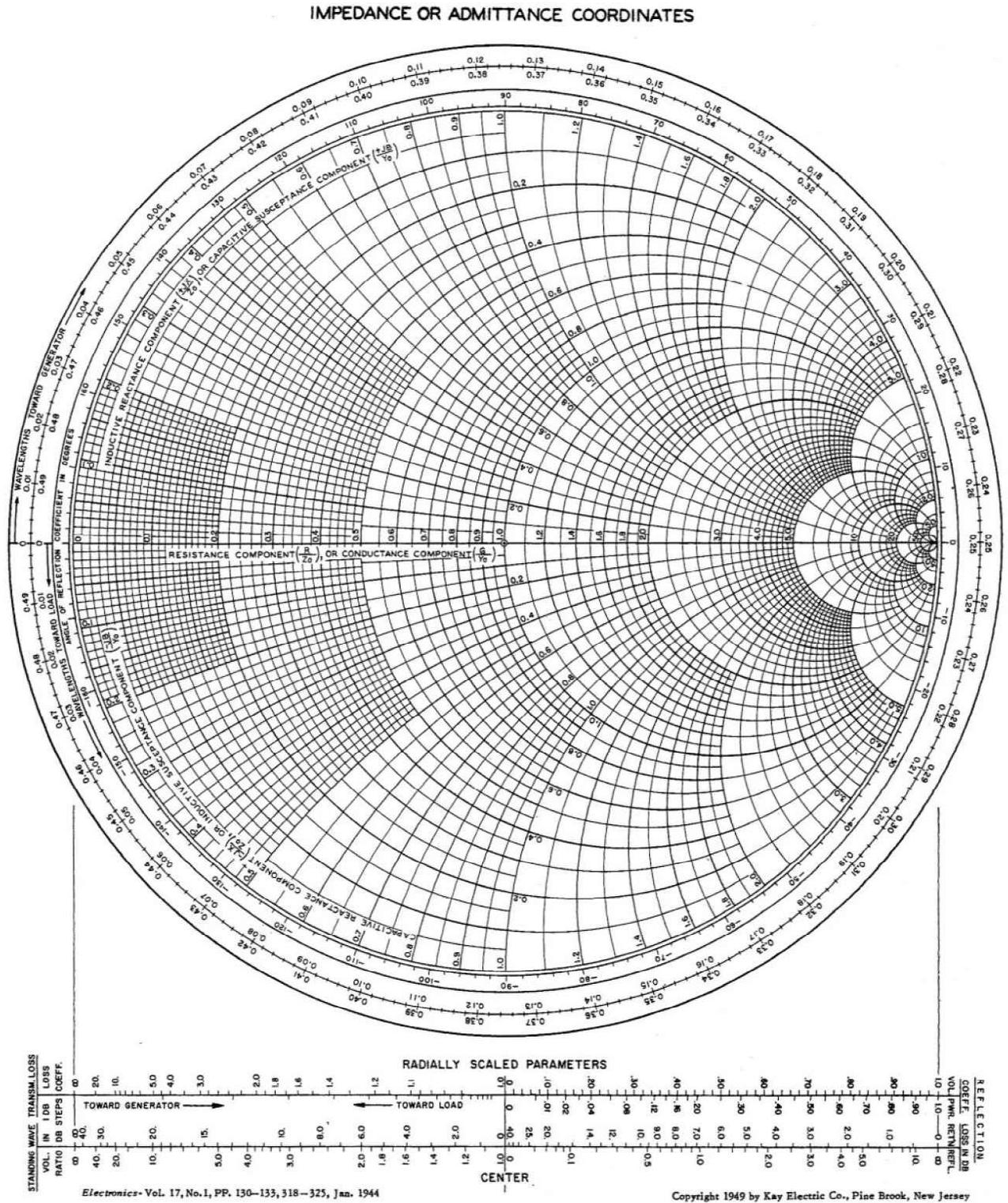


Figura 7.4 Fac-simile de Carta de Smith

Uma vez que para resolvermos os problemas envolvendo linhas é necessário fazermos rotações de $\rho(z)$, a Carta vem acompanhada de duas escalas de distâncias, graduadas em frações de comprimento de onda, dispostas ao redor da circunferência de raio unitário, uma crescente na direção ao gerador outra crescente na direção da carga. Como um movimento de Δz na linha requer uma rotação em $\rho(z)$ de

$$2\beta\Delta z = \frac{4\pi\Delta z}{\lambda}$$

a escala completa-se ao longo da circunferência unitária (2π radianos) em meio comprimento de onda.

Algumas cartas possuem, ainda, escalas de *TOE*, de $|\rho(z)|$, de $|\rho(z)|^2$ e de perdas.

Um *fac-simile* de uma carta de Smith completa é mostrado na Figura 7.4.