

Escola de Engenharia de São Carlos

Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação

SEL 412 Tecnologia Digital

Profa. Luiza Maria Romeiro Codá

GABARITO Lista nº2 : simplificação de expressões Lógicas e Mapa de Karnaugh

1. Simplificar as seguintes funções lógicas com recurso aos axiomas e teoremas da álgebra de Boole.

Observação: $/X$ significa $\bar{X}$

a) $A/B + /A/BC$

Resp: $/B(A + AC)$ pela propriedade de redundância $A+AC = A$ então a expressão fica $/BA$

b) $AB + AB/CD + ABC/D$

Resp: $AB(1 + /CD + C/D) =$ pelo elemento absorvente $(1 + /CD + C/D) = 1$ Então a expressão fica AB

c) $/ABC + A(/AC + B/C)$

Resp: propriedade distributiva: $/ABC + A/A C + A B /C$ pelo complemento : $A/A = 0$

Então a expressão se torna $/ABC + AB/C$

Colocando B em evidência : $B(/AC + A/C) = B(A \oplus C)$

d) $/D(B + /CD) + /B/D$

Resp: pela distributiva: $/DB + /DD/C + /B/D$ pela propriedade de complemento $/D.D = 0$

Então a expressão fica: $/DB + /D/B = /D(B + /B)$ como pela propriedade de complemento $B + /B = 1$

Então a expressão torna-se $/D$

e) $/AB/CD + AB/CD$

Resp: colocando $/CD$ em evidência: $/CD (/AB + AB)$

Colocando B em evidência : $/CDB (/A + A)$ como pela propriedade de complemento $A=/A=1$

Então : a expressão torna-se $/CBD$

f) $E(A/B + C/E) + /E(/AB + /CE)$

Resp: distribuindo tem-se que: $EA/B + C/EE + /E /AB + /CE /E$

Como $/EE = 0$ então : $EA/B + /E /AB$

Colocando E em evidência : $E(A/B + /AB) = E(A \oplus B)$

g) $ABC + (/A + /B + /C)$

Resp: Aplicando De Morgan na parte da expressão $/A + /B + /C$:

$ABC + \overline{(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})} = ABC + \overline{(A B C)}$ pela propriedade Complemento $X + \overline{X} = 1$
 Então a expressão = 1

h) $EF/G + A/B/G + \overline{CE}/G + \overline{E}/F/G + \overline{G}$

Resp: Colocando $\overline{G}$ em evidência:

$\overline{G} (EF + A/B + \overline{CE}/F + \overline{E}/F + 1)$

Pela propriedade de elemento absorvente: $X+1 = 1$

Então a expressão fica $\overline{G}.1 = \overline{G}$

i) $B/\overline{DE} + \overline{AC}/E + \overline{BD}(A/D + B/\overline{DE}) + \overline{DE}$

Resp : aplicando a propriedade distributiva:

$B/\overline{DE} + \overline{AC}/E + \overline{BD} A/D + \overline{BD} B/\overline{DE}) + \overline{DE}$

Como $X.\overline{X} = 0$ pela propriedade de complemento. Então: $D./D = 0$

$B/\overline{DE} + \overline{AC}/E + \overline{DE}$

Colocando $\overline{DE}$ em evidência:

$\overline{DE} (B + 1) + \overline{AC}/E$

Como pelo elemento absorvente $B+1 = 1$

Então : $\overline{DE} + \overline{ACE}$ ou $E(\overline{D} + \overline{AC})$

2. Provar as seguintes igualdades:

a) $A + B + C = (A + B)(\overline{A} + \overline{B}) + (C + \overline{D})(C + D) + (A + E)(\overline{A} + \overline{E})$

b) Resp: $(A + B)(\overline{A} + \overline{B}) + (C + \overline{D})(C + D) + (A + E)(\overline{A} + \overline{E})$

Usando a propriedade distributiva:

$A/\overline{A} + AB + \overline{A}/\overline{B} + B\overline{B} + BC + CD + C/\overline{D} + \overline{C}/D + AA + A/\overline{E} + AE + E/\overline{E}$

Por complemento $X.\overline{X} = 0$ e $X.X = X$, Então

$AB + \overline{A}/\overline{B} + B + C + CD + C/\overline{D} + A + A/\overline{E} + AE$

Colocando B ,C e A nos termos em evidência:

$B (A + \overline{A}) + B + C + C(\overline{D} + D) + A + A(\overline{E} + E)$

Como pelo complemento $X + \overline{X} = 1$, então:

$B.1 + B + C + C.1 + A + A.1$

Como pelo elemento neutro : $X.1 = X$, então:

$B + B + C + C + A + A$

Como pela idempotência : $X + X = X$, então:

$B + C + A$ cqdd

c) $B + D = ABC + \overline{ABC} + B/C + AD + \overline{AD}$

d) Resp: $ABC + \overline{ABC} + B/C + AD + \overline{AD}$

Colocando BC e D em evidência:

$BC(A + \overline{A}) + B/C + D(A + \overline{A})$

Como pelo complemento $X+\overline{X} = 1$, então:

$BC + B/C + D$

Colocando B em evidência:

$B(C + \overline{C}) + D$

Como pelo complemento $X + \overline{X} = 1$, então:
A expressão se torna $B + D$ cqd

c) $B/C + BD = (A + B)(\overline{C} + D)(\overline{A} + B)$

Resp: $(A + B)(\overline{C} + D)(\overline{A} + B) =$

Pela propriedade distributiva:

$(A/C + B/C + AD + BD) (\overline{A} + B)$

Pela propriedade distributiva:

$\overline{A}A/C + \overline{A}B/C + \overline{A}AD + \overline{A}BD + AB/C + BB/C + ABD + BBD$

Pelo complemento $X.\overline{X} = 0$ e pela idempotência $X.X = X$ então:

$\overline{A}B/C + \overline{A}BD + AB/C + B/C + ABD + BD$

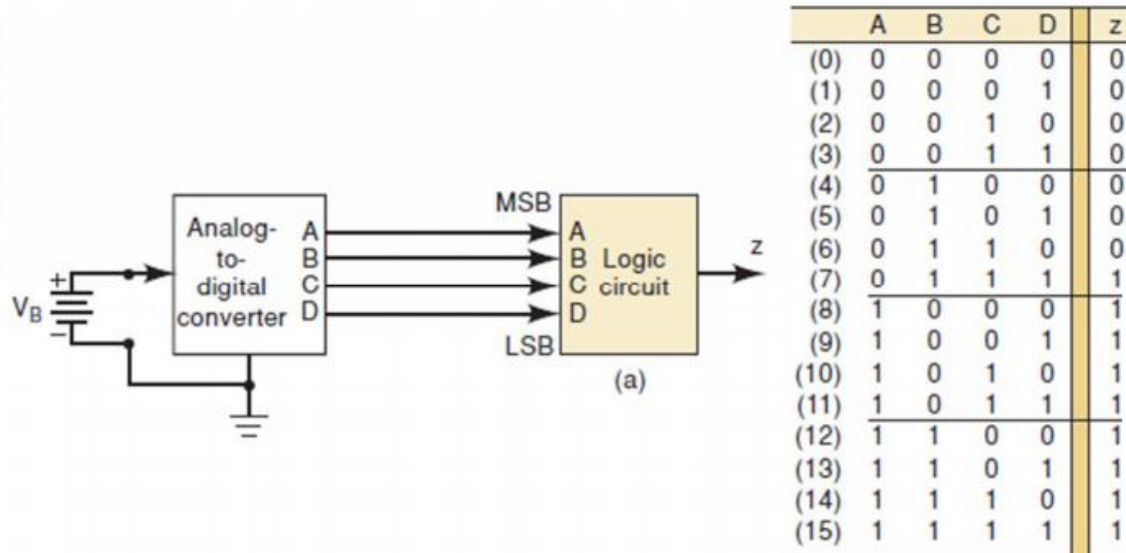
Colocando BD e B/C em evidência:

$BD (\overline{A} + A + 1) + B/C(\overline{A} + A + 1)$

Como $X + X + 1 = 1$

A expressão fica: $BD + B/C$ cqd

3. Projete o circuito que terá a lógica especificada pela tabela verdade a seguir:



OBSERVAÇÃO:

No caso deste exemplo, a variável mais significativa(ou dominante) é a variável A. Então, geralmente escrevemos cada termo da expressão, começando pela variável mais significativa: variável A até a menos significativa, variável D.

Porém, lembrem que pela propriedade comutativa: $ABCD = DCBA = CBDA = DABC$ e assim por diante.

O importante em saber qual é a variável mais significativa é quando tem-se uma tabela verdade ou a informação do circuito mostrando apenas mintermos (Ou maxterms), como mostrado a seguir.

Por exemplo, se o circuito anterior fosse apresentado apenas indicando quais os mintermos que compõem a saída Z : $Z(A,B,C,D) = m_8 + m_9 + m_{10} + m_{11} + m_{12} + m_{13} + m_{14} + m_{15}$, sem

mostrar a tabela verdade. Então é necessário citar qual variável é mais significativa e qual a menos.

