

**Universidade de São Paulo**  
**Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz"**



# **Estatística Geral**

Professor  
Fábio Pratavia



# Aula de hoje

- Tabulação de dados ou organização dos dados;
- Medidas de Frequência;
- Gráficos para os diferentes tipos de variáveis;

# Tabulação dos Dados

Coletar dados podem envolver diversas atividades tais como experimentos em laboratório, observações de campo, pesquisa de opinião, exame de registros históricos,...

A quantidade de dados em geral é grande e torna-se difícil, por simples inspeção obter informações sobre aspectos importantes dos dados.

**É importante obter uma Estatística Descritiva dos dados:** resumos em forma de tabelas, gráficos e indicadores numéricos de centro e variabilidade

# Tabulação dos Dados

Métodos de Estatística descritiva são aplicáveis a situações em que temos amostras ou um censo da população.

*Para um censo (toda a população), a estatística descritiva destes dados podem ser apresentados em relatórios que podem ser apresentados ao público, podem ser partes de dados para ações governamentais, etc...*

*Para dados amostrais, a estatística descritiva serve como ponto de partida para estudos posteriores, tal que inferências sobre a população possam ser feitas.*

# Tabulação dos Dados

## Principais aspectos ao descrever um conjunto de dados

### **Resumo e descrição do padrão geral dos dados por:**

- Apresentação de tabelas e gráficos;
- Observação das características importantes nas formas dos gráficos, tais como simetria ou assimetria;
- Explorar nos gráficos a presença de observações não usuais, ou seja, observações que parecem estar distantes dos valores onde ocorrem a maior parte dos dados

### **Cálculo de medidas numéricas:**

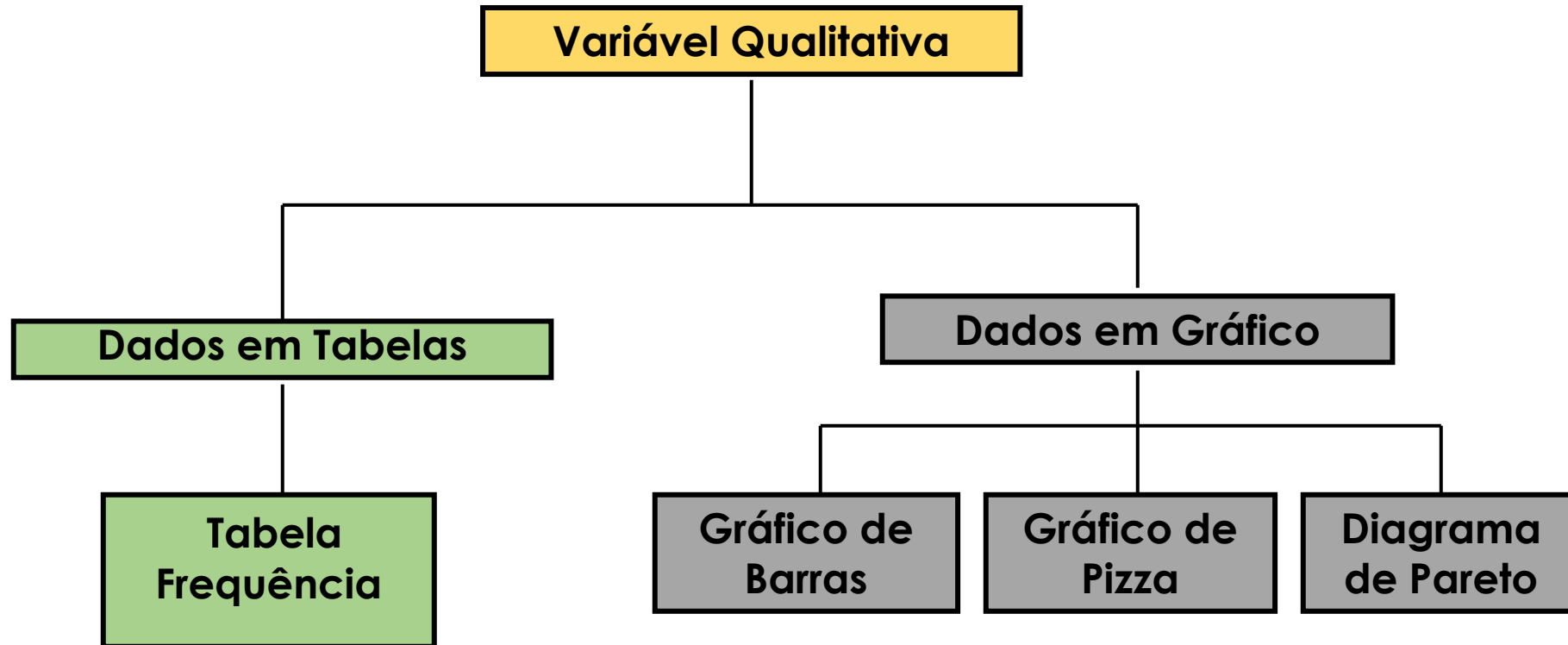
- Um valor indicando o centro dos dados (média, mediana, moda,...);
- Uma medida da variação nos dados.

# Tabelas e Gráficos

## **Alguns tipos de tabelas e gráficos**

- Tabela de frequência;
- Gráfico de barras e gráfico de pizza;
- Diagrama de pareto;
- Diagrama de pontos;
- Diagrama de Ramos-e-Folhas;
- Distribuições de Frequência, Histogramas e Polígonos;
- Distribuições Acumuladas;
- Tabelas de Contingência;
- Gráfico de Dispersão e de Séries Temporais.

# Tabelas e Gráficos



# Tabelas e Gráficos

## Definições:

**n**: número total de observações

**Frequência absoluta** ( $f$ ): é o número de vezes que um dado valor foi observado .

**Frequência relativa** ( $f_r$ ): é o quociente entre a frequência absoluta e o número total de observações. *Ou proporção.*

$$f_r = \frac{f}{n} \quad (f_r \% = f_r . 100 \quad \text{em porcentagem})$$



# Tabelas e Gráficos

**Exemplo:** Considere os valores: 1, 2, 5, 2, 5, 8, 9, 10, 5, 5, 5, 3, 5, 2

- Temos: **n** = ?

Para o resultado **xxx** temos: **f** = ?   **fr** = ?

Em porcentagem: **fr%** = ?



# Tabelas e Gráficos

**Note que:**

**A soma de todas as frequências = n**

$$\sum_{i=1}^n f_i = n$$

**A soma de todas as freq. relativas = 1**

$$\sum_{i=1}^n f_{ri} = 1$$

**A soma de todas as freq. relat. em % = 100%**

$$\sum_{i=1}^n (f_r \%)_i = 100\%$$

# Tabelas e Gráficos

## Uma tabela deve conter:

- Título
  - Corpo
  - Cabeçalho
  - Coluna indicadora
- 
- O **título** explica o conteúdo da tabela;
  - O **corpo** da tabela é composto pelos dados, organizados em linhas e colunas que se cruzam;
  - **Célula** é a interseção de uma linha com uma coluna;
  - **Linha** é uma série de células organizadas horizontalmente;
  - **Coluna** é uma série de células organizadas verticalmente;
  - O **cabeçalho** especifica o conteúdo das colunas;
  - A **coluna** indicadora especifica o conteúdo das linhas.

# Tabelas e Gráficos

**Tabela xx. Título da tabela.**

	Rótulo da coluna 1	Rótulo da coluna 2	...
Linha 1			
Linha 2			
Linha 3			

# Tabelas de Frequência

## Tabela de distribuição de frequências

**Tabela.** Distribuição de frequências e porcentagens dos 36 empregados da companhia MB segundo o grau de instrução.

Grau de instrução	Frequência $n_i$	Frequência relativa $fr$	Porcentagem $100*fr$
Fundamental			
Médio			
Superior			
Total			



# Tabelas de Frequência

Nº	Estado civil	Grau de instrução	Nº de filhos	Salário (× sal. mín.)	Idade		Região de procedência
					anos	meses	
1	solteiro	ensino fundamental	—	4,00	26	03	interior
2	casado	ensino fundamental	1	4,56	32	10	capital
3	casado	ensino fundamental	2	5,25	36	05	capital
4	solteiro	ensino médio	—	5,73	20	10	outra
5	solteiro	ensino fundamental	—	6,26	40	07	outra
6	casado	ensino fundamental	0	6,66	28	00	interior
7	solteiro	ensino fundamental	—	6,86	41	00	interior
8	solteiro	ensino fundamental	—	7,39	43	04	capital
9	casado	ensino médio	1	7,59	34	10	capital
10	solteiro	ensino médio	—	7,44	23	06	outra
11	casado	ensino médio	2	8,12	33	06	interior
12	solteiro	ensino fundamental	—	8,46	27	11	capital
13	solteiro	ensino médio	—	8,74	37	05	outra
14	casado	ensino fundamental	3	8,95	44	02	outra
15	casado	ensino médio	0	9,13	30	05	interior
16	solteiro	ensino médio	—	9,35	38	08	outra
17	casado	ensino médio	1	9,77	31	07	capital
18	casado	ensino fundamental	2	9,80	39	07	outra
19	solteiro	superior	—	10,53	25	08	interior
20	solteiro	ensino médio	—	10,76	37	04	interior
21	casado	ensino médio	1	11,06	30	09	outra
22	solteiro	ensino médio	—	11,59	34	02	capital
23	solteiro	ensino fundamental	—	12,00	41	00	outra
24	casado	superior	0	12,79	26	01	outra
25	casado	ensino médio	2	13,23	32	05	interior
26	casado	ensino médio	2	13,60	35	00	outra
27	solteiro	ensino fundamental	—	13,85	46	07	outra
28	casado	ensino médio	0	14,69	29	08	interior
29	casado	ensino médio	5	14,71	40	06	interior
30	casado	ensino médio	2	15,99	35	10	capital
31	solteiro	superior	—	16,22	31	05	outra
32	casado	ensino médio	1	16,61	36	04	interior
33	casado	superior	3	17,26	43	07	capital
34	solteiro	superior	—	18,75	33	07	capital
35	casado	ensino médio	2	19,40	48	11	capital
36	casado	superior	3	23,30	42	02	interior

Fonte: Dados hipotéticos.

# Tabelas de Frequência

## Tabela de distribuição de frequências

**Tabela.** Distribuição de frequências e porcentagens dos 36 empregados da companhia MB segundo o grau de instrução.

Grau de instrução	Frequência $n_i$	Frequência relativa $fr$	Porcentagem $100*fr$
Fundamental	12	0,3333	33,33
Médio	18	0,5000	50,00
Superior	6	0,1667	16,67
Total	36	1,000	100,00

# Tabelas de Frequência

## Tabela de distribuição de frequências

**Tabela.** Distribuição de frequências e porcentagens dos 36 empregados da companhia MB segundo o grau de instrução.

Grau de instrução	Frequência $n_i$	Frequência relativa $fr$	Porcentagem $100*fr$
Fundamental	12	0,3333	33,33
Médio	18	0,5000	50,00
Superior	6	0,1667	16,67
Total	36	1,000	100,00

Qual o tipo de gráfico podemos construir com base na Tabela???

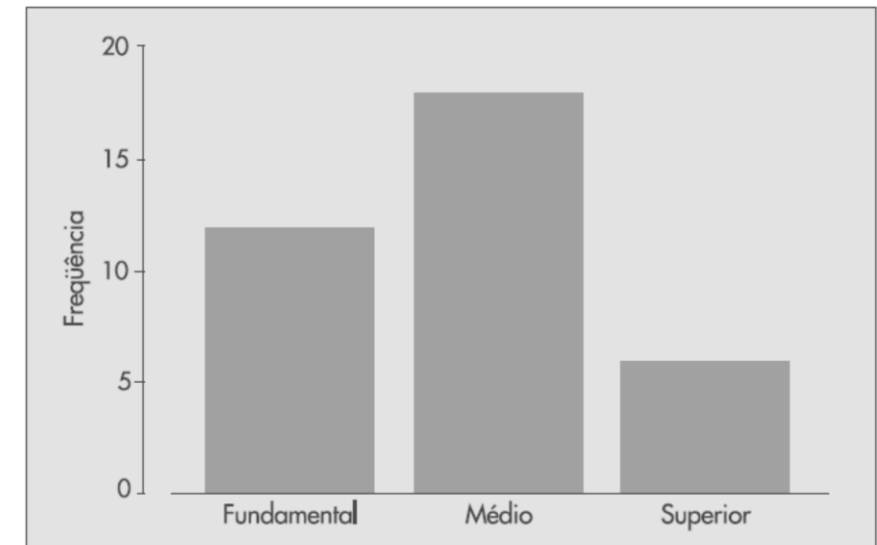
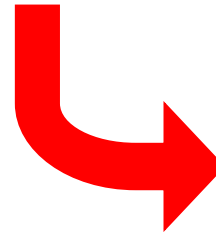


# Tabelas de Frequência

**Tabela.** Distribuição de frequências e porcentagens dos 36 empregados da companhia MB segundo o grau de instrução.

Grau de instrução	Frequência $n_i$	Frequência relativa $fr$	Porcentagem $100*fr$
Fundamental	12	0,3333	33,33
Médio	18	0,5000	50,00
Superior	6	0,1667	16,67
Total	36	1,000	100,00

A altura da barra representa a frequência ou a porcentagem de cada categoria.



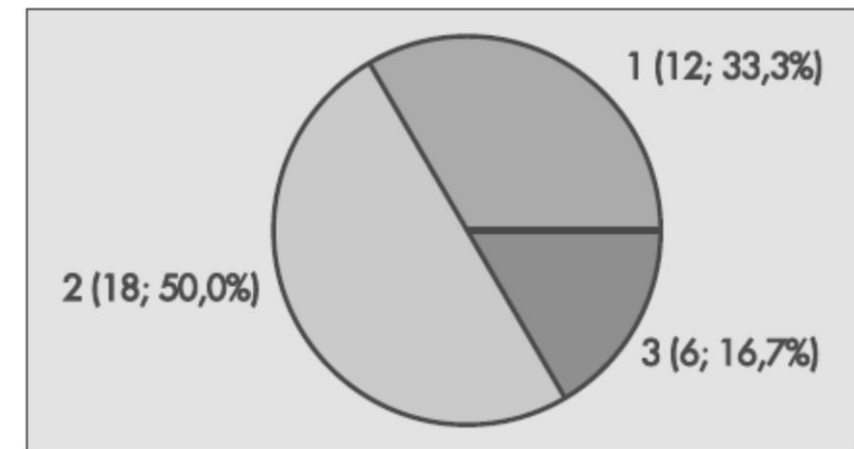
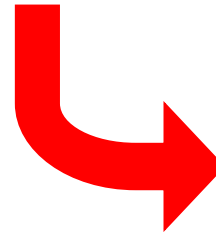
# Tabelas de Frequência

**Tabela.** Distribuição de frequências e porcentagens dos 36 empregados da companhia MB segundo o grau de instrução.

Grau de instrução	Frequência $n_i$	Frequência relativa $fr$	Porcentagem $100*fr$
Fundamental	12	0,3333	33,33
Médio	18	0,5000	50,00
Superior	6	0,1667	16,67
Total	36	1,000	100,00

A “fatia” da pizza representa a frequência ou a porcentagem de cada categoria.

O ângulo de cada "fatia" é obtido  
usando regra de três:  $360 \dots\dots n \text{ (ou } 100\%)$   
 $x \dots\dots f \text{ (ou } fr\% \text{ )}$



1 = Fundamental, 2 = Médio e 3 = Superior

# Tabelas de Frequência

**Na construção de um gráfico circular deve-se ter em conta que:**


- a amplitude de cada sector é proporcional à frequência que representa;
- a legenda pode ser dispensada, inscrevendo-se os valores da variável e as suas frequências nos respectivos sectores circulares;
- podem-se usar cores diferentes para os diferentes sectores;
- o gráfico deve ter um título adequado.

**Não é aconselhável construir um gráfico circular:**

- para variáveis que tenham mais de cinco ou seis modalidades;
- para situações em que os sectores resultam aproximadamente com a mesma amplitude;
- para setores com amplitudes muito pequenas.

# Diagrama de Pareto

## Diagrama de Pareto

- Gráfico de Barras ordenadas (da mais alta para a mais baixa);
- Muito utilizado em controle de qualidade (busca por erros mais comuns);
  - Barras mais baixas  erros de menor ocorrência;
  - Ordem em que os erros devem ser sanados, reduzidas as perdas ou solucionadas as reclamações;
- Identificar causas de sucesso.

# Diagrama de Pareto

## Diagrama de Pareto: Exemplo

As reclamações no PROCON, em determinado ano, foram enquadradas em algumas áreas.

**Tabela:** Reclamações no PROCON por área em um determinado ano

Área	Frequência	Frequência relativa
Alimentos	15	0,01
Assuntos financeiros	345	0,23
Habitação	120	0,08
Produtos	315	0,21
Saúde	105	0,07
Serviços	600	0,40
Total	1500	1,00

# Diagrama de Pareto

## Diagrama de Pareto: Exemplo

As reclamações no PROCON, em determinado ano, foram enquadradas em algumas áreas.

**Tabela:** Reclamações no PROCON por área em um determinado ano

Área	Frequência	Frequência relativa
Serviços	600	0,40
Assuntos financeiros	345	0,23
Produtos	315	0,21
Habitação	120	0,08
Saúde	105	0,07
Alimentos	15	0,01
Total	1500	1,00

# Diagrama de Pareto

## Diagrama de Pareto: Exemplo

As reclamações no PROCON, em determinado ano, foram enquadradas em algumas áreas.

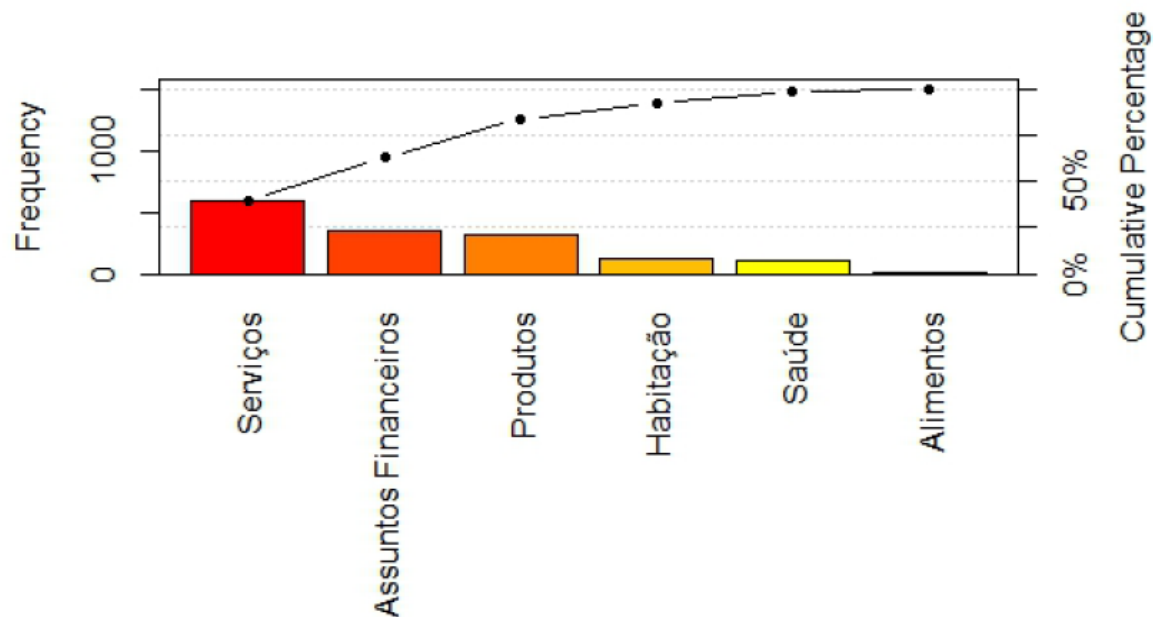
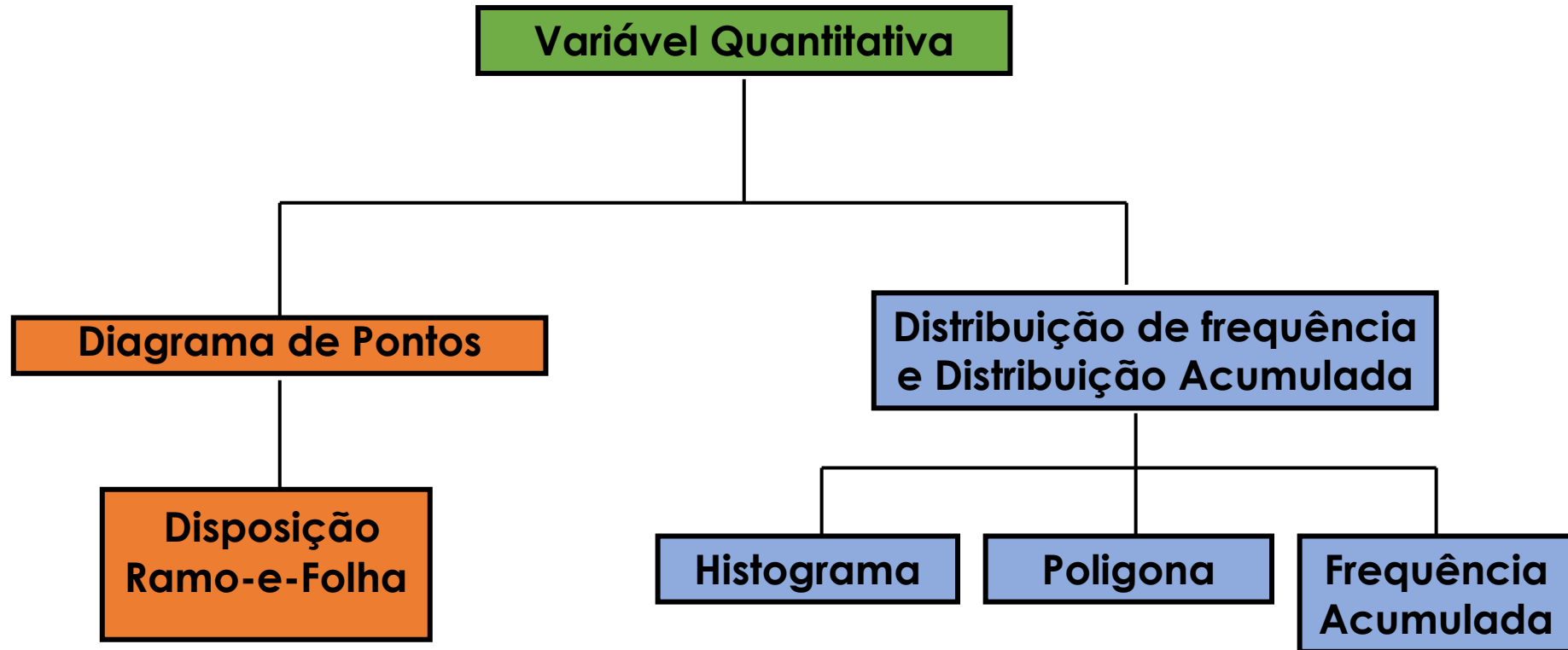


Figura: Reclamações no PROCON por área em determinado ano

# Tabelas e Gráficos





# Tabelas e Gráficos

## **A Disposição Ordenada**

Sequência de dados em uma ordem de classificação:

- Em ordem crescente, do menor valor para o maior valor;
- Fornece alguns sinais de variação dentro do intervalo;
- Pode ajudar a identificar pontos extremos (distantes da maioria);
- Se o conjunto de dados é muito grande, a disposição ordenada é pouco utilizada.

# Tabelas e Gráficos

## Exemplo de disposição ordenada

Dados em sua **forma bruta** (como coletados):

24, 26, 24, 21, 27, 27, 30, 24, 27, 32, 38, 27

Dados em disposição ordenada, do menor para o maior:

21, 24, 24, 24, 26, 27, 27, 27, 27, 30, 32, 38

# Tabelas e Gráficos

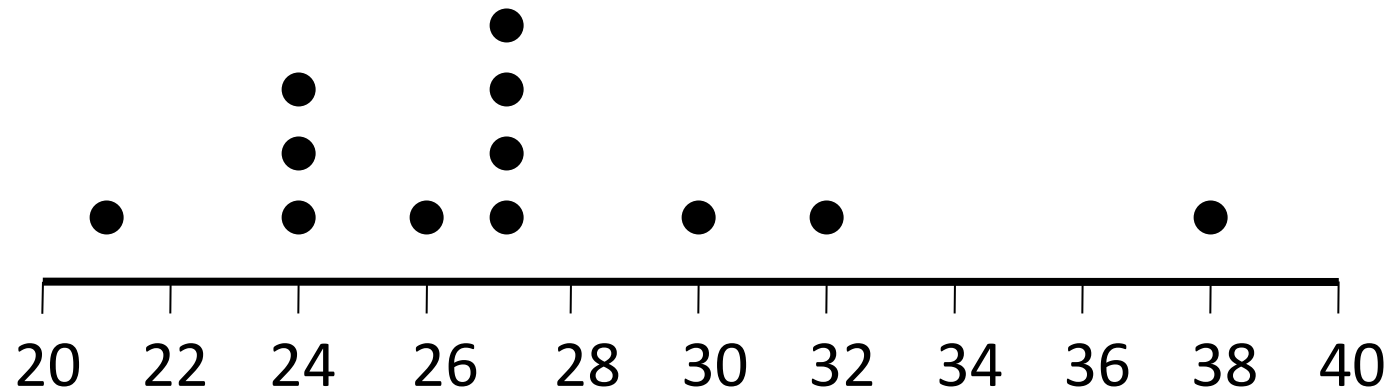
## Exemplo de disposição ordenada

Dados em sua **forma bruta** (como coletados):

24, 26, 24, 21, 27, 27, 30, 24, 27, 32, 38, 27

Dados em disposição ordenada, do menor para o maior:

21, 24, 24, 24, 26, 27, 27, 27, 27, 30, 32, 38



# Tabelas e Gráficos

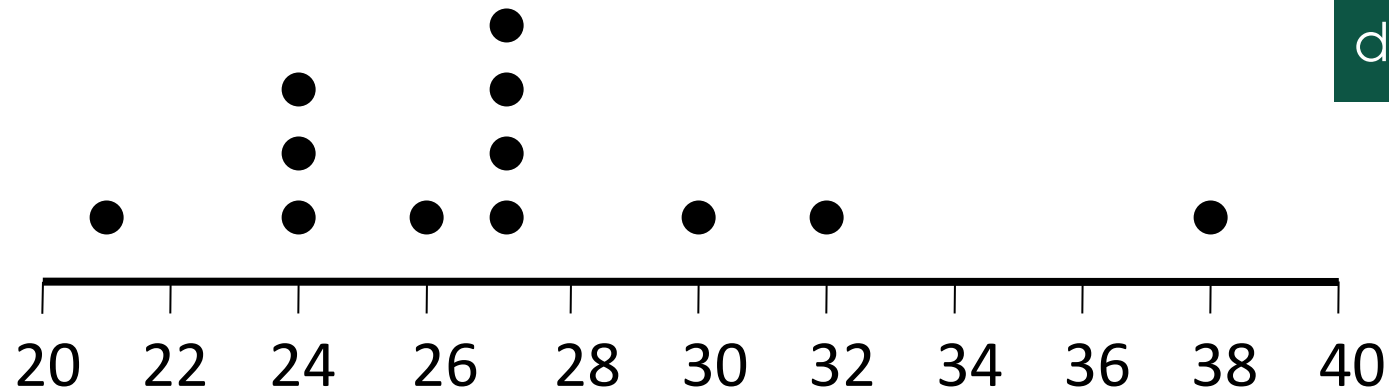
## Exemplo de disposição ordenada

Dados em sua **forma bruta** (como coletados):

24, 26, 24, 21, 27, 27, 30, 24, 27, 32, 38, 27

Dados em disposição ordenada, do menor para o maior:

21, 24, 24, 24, 26, 27, 27, 27, 27, 30, 32, 38



**Diagrama de pontos:** uma reta contendo a escala de valores dos dados com pontos representando os valores obtidos. O número de pontos sobre um dado valor representa a frequência deste.

# Tabelas e Gráficos

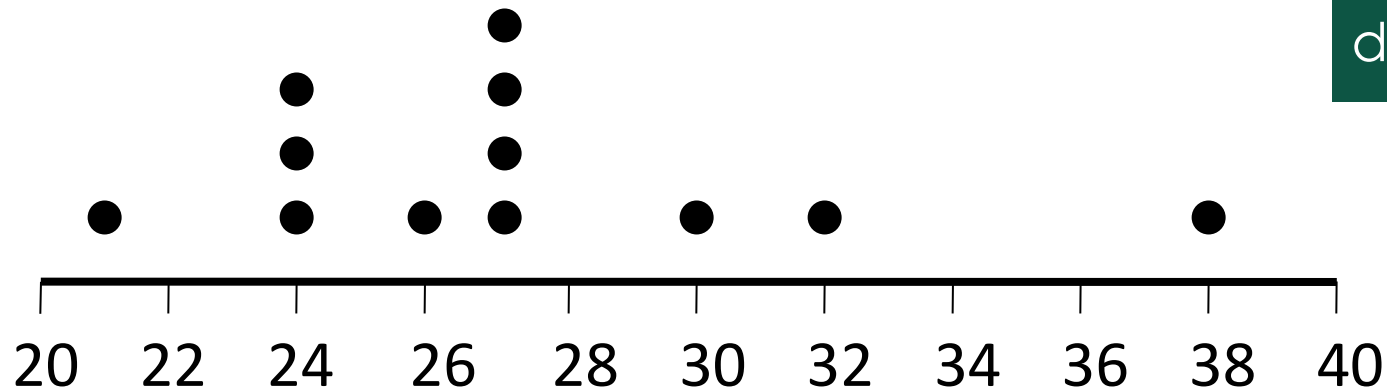
## Exemplo de disposição ordenada

Dados em sua **forma bruta** (como coletados):

24, 26, 24, 21, 27, 27, 30, 24, 27, 32, 38, 27

Dados em disposição ordenada, do menor para o maior:

21, 24, 24, 24, 26, 27, 27, 27, 27, 30, 32, 38



**Diagrama de pontos:** uma reta contendo a escala de valores dos dados com pontos representando os valores obtidos. O número de pontos sobre um dado valor representa a frequência deste.

**Útil para um conjunto pequeno de dados !!!**

# Tabelas e Gráficos

## Ramo-e-Folhas

É maneira simples de verificar os detalhes da distribuição de um conjunto pequeno de dados

***É obtido dividindo-se cada valor dos dados em duas partes, o ramo e a folha***

Por exemplo, se os todos dados contém dois dígitos, tal como 36, podemos escolher a dezenas como ramo e a unidade como folha:

ramo	folha
3	6

# Tabelas e Gráficos

## Ramo-e-Folhas

**Exemplo:** 21, 24, 24, 24, 26, 27, 27, 27, 27, 30, 32, 38

ramo	folha
2	1 4 4 4 6 7 7 7 7
3	0 2 8

# Tabelas e Gráficos

## Ramo-e-Folhas

**Exemplo:** 21, 24, 24, 24, 26, 27, 27, 27, 27, 30, 32, 38

ramo	folha
2	144467777
3	028

Os ramos devem ser escolhidos de modo que o gráfico ramos e folhas resultante seja informativo sobre a distribuição dos dados.



# Tabelas e Gráficos

## Ramo-e-Folhas

**Exemplo:** 21, 24, 24, 24, 26, 27, 27, 27, 27, 30, 32, 38

ramo	folha
2	1 4 4 4 6 7 7 7 7
3	0 2 8

Os ramos devem ser escolhidos de modo que o gráfico ramos e folhas resultante seja informativo sobre a distribuição dos dados.

**Exemplo:** o mesmo com mais detalhes.

vamos dividir cada ramo em dois ramos: um contendo folhas de dígitos  $\leq 5$  e outro com dígitos  $> 5$ .

# Tabelas e Gráficos

## Ramo-e-Folhas

**Exemplo:** 21, 24, 24, 24, 26, 27, 27, 27, 27, 30, 32, 38

ramo	folha
2	144467777
3	028

Os ramos devem ser escolhidos de modo que o gráfico ramos e folhas resultante seja informativo sobre a distribuição dos dados.

**Exemplo:** o mesmo com mais detalhes.

vamos dividir cada ramo em dois ramos: um contendo folhas de dígitos  $\leq 5$  e outro com dígitos  $> 5$ .



ramo	folha
2	1444
2	677777
3	02
3	8

# Tabelas e Gráficos

**Distribuições de Frequência:** Uma distribuição de frequência é uma lista ou uma tabela contendo a frequência com que cada dado está dentro de uma determinada categoria, ou de um determinado valor, ou de um intervalo de valores.

## **Definições:**

**Frequência acumulada ( $F_A$ ):** é a soma de todas as frequências menores ou iguais ao valor analisado.

**Frequência acumulada relativa ( $F_{Ar}$ ):** é a soma de todas as frequências relativas até o valor analisado.

**$F_{Ar}\%$ :** frequência acumulada relativa em porcentagem

# Tabelas e Gráficos

## Tabela de frequência contendo frequências acumuladas

### Exemplo:

**Tabela.** Distribuição de frequências e porcentagens dos 36 empregados da companhia MB segundo o grau de instrução.

Grau de instrução	Frequência $n_i$	Frequência relativa $fr$	Porcentagem $100*fr$	Frequência acumulada $F_A$	Frequência relativa $F_{Ar}$	Porcentagem $100*F_{Ar}$
Fundamental	12	0,3333	33,33			
Médio	18	0,5000	50,00			
Superior	6	0,1667	16,67			
<b>Total</b>	<b>36</b>	<b>1,000</b>	<b>100,00</b>			



# Tabelas e Gráficos

## Tabela de frequência contendo frequências acumuladas

### Exemplo:

**Tabela.** Distribuição de frequências e porcentagens dos 36 empregados da companhia MB segundo o grau de instrução.

Grau de instrução	Frequência $n_i$	Frequência relativa $fr$	Porcentagem $100*fr$	Frequência acumulada $F_A$	Frequência relativa $F_{Ar}$	Porcentage $m$ $100*F_{Ar}$
Fundamental	12	0,3333	33,33	12	0,3333	33,33
Médio	18	0,5000	50,00	$12+18 = 30$	$0,3333+0,500 = 0,8333$	$33,33+50,00 = 83,33$
Superior	6	0,1667	16,67	$12+18+6 = 36$	$0,3333+0,500+0,1667 = 1,000$	$33,33+50,00 + 16,67 = 100$
Total	36	1,000	100,00			

# Tabelas e Gráficos

## Tabela de frequência contendo frequências acumuladas

### Exemplo:

**Tabela.** Distribuição de frequências e porcentagens dos 36 empregados da companhia MB segundo o grau de instrução.

Grau de instrução	Frequência $n_i$	Frequência relativa $fr$	Porcentagem $100*fr$	Frequência acumulada $F_A$	Frequência relativa $F_{Ar}$	Porcentage m $100*F_{Ar}$
Fundamental	12	0,3333	33,33	12	0,3333	33,33
Médio	18	0,5000	50,00	30	0,8333	83,33
Superior	6	0,1667	16,67	36	1,000	100
<b>Total</b>	<b>36</b>	<b>1,000</b>	<b>100,00</b>			

Quais informações podemos tirar destas novas medidas???

# Tabelas e Gráficos

## Tabela de frequência contendo frequências acumuladas

### Exemplo:

**Tabela.** Distribuição de frequências e porcentagens dos 36 empregados da companhia MB segundo o grau de instrução.

Grau de instrução	Frequência $n_i$	Frequência relativa $fr$	Porcentagem $100*fr$	Frequência acumulada $F_A$	Frequência relativa $F_{Ar}$	Porcentage m $100*F_{Ar}$
Fundamental	12	0,3333	33,33	12	0,3333	33,33
Médio	18	0,5000	50,00	30	0,8333	83,33
Superior	6	0,1667	16,67	36	1,000	100
<b>Total</b>	<b>36</b>	<b>1,000</b>	<b>100,00</b>			

A **frequência acumulada**  $12+18 = 30$  (ou 83,33%) **representa o número (ou a %) de pessoas com escolaridade menores ou iguais a o ensino médio.**

# Tabelas e Gráficos

## Organização dos dados em intervalos de classes

Muitas vezes, devido a grande dispersão dos dados, é interessante agrupar os dados em classes.

**classe:** intervalo no qual é agrupado um conjunto de valores dos dados.

Número de valores diferentes  
muito grande



Agrupamento dos dados em classes



# Tabelas e Gráficos

## **Algumas considerações para a organização de dados em interval de classes:**

1. Qualquer dado deve pertencer a uma das classes;
2. Cada dado deve pertencer apenas a uma das classes;
3. O limite inferior da primeira classe deve ser menor ou igual ao menor dos dados;
4. O limite superior da última classe deve ser maior que o maior dos dados;
5. Os limites do interval da classe devem ser de fácil leitura.

# Tabelas e Gráficos

É possível escolher os limites de uma classe de várias maneiras.

Vamos escolher as classes de frequências com intervalos do tipo fechado a esquerda e aberto a direita:

$[a,b) = \{ a \leq x < b \}$  , representado também como:  $a \text{ — } b$

a: limite inferior da classe

b: limite superior da classe

intervalo de classe =  $b - a$

ponto médio da classe  $pm = (a + b)/2$

# Tabelas e Gráficos

## Construindo uma distribuição de frequências:

**(a)** Escolha o número de classes (K): a escolha do número de classes é arbitrária, no entanto, existem na literatura algumas alternativas como as duas dadas a seguir:

- $K = \sqrt{n}$
- Fórmula de Sturges:  $K = 1 + 3,32 \cdot \log_{10}(n)$  **aproxime para o interior mais próximo.**

n corresponde ao número de dados em estudo.

# Tabelas e Gráficos

## Construindo uma distribuição de frequências:

**(b)** Encontrar a amplitude dos dados ( $A$ )

- Limite Inferior:  $X_{\text{mínimo}}$
- Limite Superior:  $X_{\text{máximo}}$
- Amplitude:  $A = X_{\text{máximo}} - X_{\text{mínimo}}$

**(c)** Determinar a amplitude de cada intervalo ( $h$ ):

- $h = A/K$

# Tabelas e Gráficos

## **Construindo uma distribuição de frequências:**

**(d)** Determine a frequência de classe: número de observações em cada classe.

**(e)** A frequência relativa de cada classe pode ser obtida de:

- Frequência relativa de classe =  $\text{Frequência de classe} / n$

# Tabelas e Gráficos

**Tabela.** Freqüências e porcentagens dos 36 empregados da seção de orçamentos da Companhia MB por faixa de salário.

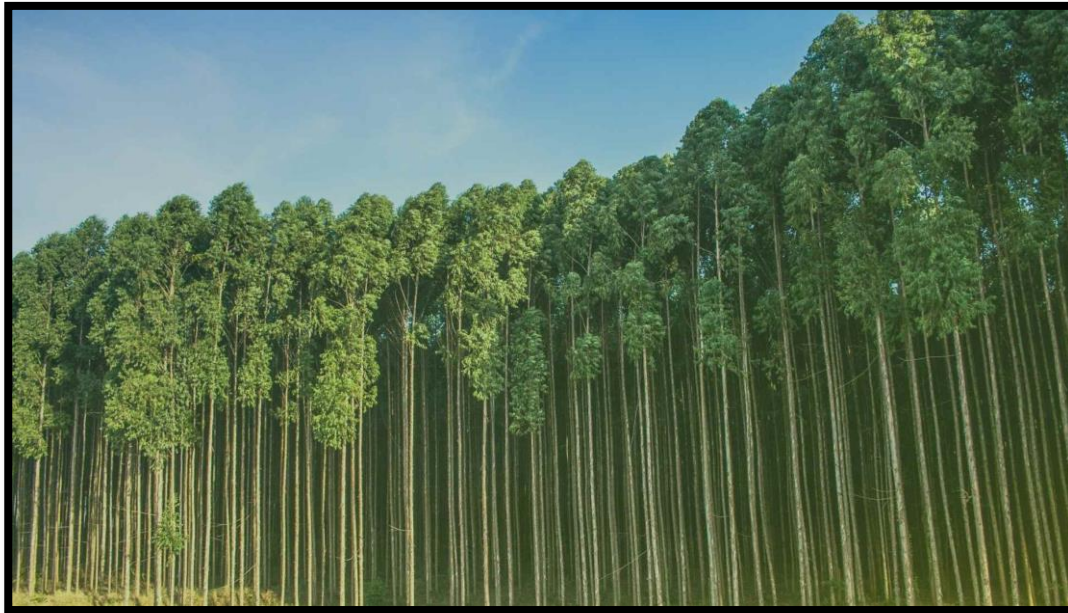
Classes de salários	Ponto médio $s_i$	Freqüência $n_i$	Porcentagem $100 f_i$
4,00 ┤ 8,00	6,00	10	27,78
8,00 ┤ 12,00	10,00	12	33,33
12,00 ┤ 16,00	14,00	8	22,22
16,00 ┤ 20,00	18,00	5	13,89
20,00 ┤ 24,00	22,00	1	2,78
Total	—	36	100,00

Salário (× sal. mín.)
4,00
4,56
5,25
5,73
6,26
6,66
6,86
7,39
7,59
7,44
8,12
8,46
8,74
8,95
9,13
9,35
9,77
9,80
10,53
10,76
11,06
11,59
12,00
12,79
13,23
13,60
13,85
14,69
14,71
15,99
16,22
16,61
17,26
18,75
19,40
23,30

# Tabelas e Gráficos

**Exemplo:** Construir uma tabela de frequência para a variável diâmetro das árvores de eucalipto em uma fazenda.

24	35	17	21	24	37	26	46	58	30
32	13	12	38	41	43	44	27	53	27



# Tabelas e Gráficos

**Exemplo:** Construir uma tabela de frequência para a variável diâmetro das árvores em uma floresta.

24	35	17	21	24	37	26	46	58	30
32	13	12	38	41	43	44	27	53	27

Número de elementos da amostra:  $n = ?$

Maior valor = ?

Menor valor = ?



# Tabelas e Gráficos

**Exemplo:** Construir uma tabela de frequência para a variável diâmetro das árvores em uma floresta. **Dados ordenados.**

12	13	17	21	24	24	26	27	27	30
32	35	37	38	41	43	44	46	53	58

# Tabelas e Gráficos

**Exemplo:** Construir uma tabela de frequência para a variável diâmetro das árvores em uma floresta. **Dados ordenados.**

12	13	17	21	24	24	26	27	27	30
32	35	37	38	41	43	44	46	53	58

Número de elementos da amostra:  $n = 20$

Dados em ordem crescente:

**12, 13, 17, 21, 24, 24, 26, 27, 27, 30, 32, 35, 37, 38, 41, 43, 44, 46, 53, 58**

Maior valor = 58

Menor valor = 12

# Tabelas e Gráficos

**Exemplo:** Construir uma tabela de frequência para a variável diâmetro das árvores em uma floresta. **Dados ordenados.**

12	13	17	21	24	24	26	27	27	30
32	35	37	38	41	43	44	46	53	58

Número de classes K: vamos utilizar a fórmula de Sturges  
 $1 + 3,32 \cdot \log_{10}(20) = 5,32 \approx 5$

Amplitude A =  $58 - 12 = 46$

Intervalo de classes h =  $46/5 = 9,2$

Podemos ajustar para intervalos de classe = 10

# Tabelas e Gráficos

**Exemplo:** Construir uma tabela de frequência para a variável diâmetro das árvores em uma floresta. **Dados ordenados.**

12	13	17	21	24	24	26	27	27	30
32	35	37	38	41	43	44	46	53	58

Número de classes K: vamos utilizar a formula de Sturges

$$1 + 3,32 \cdot \log_{10}(20) = 5,32 \approx 5$$

$$\text{Amplitude } A = 58 - 12 = 46$$

$$\text{Intervalo de classes } h = 46/5 = 9,2$$

Podemos ajustar para intervalos de classe = 10 e escolhemos os limites das classes para facilitar a leitura: 10, 20, 30, 40, 50, 60

Pontos médios: 15, 25, 35, 45, 55

# Tabelas e Gráficos

**Exemplo:** Construir uma tabela de frequência para a variável diâmetro das árvores em uma floresta. **Dados ordenados.**

12	13	17	21	24	24	26	27	27	30
32	35	37	38	41	43	44	46	53	58

Distribuição de frequência em classes: agora é só contar as frequências em cada classe e montar a tabela de frequência

Classes	Ponto Médio	ni	fr	100*fr
10 ┤ 20	15			
20 ┤ 30	25	6	0,30	30,00
30 ┤ 40	35			
40 ┤ 50	45	4	0,20	20,00
50 ┤ 60	55	2	0,10	10,00
Total		20	1,00	100,00

# Tabelas e Gráficos

**Exemplo:** Construir uma tabela de frequência para a variável diâmetro das árvores em uma floresta. **Dados ordenados.**

12	13	17	21	24	24	26	27	27	30
32	35	37	38	41	43	44	46	53	58

Podemos obter também a frequência e a porcentagem acumulada

Classes	Ponto Médio	ni	100*fr	F <sub>A</sub>	100*F <sub>Ar</sub>
10 ┤ 20	15	3	15,00		
20 ┤ 30	25	6	30,00		
30 ┤ 40	35	5	25,00		
40 ┤ 50	45	4	20,00		
50 ┤ 60	55	2	10,00		
Total					

# Tabelas e Gráficos

**Exemplo:** Construir uma tabela de frequência para a variável diâmetro das árvores em uma floresta. **Dados ordenados.**

12	13	17	21	24	24	26	27	27	30
32	35	37	38	41	43	44	46	53	58

Podemos obter também a frequência e a porcentagem acumulada

Classes	Ponto Médio	ni	100*fr	F <sub>A</sub>	100*F <sub>ar</sub>
10 ┤ 20	15	3	15,00	3	15,00
20 ┤ 30	25	6	30,00	9	45,00
30 ┤ 40	35	5	25,00	14	70,00
40 ┤ 50	45	4	20,00	18	90,00
50 ┤ 60	55	2	10,00	20	100,00
Total		20	100,00		

# Tabelas e Gráficos

## Histograma:

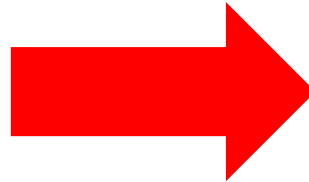
- Um gráfico de barras com dados representados por uma distribuição de frequência é chamado de **histograma**;
- Os **pontos médios** das classes são representados no eixo horizontal;
- No eixo vertical pode-se representar a **frequência (f)**, a **frequência relativa (fr)** ou a **porcentagem (fr%)**;
- As **barras** são utilizadas para **representar o número de observações (ou a frequência relativa ou a porcentagem)** dentro de cada classe.



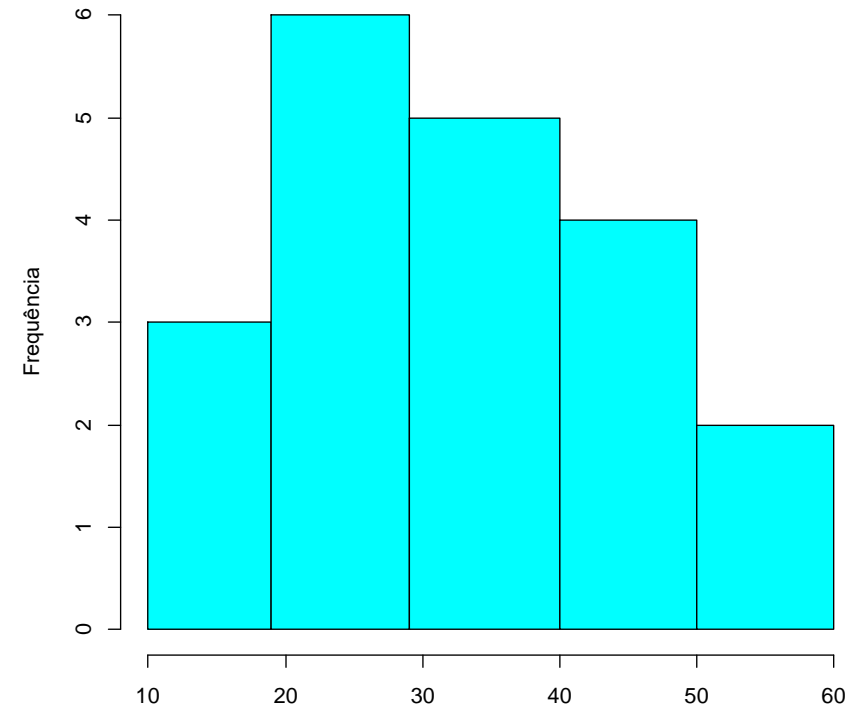
# Tabelas e Gráficos

## Histograma:

Classes	Ponto Médio	$n_i$
10 ┤ 20	15	3
20 ┤ 30	25	6
30 ┤ 40	35	5
40 ┤ 50	45	4
50 ┤ 60	55	2



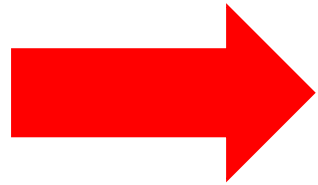
## Histograma: Diâmetro das árvores de eucalipto



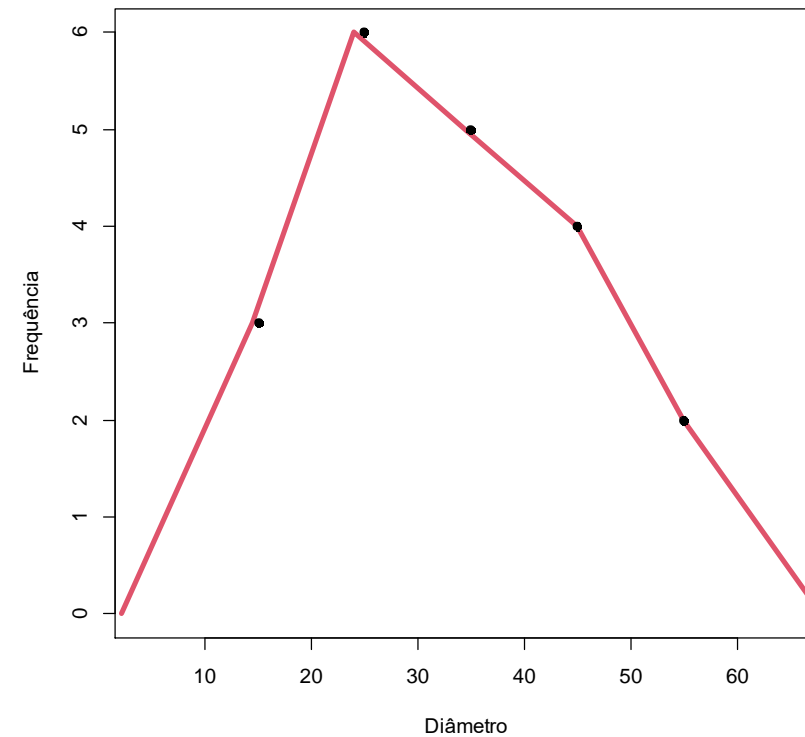
(não há espaço entre as barras)

# Tabelas e Gráficos

Classes	Ponto Médio	ni
10 ┤ 20	15	3
20 ┤ 30	25	6
30 ┤ 40	35	5
40 ┤ 50	45	4
50 ┤ 60	55	2

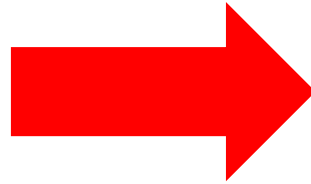


**Polígono de Frequência:** histograma onde as barras verticais são substituídas por **linhas unindo a frequência dos pontos médios** das classes.

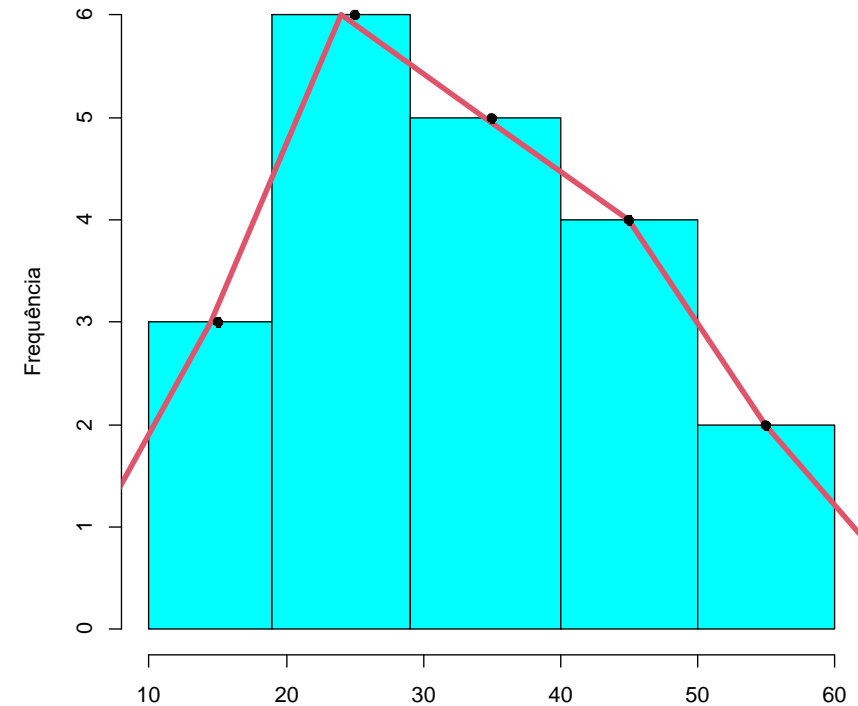


# Tabelas e Gráficos

Classes	Ponto Médio	ni
10 ┤ 20	15	3
20 ┤ 30	25	6
30 ┤ 40	35	5
40 ┤ 50	45	4
50 ┤ 60	55	2



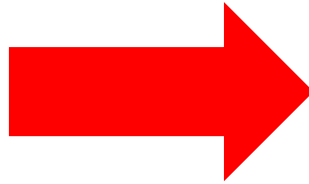
**Histograma co ajuste do poligno:  
Diâmetro das árvores de eucalipto**



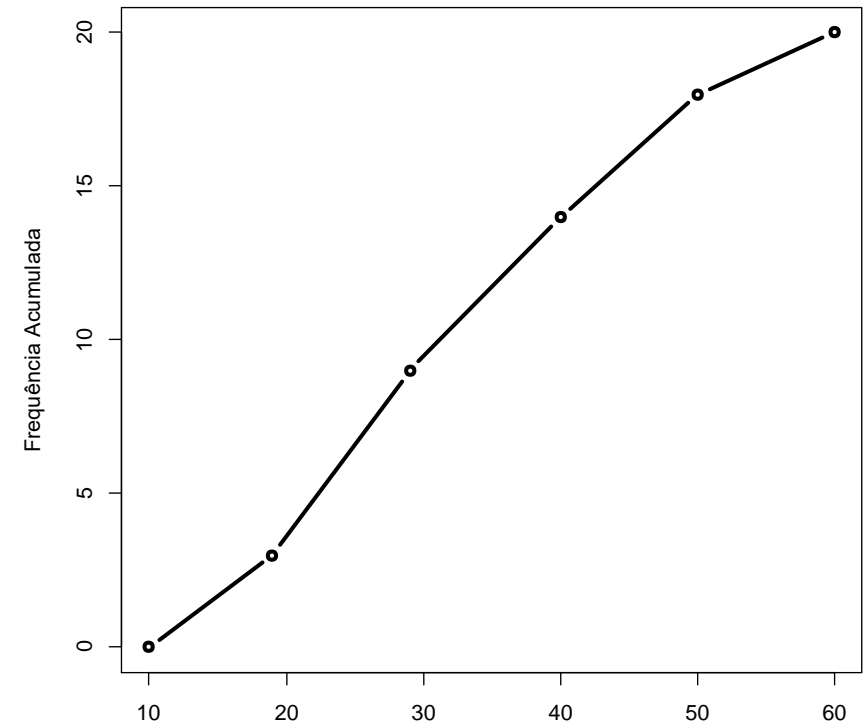
(não há espaço entre as barras)

# Tabelas e Gráficos

Classes	Limite Inferior	f <sub>A</sub>
<10	0	0
10 ┤ 20	15	3
20 ┤ 30	25	9
30 ┤ 40	35	14
40 ┤ 50	45	18
50 ┤ 60	55	20



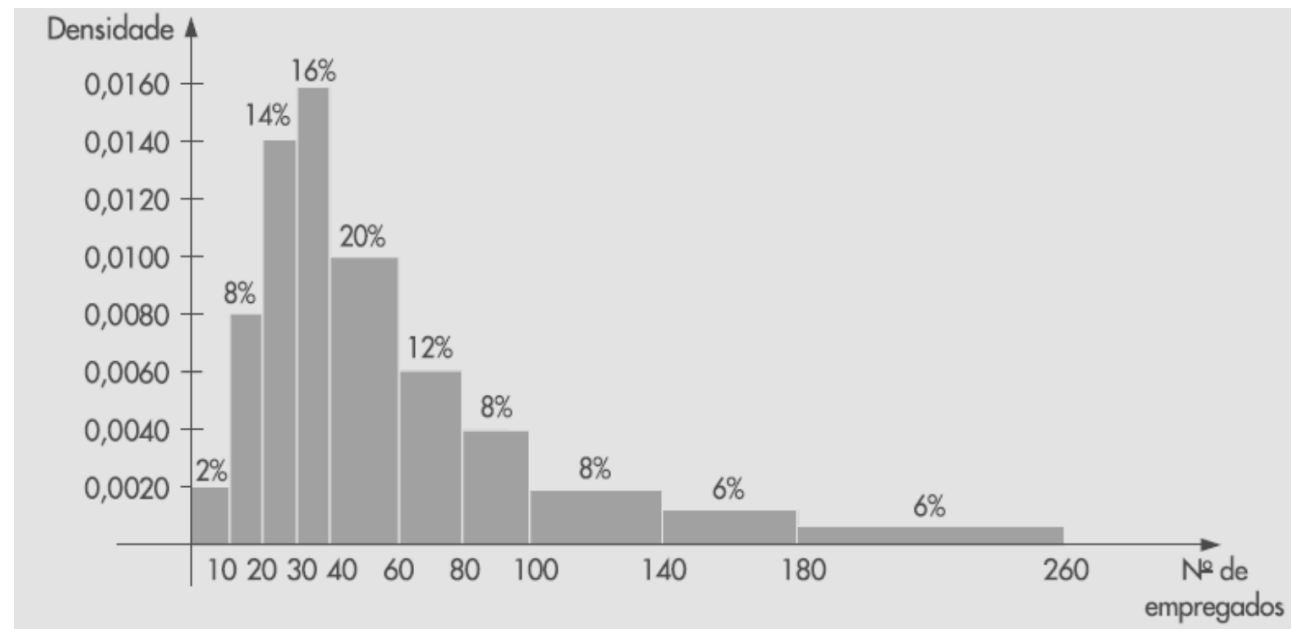
**Freqüência Acumulada:  
Diâmetro das árvores de eucalipto**



# Tabelas e Gráficos

## Histograma:

No entanto, ocorre muitas vezes que as amplitudes das classes são desiguais.



# Tabelas e Gráficos

## Histograma:

Construção do histograma com as densidades de frequências e não com as frequências.

$$\text{densidade}_k = \text{fr}_k / h_k$$

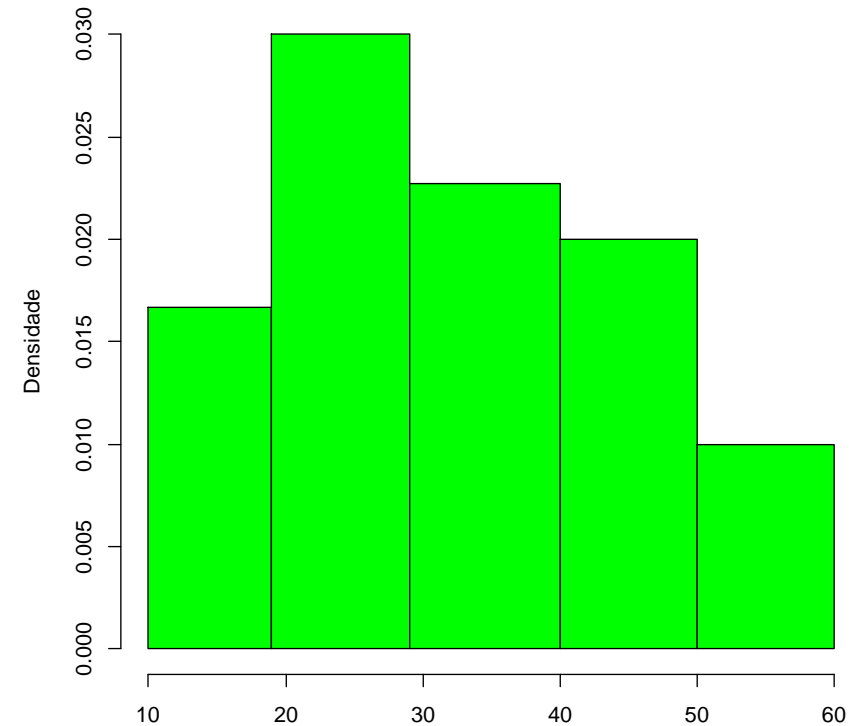
# Tabelas e Gráficos

## Histograma:

Classes	Ponto Médio	fr	fr/h
10 ┤ 20	15	0,15	0,015
20 ┤ 30	25	0,30	0,030
30 ┤ 40	35	0,25	0,025
40 ┤ 50	45	0,20	0,020
50 ┤ 60	55	0,10	0,010



## Histograma: Diâmetro das árvores de eucalipto



(não há espaço entre as barras)

# Tabelas e Gráficos

## O Mau Uso dos Gráficos e Questões Éticas

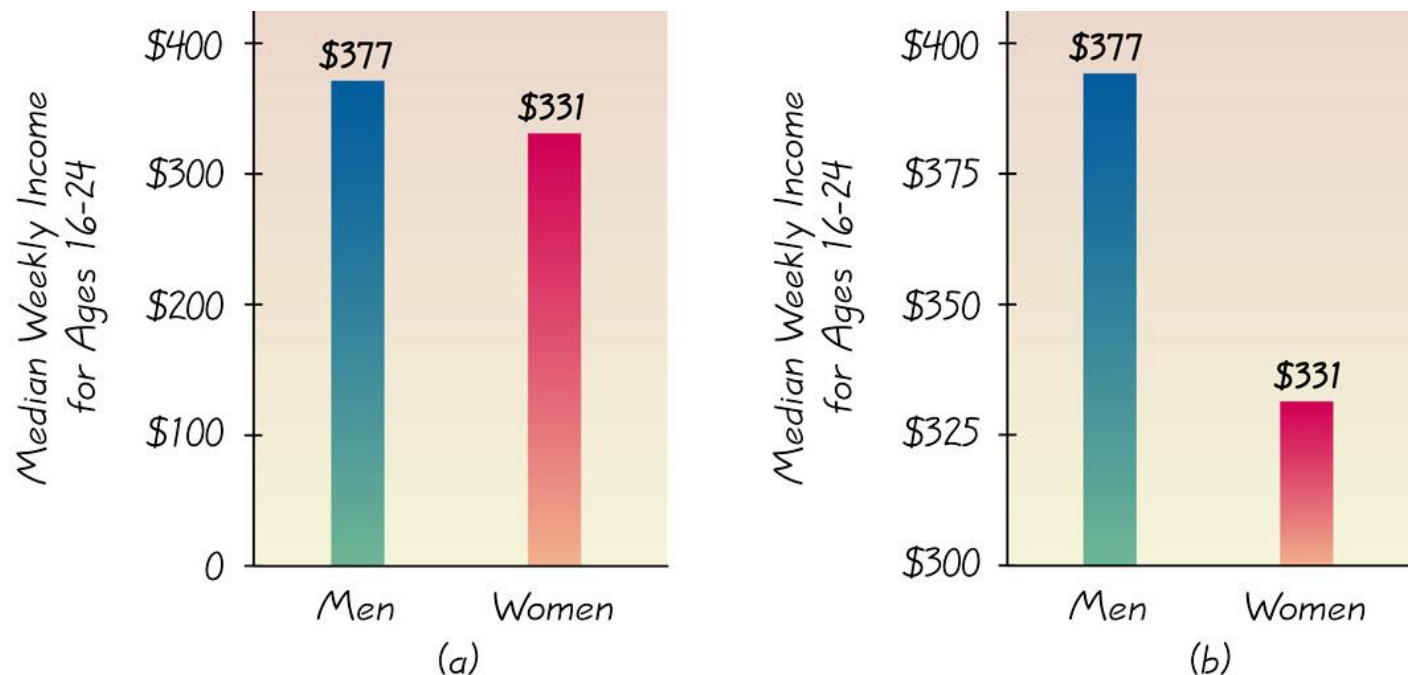
### **Orientações:**

- Não distorcer os dados;
- Evitar adornos desnecessários;
- Utilizar uma escala para cada eixo em gráficos bi-dimensionais;
- A escala do eixo vertical deve começar em zero;
- Rotular todos os eixos;
- Colocar título no gráfico;
- Utilizar o modelo de gráfico mais simples possível.



# Tabelas e Gráficos

**CUIDADO: Figuras podem enganar**



Para interpretar corretamente um gráfico, devemos analisar a informação numérica dada num gráfico, que pode ser distorcida pelo desenho (No exemplo a direita, pela escala vertical).

# Tabelas e Gráficos

**Informação pode ser distorcida ao usar-se desenhos para informar:** Desenhos com área e volume podem passar falsa impressão para dados de natureza unidimensional

Exemplo:

Preço em 1986

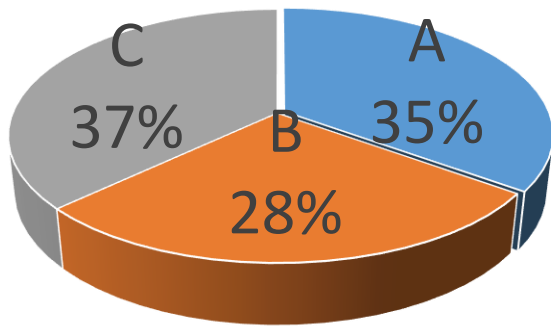


preço em 2003



Note que o preço dobrou, mas a área da figura ficou 4 vezes maior, o que dá a impressão de um aumento muito maior

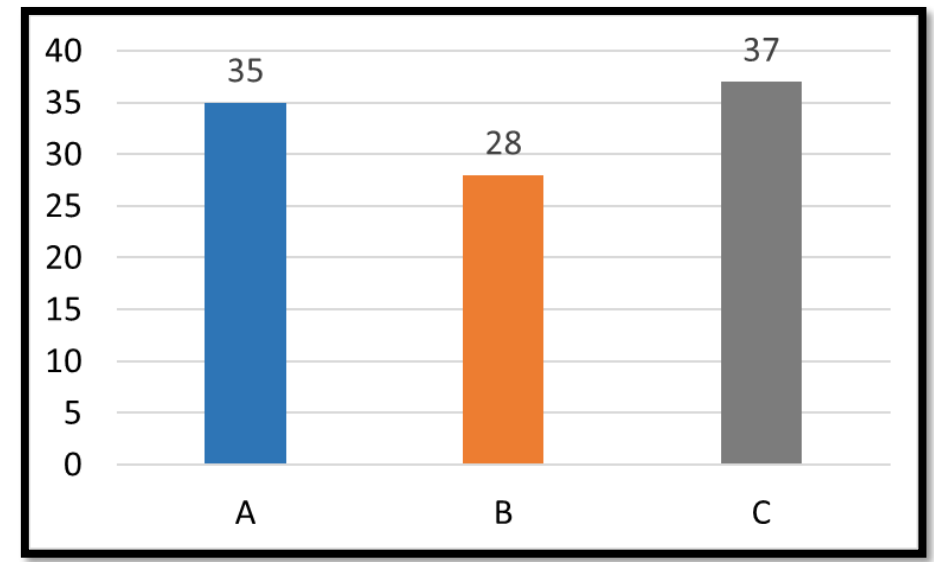
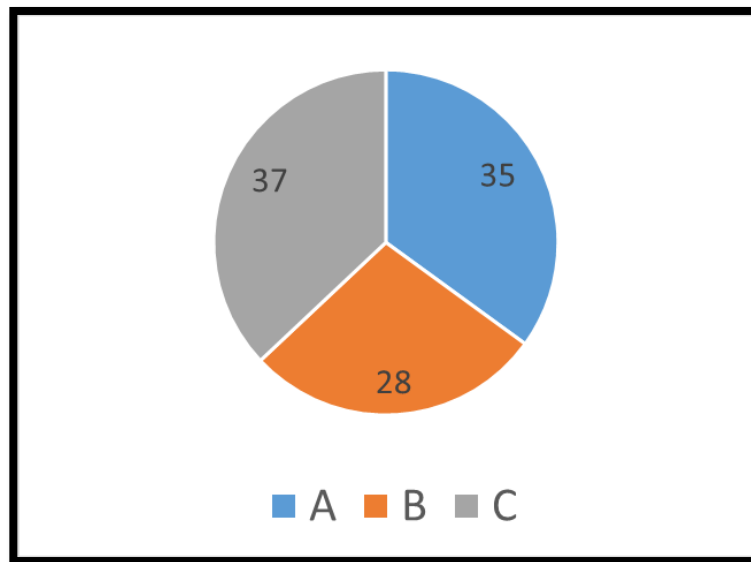
# Tabelas e Gráficos



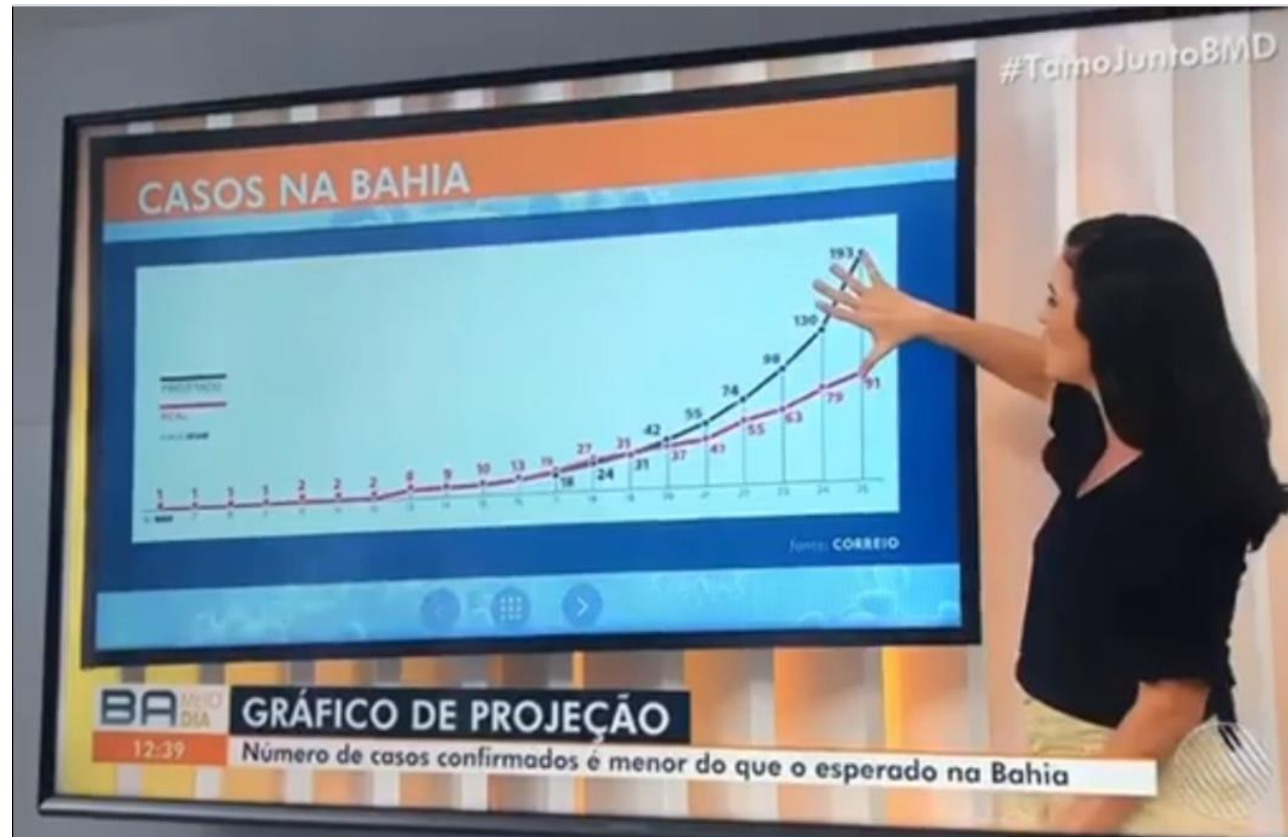
■ A ■ B ■ C

**A figura distorce os valores:** o item B tem menor porcentagem

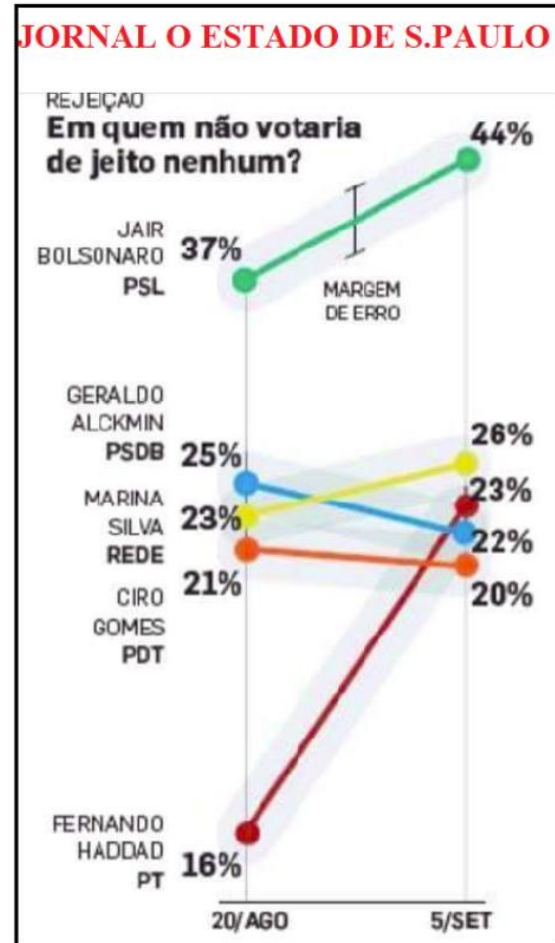
**Melhor:** →



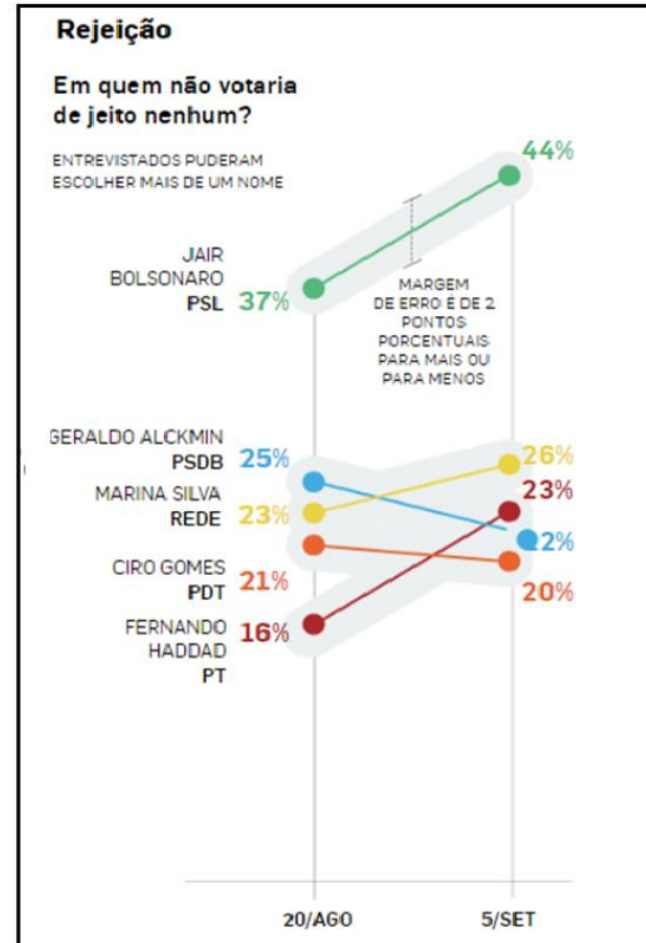
# Tabelas e Gráficos



# Tabelas e Gráficos



ORIGINAL



CORRIGIDO

# Próximas aulas

- Medidas de posição
- Medidas de variabilidade;
- Gráfico de Box-plot