

MAT0111 - Cálculo Diferencial e Integral I – 2023

LISTA 1

1. Represente graficamente os seguintes conjuntos na reta real:

- (a) $\{x \in \mathbb{R} : x^2 + x > 0\}$; (f) $\{x \in \mathbb{R} : x > 7 \text{ e } x > 6\}$;
(b) $\{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x + 4 > 0\}$; (g) $\{x \in \mathbb{R} : x > 7 \text{ ou } x > 6\}$;
(c) $\{x \in \mathbb{R} : -x^2 + 4x - 4 > 0\}$; (h) $\{x \in \mathbb{R} : x > 7\} \cup \{y \in \mathbb{R} : y < 6\}$;
(d) $\{x \in \mathbb{R} : x^2 + 2x - 3 < 0\}$; (i) $\{x \in \mathbb{R} : x < 7\} \cap \{y \in \mathbb{R} : y > 6\}$.
(e) $\{x \in \mathbb{R} : x > 7 \text{ ou } x < 6\}$;

2. Determine o conjunto solução de cada uma das inequações abaixo.

- (a) $4x^2 - 1 > 10$; (d) $\frac{3x - 1}{x} < 1$;
(b) $(x - 3)(x - 7) \leq 0$; (e) $(2x + 1)(x + 3)(1 - 2x) > 0$.
(c) $\frac{x^2 - 3x + 2}{1 - x} \geq 0$;

3. Represente na reta real os seguintes conjuntos:

- (a) $\{x \in \mathbb{R} : |x| > 10\}$; (e) $\left\{x \in \mathbb{R} : x \neq 0 \text{ e } \frac{|x|}{x} > 0\right\}$;
(b) $\{x \in \mathbb{R} : |x + 1| > 10\}$;
(c) $\{x \in \mathbb{R} : |2x + 1| > 1\}$; (f) $\left\{x \in \mathbb{R} : x \neq 0 \text{ e } \left(\frac{x}{|x|}\right)^2 = 1\right\}$.
(d) $\{x \in \mathbb{R} : |x - 2| = |x - 7|\}$;

4. Determine o conjunto solução de cada uma das inequações e equações abaixo.

- (a) $|x - 3| = 8$; (c) $|x - 8| \leq 8$;
(b) $|2x + 5| > 3$; (d) $|x - 2|^2 \geq 1$;

5. Determine o maior domínio possível para as seguintes funções:

- (a) $f(t) = \frac{1}{2t - 3} + 5\sqrt{t}$; (c) $h(x) = \sqrt{(x^2 - 2)(x - 3)}$;
(b) $g(t) = \frac{1}{\sqrt{t^2 + 3t + 1}}$; (d) $g(x) = \frac{1}{3x^2 + 5}$;
(e) $f(x) = \sqrt{|x - 2|}$.

6. Esboce os gráficos das seguintes funções:

(a) $f(x) = 3x + 1$;

(d) $f(x) = x^2 + 3$;

(g) $f(x) = x^3$;

(b) $f(x) = -3x + 1$;

(e) $f(x) = (x - 3)^2$;

(h) $f(x) = x^3 + 3$;

(c) $f(x) = 3x - 1$;

(f) $f(x) = -x^2 + 3$;

(i) $f(x) = |x^3|$.

7. Esboce o gráfico da função

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x, & \text{se } x < 0; \\ x^2, & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

O que acontece com os valores de $f(x)$ conforme x se aproxima de 0? Se aproximam de algum número?

8. O gráfico da função f está esboçado na figura 1. Esboce os gráficos de:

(a) $y = |f(x)|$;

(c) $y = f(x) + 1$;

(b) $y = f(|x|)$;

(d) $y = f(x + 1)$.

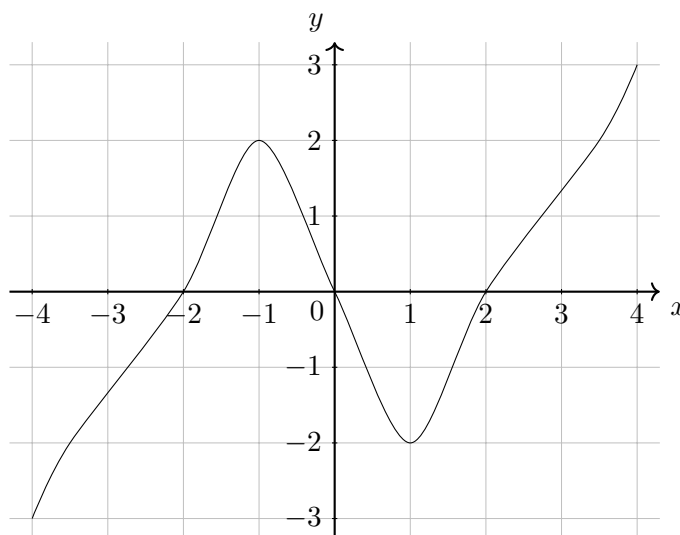


Figure 1

9. Tente esboçar o gráfico das seguintes funções:

(a) $f(x) = \sin \frac{1}{x}, x \neq 0$;

(b) $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in \mathbb{Q}; \\ 0, & \text{se } x \notin \mathbb{Q}. \end{cases}$

10. Prove que o produto de duas funções ímpares é uma função par.

11. Um retângulo tem área de $16m^2$. Expresse o perímetro do retângulo em função de um dos seus lados. Esboce o gráfico da função obtida.

12. Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é *afim* se existem constantes $a, b \in \mathbb{R}$ tais que $f(x) = ax + b$, para todo $x \in \mathbb{R}$. Determine a função afim f tal que $f(-1) = 2$ e $f(2) = -3$.