Solução:

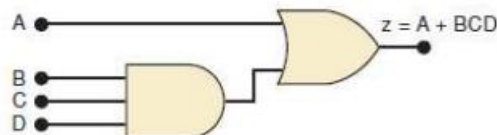
	A	B	C	D	z
(0)	0	0	0	0	0
(1)	0	0	0	1	0
(2)	0	0	1	0	0
(3)	0	0	1	1	0
(4)	0	1	0	0	0
(5)	0	1	0	1	0
(6)	0	1	1	0	0
(7)	0	1	1	1	1 → $\overline{A}BCD$
(8)	1	0	0	0	1 → $AB\overline{C}\overline{D}$
(9)	1	0	0	1	1 → $AB\overline{C}D$
(10)	1	0	1	0	1 → $AB\overline{C}\overline{D}$
(11)	1	0	1	1	1 → $AB\overline{C}D$
(12)	1	1	0	0	1 → $ABC\overline{D}$
(13)	1	1	0	1	1 → $ABC\overline{D}$
(14)	1	1	1	0	1 → $ABCD$
(15)	1	1	1	1	1 → $ABCD$

$$z = \overline{A}BCD + AB\overline{C}\overline{D} + AB\overline{C}D + AB\overline{C}\overline{D} + AB\overline{C}D + ABC\overline{D} + ABC\overline{D} + ABCD$$

$$\begin{aligned} z &= \overline{A}BCD + AB\overline{C}(\overline{D} + D) + AB\overline{C}(\overline{D} + D) + AB\overline{C}(\overline{D} + D) + ABC(\overline{D} + D) \\ &= \overline{A}BCD + AB\overline{C} + AB\overline{C} + AB\overline{C} + ABC \\ &= \overline{A}BCD + AB(\overline{C} + C) + AB(\overline{C} + C) \\ &= \overline{A}BCD + AB + AB \\ &= \overline{A}BCD + A(\overline{B} + B) \\ &= \overline{A}BCD + A \end{aligned}$$

$$x + \overline{x}y = x + y \quad x = A \quad y = BCD$$

$$z = \overline{A}BCD + A = BCD + A$$



4. Determine as expressões booleanas mínimas para os mapas de Karnaugh abaixo.

	$\overline{C}\overline{D}$	$\overline{C}D$	CD	$C\overline{D}$
$\overline{A}\overline{B}$	1	1	1	1
$\overline{A}B$	1	1	0	0
AB	0	0	0	1
$A\overline{B}$	0	0	1	1

(a)

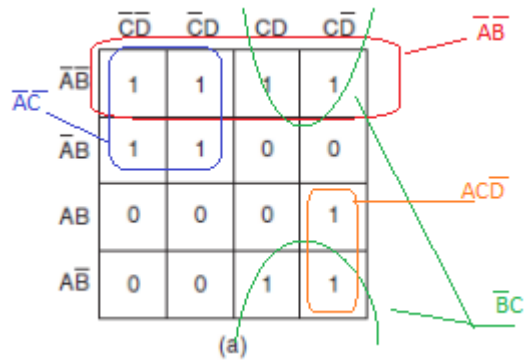
	$\overline{C}\overline{D}$	$\overline{C}D$	CD	$C\overline{D}$
$\overline{A}\overline{B}$	1	0	1	1
$\overline{A}B$	1	0	0	1
AB	0	0	0	0
$A\overline{B}$	1	0	1	1

(b)

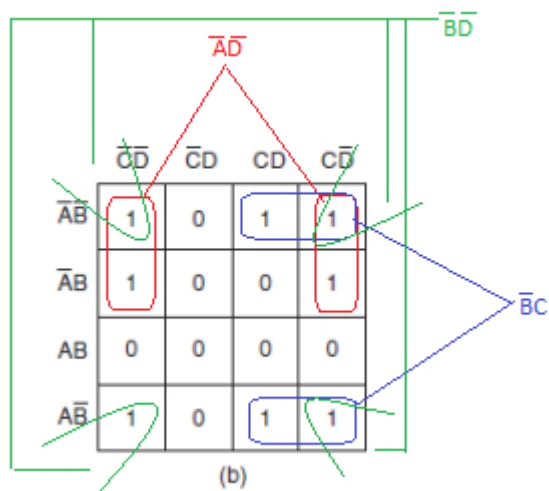
	$\overline{C}$	C
$\overline{A}\overline{B}$	1	1
$\overline{A}B$	0	0
AB	1	0
$A\overline{B}$	1	X

(c)

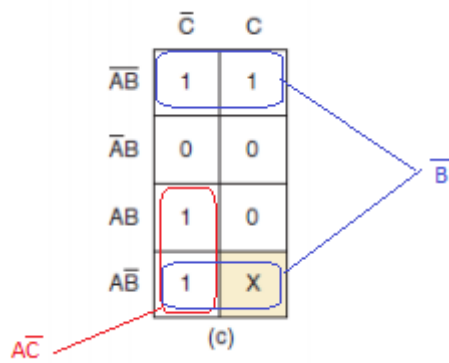
Resposta:



A expressão fica : $\bar{A}/\bar{B} + \bar{A}/C + \bar{B}C + AC/\bar{D}$



A expressão fica: $\bar{A}/D + \bar{B}/D + \bar{B}C$



A expressão fica: $A/C + \bar{B}$

5. Projete o circuito digital correspondente à tabela verdade abaixo utilizando a soma de produtos não simplificada. Em seguida redesenhe o circuito aplicando a simplificação com mapa de Karnaugh.

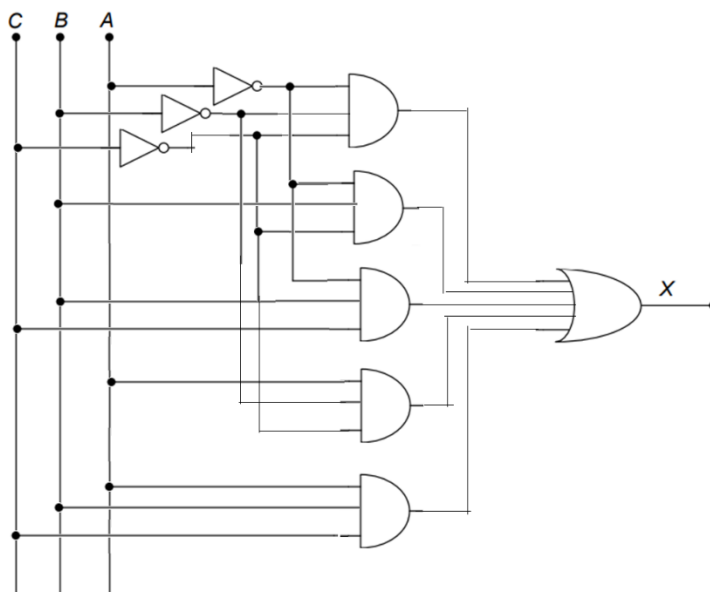
A	B	C	x
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Resposta:

A	B	C	x	
0	0	0	1	$\Rightarrow \bar{A}.\bar{B}.\bar{C}$
0	0	1	0	
0	1	0	1	$\Rightarrow \bar{A}.B.\bar{C}$
0	1	1	1	$\Rightarrow \bar{A}.B.C$
1	0	0	1	$\Rightarrow A.\bar{B}.\bar{C}$
1	0	1	0	
1	1	0	0	
1	1	1	1	$\Rightarrow A.B.C$

Expressão obtida com tabela verdade: $X = \bar{A}/B/C + /AB/C + /ABC + A/B/C + ABC$

Circuito :



A	B	C	x
0	0	0	1 $\Rightarrow \bar{A}\bar{B}\bar{C}$
0	0	1	0
0	1	0	1 $\Rightarrow \bar{A}B\bar{C}$
0	1	1	1 $\Rightarrow \bar{A}B.C$
1	0	0	1 $\Rightarrow A\bar{B}\bar{C}$
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1 $\Rightarrow A.B.C$

	$\bar{C}$	C
$\bar{A}\bar{B}$	1	0
$\bar{A}B$	1	1
AB	0	1
$A\bar{B}$	1	0

	$\bar{C}$	C
$\bar{A}\bar{B}$	1	0
$\bar{A}B$	1	1
AB	0	1
$A\bar{B}$	1	0

Diagram illustrating the Karnaugh map with groupings:

- Group 1 (Blue box): $\bar{A}\bar{B}$ (1,0) and $\bar{A}B$ (1,1) $\Rightarrow \bar{A}\bar{C}$
- Group 2 (Red box): $\bar{A}B$ (1,1) and AB (0,1) $\Rightarrow B.C$
- Group 3 (Green box): $\bar{A}\bar{B}$ (1,0) and $A\bar{B}$ (1,0) $\Rightarrow \bar{B}\bar{C}$

Expressão simplificada por Karnaugh: $X = \bar{A}\bar{C} + BC + \bar{B}\bar{C}$

Circuito:

