

CARGA ELÉTRICA E CAMPO ELÉTRICO

21

As interações eletromagnéticas envolvem partículas que possuem uma propriedade chamada *carga elétrica*, um atributo que é tão fundamental quanto a massa. Assim como os objetos com massa são acelerados pelas forças gravitacionais, os objetos eletricamente carregados são acelerados pelas forças elétricas.

21.1 Carga elétrica

No ano de 600 a.C, os gregos descobriram que, atritado com a lã, o âmbar adquiria a propriedade de atrair outros objetos. Hoje, podemos afirmar que o âmbar adquiria uma **carga elétrica** ou se tornava *carregado*. O termo ‘elétrico’ deriva-se da palavra grega *elektron*, que significa âmbar.

Bastões de plástico e um pedaço de peliça (animal ou artificial) são objetos particularmente bons para estudar o fenômeno da **eletrostática**, que descreve as interações entre cargas elétricas que estão em repouso (ou quase em repouso). A Figura 21.1a mostra um pedaço de peliça e dois bastões de plástico. Depois de atritados com a peliça, os dois bastões de plástico se repelem.

Quando esfregamos dois bastões de vidro com seda, os bastões de vidro também ficam carregados eletricamente e se repelem (Figura 21.1b). Porém, um bastão de plástico carregado *atrai* um bastão de vidro carregado; além disso, a peliça atrai o bastão de plástico carregado, e a seda, o bastão de vidro carregado (Figura 21.1c).

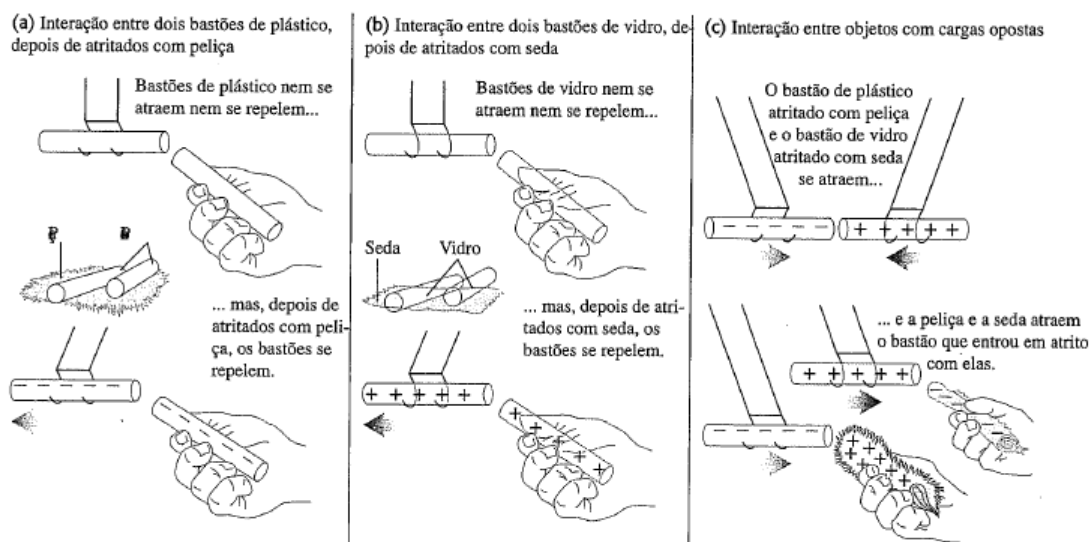


Figura 21.1 Experiências de eletrostática. (a) Objetos com carga negativa se repelem. (b) Objetos com carga positiva se repelem. (c) Objetos com carga positiva e objetos com carga negativa se atraem.

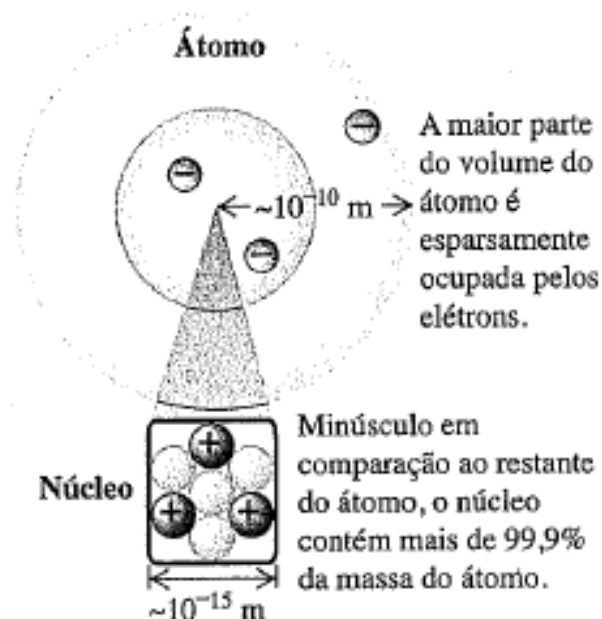
Benjamin Franklin (1706-1790) sugeriu denominar, respectivamente, de carga *negativa* e de carga *positiva* esses dois tipos de carga elétrica. O bastão de plástico e a seda possuem cargas negativas, e o bastão de vidro e a peliça possuem cargas positivas.

Duas cargas positivas se repelem e duas cargas negativas também se repelem. Existe uma atração mútua entre uma carga positiva e uma carga negativa.

Carga elétrica e estrutura da matéria

Quando atritado com peliça animal ou seda, como na Figura 21.1, um bastão não apresenta alteração visível na aparência. Então, o que de fato ocorre ao bastão ao receber carga elétrica?

A estrutura dos átomos pode ser descrita com base em três partículas elementares: o **elétron**, que possui carga elétrica negativa; o **próton**, de carga elétrica positiva; e o **nêutron**, que não possui carga elétrica (Figura 21.3). Prótons e nêutrons são constituídos por outras partículas, denominadas *quarks*, que possuem carga elétrica correspondente a $\pm\frac{1}{3}$ e $\pm\frac{2}{3}$ da carga do elétron.



- 
Próton: Carga Positiva
 Massa = $1,673 \times 10^{-27}$ kg
- 
Nêutron: Sem Carga
 Massa = $1,675 \times 10^{-27}$ kg
- 
Elétron: Carga Negativa
 Massa = $9,109 \times 10^{-31}$ kg

A carga do elétron e a carga do próton possuem igual módulo.

Figura 21.3 A estrutura de um átomo. O átomo aqui descrito é o lítio (veja a Figura 21.4a).

Os prótons e os nêutrons no interior de um átomo constituem um caroço central denso, chamado de **núcleo**, cujo diâmetro é da ordem de 10^{-15} m. Circundando o núcleo, há uma camada de elétrons que se estende até uma distância aproximadamente igual a 10^{-10} m para fora do núcleo.

Os elétrons negativos são mantidos no interior de um átomo pela força de atração elétrica entre o núcleo positivo e os elétrons. (Os prótons e

os nêutrons são mantidos estáveis no interior de um núcleo atômico em virtude de uma força de atração denominada *força nuclear*, que supera a força de repulsão elétrica existente entre os prótons. A força nuclear possui curto alcance, equivalente ao diâmetro do núcleo, e seu efeito não se estende para muito além do centro do núcleo.)

As massas das partículas individuais, com a precisão com a qual elas são conhecidas atualmente, são dadas por

$$\text{Massa do elétron} = m_e = 9,1093826 (16) \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$\text{Massa do próton} = m_p = 1,67262171 (29) \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\text{Massa do nêutron} = m_n = 1,67492728 (29) \times 10^{-27} \text{ kg}$$

Note que a massa do próton é quase igual à massa do nêutron, sendo cerca de 2000 vezes maior que a massa do elétron. O núcleo concentra aproximadamente 99,9% da massa de qualquer átomo.

O módulo da carga elétrica negativa do elétron é *exatamente* igual (dentro do erro experimental) à carga elétrica positiva do próton. Em um átomo neutro, o número de elétrons é igual ao número de prótons existentes no núcleo do átomo, e a carga elétrica total (a soma algébrica de todas as cargas) é exatamente igual a zero (Figura 21.4a). Denomina-se **número atômico** o número de elétrons ou de prótons existentes em um átomo neutro de qualquer elemento. Quando removemos um ou mais elétrons desse átomo neutro, a carga elétrica positiva resultante constitui um **íon positivo** (Figura 21.4b). Um **íon negativo** é obtido quando um átomo *ganha* um ou mais elétrons (Figura 21.4c). Denomina-se **ionização** o processo no qual o átomo ganha ou perde elétrons.

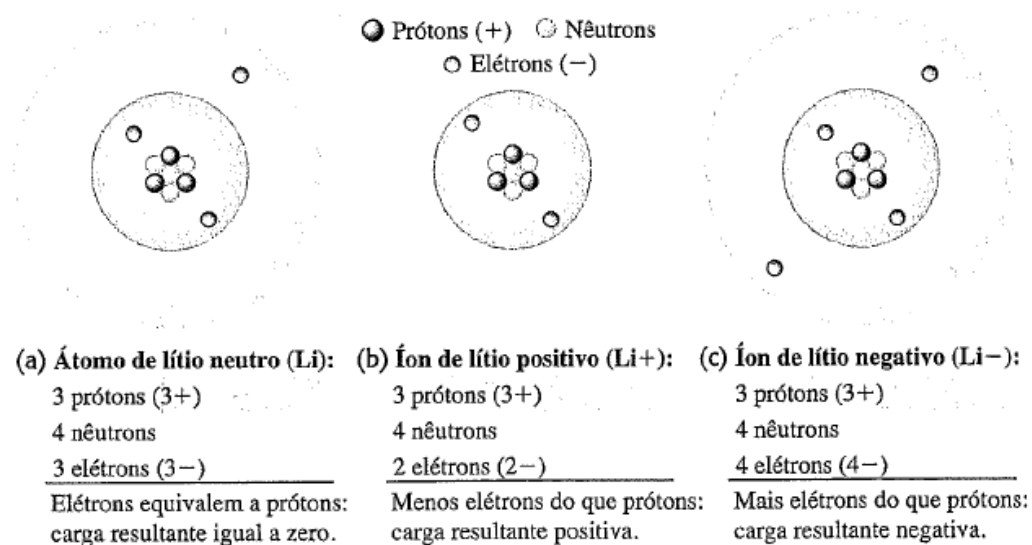


Figura 21.4 (a) Um átomo neutro possui a mesma proporção de elétrons e prótons. (b) Um íon positivo possui um déficit de elétrons. (c) Um íon negativo possui um excesso de elétrons. (As 'cápsulas' de elétrons são uma representação visual da real distribuição de elétrons, uma nuvem difusa várias vezes maior que o núcleo.)

A carga elétrica é conservada

Na discussão precedente, há dois princípios muito importantes envolvidos implicitamente. O primeiro é o **princípio da conservação da carga elétrica**:

A soma algébrica de todas as cargas elétricas existentes em um sistema isolado permanece sempre constante.

Em qualquer processo no qual um corpo é carregado, a carga elétrica não é criada nem destruída, mas meramente *transferida* de um corpo a outro.

O segundo princípio importante é:

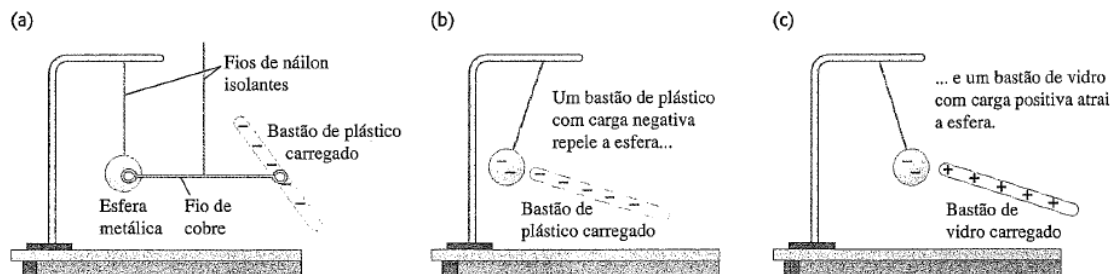
O módulo da carga elétrica do elétron ou do próton é uma unidade de carga natural.

Qualquer quantidade de carga elétrica observada é sempre um múltiplo inteiro dessa unidade básica. Dizemos que a carga elétrica é *quantizada*.

nenhuma carga elétrica pode ser dividida em uma quantidade menor do que a carga de um elétron ou de um próton. (As cargas elétricas do quark, $\pm\frac{1}{3}$ e $\pm\frac{2}{3}$ da carga do elétron, provavelmente não podem ser observadas livres e isoladas.) Portanto, a carga elétrica de qualquer corpo macroscópico é sempre igual a zero ou a um múltiplo inteiro (positivo ou negativo) da carga elétrica do elétron.

21.2 Condutores, isolantes e cargas induzidas

Alguns materiais possibilitam a migração da carga elétrica de uma região para outra, enquanto outros impedem o movimento das cargas elétricas. Por exemplo, a Figura 21.6a mostra um fio de cobre suspenso por um fio de náilon. Suponha que uma das extremidades do fio seja tocada por um bastão de plástico e que a outra extremidade esteja presa a uma esfera metálica inicialmente descarregada; a seguir, removem-se o bastão carregado e o fio de cobre. Quando você aproxima da esfera outro corpo carregado (figuras 21.6b e 21.6c), a esfera é atraída ou repelida, mostrando que ficou carregada eletricamente. A carga elétrica foi transferida do bastão de plástico para a esfera através do fio de cobre.



O fio conduz a carga do bastão de plástico com carga negativa para a esfera metálica.

Figura 21.6 O cobre é um bom condutor de eletricidade; o náilon é um bom isolante. (a) A carga elétrica é transferida do bastão de plástico para a esfera metálica através do fio de cobre, carregando negativamente a esfera. A seguir, a esfera metálica é (b) repelida por um bastão de plástico carregado negativamente e (c) atraída por um bastão de vidro carregado positivamente.

Chamamos o fio de cobre de **condutor** de eletricidade. Caso você repetisse essa experiência substituindo o fio de cobre por um fio de náilon ou por uma tira de borracha, verificaria que *nenhuma* carga seria transferida do bastão de plástico para a esfera. Esse tipo de material denomina-se **isolante**. Um condutor permite que ocorra o movimento de cargas elétricas através dele, enquanto um isolante não.

Denomina-se *semicondutor* um material que possui propriedades intermediárias entre as de um bom condutor e as de um bom isolante.

Carga por indução

Existe outra técnica na qual o bastão de plástico pode produzir uma carga com sinal *contrário* em outro corpo, sem que haja perda de sua própria carga. Nesse caso, dizemos que o corpo foi carregado por **indução**.

Um exemplo de como proceder para que um corpo seja carregado por indução é indicado na Figura 21.7. Uma esfera

metálica é apoiada sobre um suporte isolante (Figura 21.7a). Ao se aproximar da esfera um bastão carregado negativamente, sem que o bastão toque na esfera (Figura 21.7b), os elétrons livres da esfera metálica são repelidos pelo excesso de elétrons do bastão e deslocados para a direita da esfera, afastando-se do bastão. Esses elétrons não escapam da esfera porque o suporte e o ar ambiente são isolantes. Portanto, no lado direito da esfera existe um excesso de elétrons, enquanto no lado esquerdo, uma deficiência de elétrons (ou seja, uma carga elétrica líquida positiva). Dizemos que em cada lado da esfera surgiu uma **carga induzida**.

O que ocorrerá se, mantendo o bastão de plástico próximo da esfera, você encostar a extremidade de um fio condutor sobre o lado direito da esfera, mantendo a outra extremidade do fio em contato com a superfície terrestre (Figura 21.7c)? A Terra é condutora e, por ser extremamente grande, pode funcionar como uma fonte praticamente inesgotável de elétrons ou como um sumidouro de elétrons. Muitas cargas negativas fluem através do fio para a superfície terrestre. Suponha agora que você desconecte o fio (Figura 21.7d) e remova o bastão carregado (Figura 21.7e); uma carga líquida positiva ficará sobre a esfera. A carga negativa do bastão não foi alterada no processo. A Terra adquiriu uma carga negativa de módulo igual à carga positiva que permaneceu sobre a esfera.

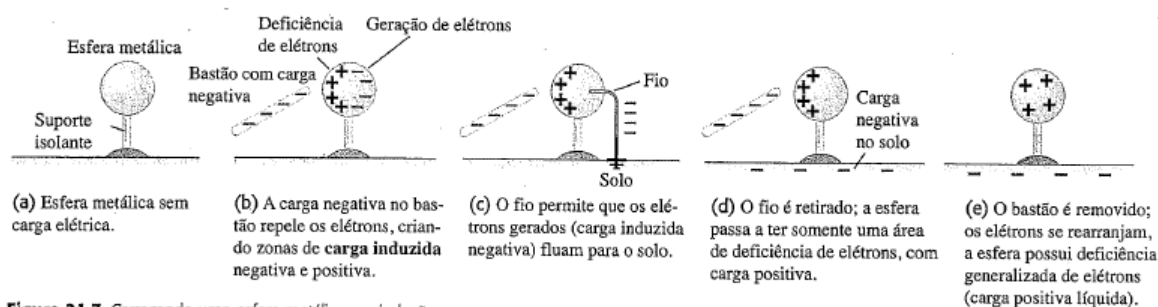


Figura 21.7 Carregando uma esfera metálica por indução.

Forças elétricas sobre objetos descarregados

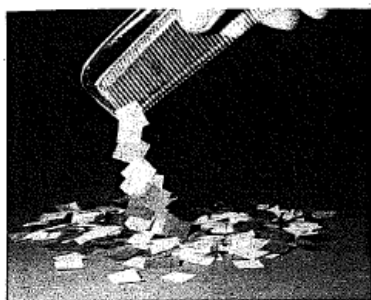
Finalmente, notamos que um corpo carregado pode exercer força até mesmo sobre objetos *descarregados*.

Depois de fazer um pente adquirir carga atritando-o com o seu cabelo, o pente pode atrair pedacinhos de papel ou plástico descarregados (Figura 21.8a). Como isso é possível?

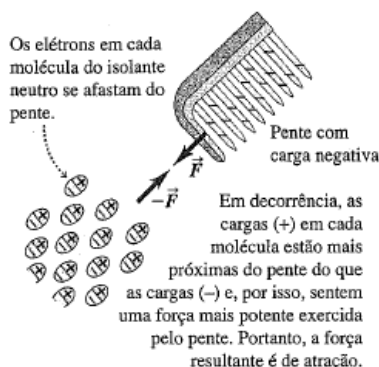
Essa interação é produzida pelo fenômeno da indução de cargas. Mesmo em um isolante, as cargas elétricas podem se deslocar ligeiramente para a frente ou para trás, quando existe uma carga em suas vizinhanças. Isso é indicado na Figura 21.8b; o pente de plástico, carregado negativamente, produz um ligeiro deslocamento das cargas das moléculas no interior do isolante neutro, um efeito chamado de *polarização*. As cargas positivas e negativas do material possuem o mesmo módulo, porém as cargas positivas estão mais próximas do pente do que as cargas negativas, sofrendo uma força de atração maior do que a força de repulsão sobre as cargas negativas. Portanto, a força resultante é de atração.

Observe que o isolante neutro também pode ser atraído por um pente com cargas *positivas* (Figura 21.8c). Nesse caso, as cargas no isolante sofrem um deslocamento em sentido contrário ao do caso anterior; as cargas negativas no isolante estão mais próximas do pente e sofrem uma força de atração maior do que a força de repulsão sofrida pelas cargas positivas existentes no isolante. Portanto, *qualquer* que seja o sinal da carga elétrica de um objeto carregado, ele sempre exerce uma força de atração sobre um isolante neutro.

(a) Um pente carregado atrai pedaços de plástico descarregados



(b) Como um pente com carga negativa atrai um material isolante



(c) Como um pente com carga positiva atrai um material isolante

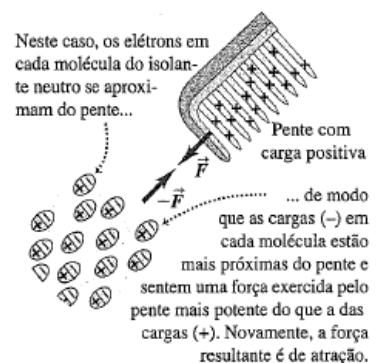


Figura 21.8 As cargas no interior das moléculas de um material isolante podem se deslocar ligeiramente. Em consequência, um pente com cargas elétricas atrai um isolante neutro. Pela terceira lei de Newton, o isolante neutro atrai o pente com uma força de mesmo módulo e de sentido contrário.

21.3 Lei de Coulomb

Charles Augustin de Coulomb (1736-1806) estudou a força de interação entre partículas carregadas em 1784.

Para **cargas puntiformes**, ou seja, para corpos carregados separados por uma distância r muito maior do que os respectivos tamanhos, Coulomb verificou que a força elétrica entre eles é proporcional a $1/r^2$. Ou seja, quando a distância r dobra, a força se reduz a $\frac{1}{4}$ do seu valor inicial; quando a distância se reduz à metade, a força se torna quatro vezes maior do que seu valor inicial.

A força elétrica entre dois corpos também depende da carga existente em cada corpo, que será designada por q ou Q .

Ele verificou que a força elétrica entre as duas cargas q_1 e q_2 é proporcional a cada uma das cargas e, portanto, proporcional ao *produto* $q_1 q_2$ das duas cargas.

Desse modo, Coulomb estabeleceu uma relação hoje conhecida como **lei de Coulomb**:

O módulo da força elétrica entre duas cargas puntiformes é diretamente proporcional ao produto das cargas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas.

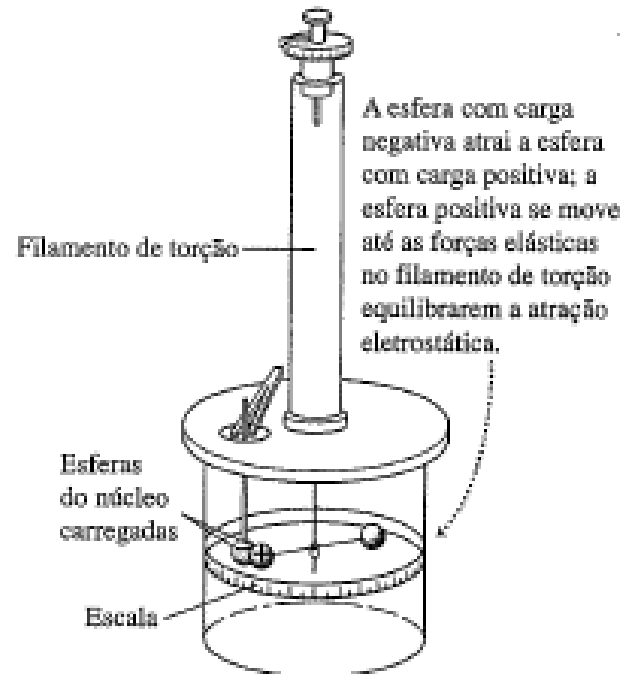
Em termos matemáticos, dizemos que, quando duas cargas q_1 e q_2 estão separadas por uma distância r , o módulo F da força que qualquer uma das cargas exerce sobre a outra pode ser expresso pela relação

$$F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \quad (21.1)$$

em que k é uma constante de proporcionalidade cujo valor numérico depende do sistema de unidades usado. As barras verticais que indicam valor absoluto são usadas na Equação (21.1) porque as cargas q_1 e q_2 podem ser positivas ou negativas, enquanto o módulo da força F é sempre positivo.

A direção da força que qualquer uma das cargas exerce sobre a outra é sempre ao longo da linha reta que passa pelas cargas. Quando as cargas q_1 e q_2 possuem o mesmo sinal, ambos positivos ou negativos, as forças são repulsivas; quando as cargas q_1 e q_2 possuem sinais contrários, as forças são atrativas (Figura 21.10b). As duas forças obedecem à terceira lei de Newton: elas sempre possuem o mesmo módulo e sentidos contrários, mesmo quando as cargas não são iguais.

(a) Uma balança de torção do tipo usado por Coulomb para medir a força elétrica



(b) Interações entre cargas puntiformes.

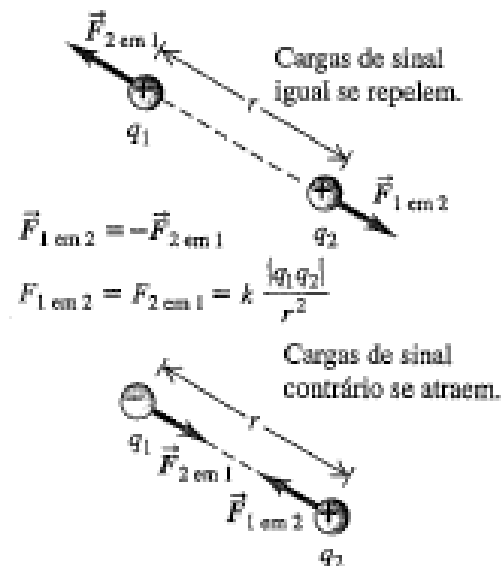


Figura 21.10 (a) Medição da força elétrica entre cargas puntiformes. (b) As forças elétricas entre cargas puntiformes obedecem à terceira lei de Newton: $\vec{F}_{1 \text{ em } 2} = -\vec{F}_{2 \text{ em } 1}$.

Constantes elétricas fundamentais

$$k = 8,987551787 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2 \cong 8,988 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$$

$$k = (10^{-7} \text{ N} \cdot \text{s}^2/\text{C}^2)c^2$$

a velocidade da luz no vácuo é *dada* por
 $c = 2,99792458 \times 10^8 \text{ m/s}$

Usando unidades do SI, geralmente escrevemos a constante k da Equação (21.1) como $1/4\pi\epsilon_0$, em que ϵ_0 ('épsilon zero') é outra constante.

A partir de agora, quase sempre escreveremos a lei de Coulomb na forma

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \quad (21.2)$$

(lei de Coulomb: força entre duas cargas puntiformes)

$$\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$$

e

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = k = 8,988 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$$

Conforme dissemos na Seção 21.1, a unidade mais fundamental de carga elétrica é o módulo da carga de um próton ou de um elétron, que será designado por e . O valor mais preciso disponível quando este livro foi escrito é dado por

$$e = 1,60217653(14) \times 10^{-19} \text{ C}$$

Superposição das forças

A lei de Coulomb, conforme foi enunciada, descreve apenas a interação entre duas cargas *puntiformes*. Quando duas cargas exercem forças sobre uma terceira carga, a experiência mostra que a força total exercida sobre a terceira carga é dada pela *soma vetorial* das forças que as duas cargas exercem individualmente. Essa importante propriedade, denominada **princípio da superposição das forças**, pode ser aplicada para um número qualquer de cargas.

RESOLUCAO DE EXERCICIOS (I)

••16 Na Fig. 21-26a, a partícula 1 (de carga q_1) e a partícula 2 (de carga q_2) são mantidas fixas no eixo x , separadas por uma distância de 8,00 cm. A força que as partículas 1 e 2 exercem sobre uma partícula 3 (de carga $q_3 = +8,00 \times 10^{-19}$ C) colocada entre elas é $\vec{F}_{3,\text{tot}}$. A Fig. 21-26b mostra o valor da componente x dessa força em função da coordenada x do ponto em que a partícula 3 é colocada. A escala do eixo x é definida por $x_s = 8,0$ cm. Determine (a) o sinal da carga q_1 ; (b) o valor da razão q_2/q_1 .

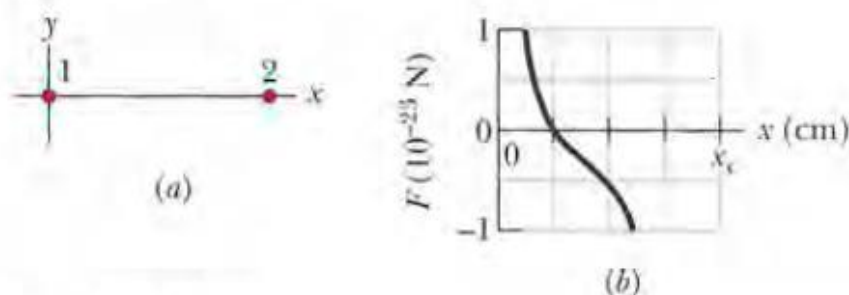


Figura 21-26 Problema 16.

16. (a) De acordo com o gráfico da Fig. 21-26b, quando a partícula 3 está muito próxima da partícula 1 (e, portanto, a força exercida pela partícula 1 sobre a partícula 3 é muito maior que a força exercida pela partícula 2 sobre a partícula 3), existe uma força no sentido positivo do eixo x . Como a partícula 1 está na origem e a partícula 3 está à direita da partícula 1, esta força é uma força de repulsão. Assim, como a carga da partícula 3 é positiva, concluímos que a carga da partícula 1 também é positiva.

(b) Como o gráfico da Fig. 21-26b cruza o eixo x e sabemos que a partícula 3 está entre a partícula 1 e a partícula 2, concluímos que, ao se aproximar da partícula 2, a partícula 3 é repelida, o que significa que a carga da partícula 2 também é positiva. O ponto em que a curva se anula é o ponto $x = 0,020$ m, no qual a partícula 3 se encontra a uma distância $d_1 = 0,020$ m da partícula 1 e a uma distância $d_2 = 0,060$ m da partícula 2. Assim, de acordo com a Eq. 21-1,

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{d_1^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_3}{d_2^2} \Rightarrow q_2 = \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 q_1 = \left(\frac{0,060 \text{ m}}{0,020 \text{ m}} \right)^2 q_1 = 9,0 q_1,$$

o que nos dá $q_2/q_1 = +9,0$.

***22 A Fig. 21-30 mostra um sistema de quatro partículas carregadas, com $\theta = 30,0^\circ$ e $d = 2,00$ cm. A carga da partícula 2 é $q_2 = +8,00 \times 10^{-19}$ C; a carga das partículas 3 e 4 é $q_3 = q_4 = -1,60 \times 10^{-19}$ C. (a) Qual deve ser a distância D entre a origem e a partícula 2 para que a força que age sobre a partícula 1 seja nula? (b) Se as partículas 3 e 4 são aproximadas do eixo x mantendo-se simétricas em relação a esse eixo, o valor da distância D é maior, menor ou igual ao do item (a)?

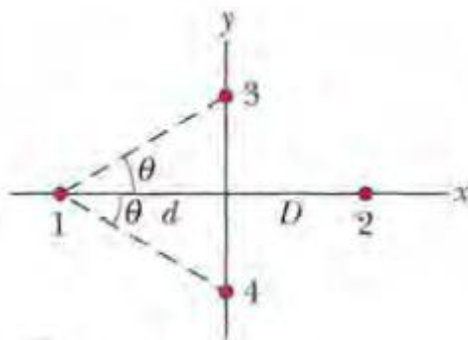


Figura 21-30 Problema 22.

22. (a) A soma das componentes x das forças que as partículas 3 e 4 exercem sobre a partícula 1 é

$$2 \frac{|q_1 q_3|}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos(30^\circ) = \frac{3\sqrt{3} |q_1 q_3|}{16\pi\epsilon_0 d^2}.$$

Para que a força que age sobre a partícula 1 seja nula, o valor calculado deve ser igual, em valor absoluto, à força exercida pela partícula 2 sobre a partícula 1:

$$\frac{3\sqrt{3} |q_1 q_3|}{16\pi\epsilon_0 d^2} = \frac{|q_1 q_2|}{4\pi\epsilon_0 (D+d)^2} \Rightarrow D = d \left(2\sqrt{\frac{5}{3\sqrt{3}}} - 1 \right) = 0,9245d.$$

Para $d = 2,00$ cm, obtemos $D = 1,92$ cm.

(b) Quando as partículas 3 e 4 são aproximadas do eixo x , o ângulo θ diminui e a soma das componentes x das forças que essas partículas exercem sobre a partícula 1 aumenta. Para compensar este fato, a força exercida pela partícula 2 sobre a partícula 1 deve ser maior, o que exige que a distância D seja menor.

***23 Na Fig. 21-31, as partículas 1 e 2, de carga $q_1 = q_2 = +3,20 \times 10^{-19} \text{ C}$, estão no eixo y , a uma distância $d = 17,0 \text{ cm}$ da origem. A partícula 3, de carga $q_3 = +6,40 \times 10^{-19} \text{ C}$, é deslocada ao longo do eixo x , de $x = 0$ até $x = +5,0 \text{ m}$. Para que valor de x o módulo da força eletrostática exercida pelas partículas 1 e 2 sobre a partícula 3 é (a) mínimo e (b) máximo? Qual é o valor (c) mínimo e (d) máximo do módulo?

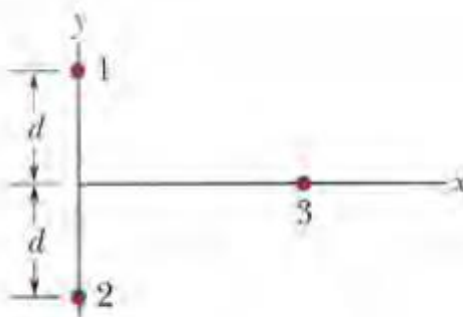


Figura 21-31 Problema 23.

23. Seja F o módulo da força exercida pela partícula 1 e pela partícula 2 sobre a partícula 3, seja $e = +1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$ e seja θ o ângulo entre uma das forças acima e o eixo x . Nesse caso,

$$F_{\text{res}} = 2F \cos \theta = \frac{2(2e)(4e)}{4\pi\epsilon_0(x^2 + d^2)} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} = \frac{4e^2 x}{\pi\epsilon_0(x^2 + d^2)^{3/2}}.$$

(a) Para determinar os valores de x para os quais a força é máxima ou mínima, derivamos a expressão apresentada em relação a x e igualamos o resultado a zero. É aconselhável desenhar um gráfico, tanto para compreender melhor o comportamento da função como para verificar se o valor calculado é um máximo ou um mínimo. Agindo dessa forma, constatamos que o valor obtido igualando a derivada a zero corresponde a um máximo [(veja o item (b))] e que o mínimo da função corresponde ao limite inferior do intervalo, ou seja, ao ponto $x = 0$.

(b) Derivando a função do enunciado e igualando o resultado a zero, obtemos:

$$\frac{dF_{\text{res}}}{dx} = \frac{4e^2}{\pi\epsilon_0} \frac{(x^2 + d^2)^{3/2} - x(3/2)(x^2 + d^2)^{1/2}(2x)}{(x^2 + d^2)^3} = 0,$$

o que nos dá, depois de algumas manipulações algébricas, $x = d/\sqrt{2} \approx 12 \text{ cm}$.

(c) O valor da força resultante no ponto $x = 0$ é $F_{\text{res}} = 0$.

(d) O valor da força resultante no ponto $x = 12 \text{ cm}$ é $F_{\text{res}} = 4,9 \times 10^{-26} \text{ N}$.

21.4 Campo elétrico e forças elétricas

Quando ocorre uma interação no vácuo entre duas partículas que possuem cargas elétricas, como é possível uma delas perceber a existência da outra? O que existe no espaço entre as cargas para que a interação seja comunicada de uma carga para a outra?

Campo elétrico

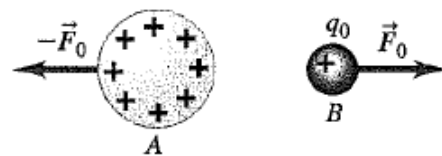
Para introduzirmos esse conceito, vamos examinar a repulsão mútua entre dois corpos A e B com cargas positivas (Figura 21.15a). Suponha que B possua uma carga q_0 e seja $\vec{F}_0$ a força elétrica que A exerce sobre B . Um modo de interpretar a ação dessa força consiste em imaginar uma ‘ação a distância’, ou seja, essa força poderia agir através do espaço vazio sem a necessidade de nenhuma matéria (tal como um eixo de transmissão ou uma corda) que transmitisse a força no espaço intermediário.

Porém, podemos visualizar melhor a interação entre

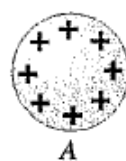
A e B imaginando um processo com duas etapas. Inicialmente, supomos que o corpo A , em virtude da carga elétrica que ele possui, de algum modo *modifica o espaço ao redor dele*. A seguir, o corpo B , em virtude da carga elétrica que *ele* possui, sente como o espaço foi modificado pela outra carga. A resposta sentida por B é a força elétrica $\vec{F}_0$.

Para entendermos como esse processo de duas etapas ocorre, inicialmente consideramos apenas o corpo A : removemos o corpo B e designamos pela letra P o ponto que ele ocupava (Figura 21.15b). Dizemos que o corpo A produz um **campo elétrico** no ponto P (e em todos os outros pontos nas vizinhanças). Esse campo elétrico está presente no ponto P mesmo quando não existe nenhuma carga em P ; isso decorre somente da existência da carga sobre o corpo A . Quando uma carga q_0 é, a seguir, colocada no ponto P , ela sofre a ação da força elétrica $\vec{F}_0$. Adotamos o ponto de vista de que essa força é exercida sobre a carga q_0 *pelo campo elétrico* no ponto P (Figura 21.15c). Portanto, o campo elétrico serve de intermediário para comunicar a força que A exerce sobre q_0 . Visto que a carga puntiforme q_0 sofre a ação da força em *qualquer* ponto nas vizinhanças de A , o campo elétrico produzido por A está presente em todos os pontos ao redor de A .

(a) A e B exercem forças elétricas entre si.

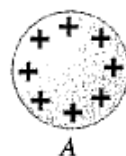


(b) Remova o corpo B ...

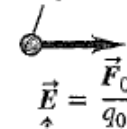


... e denomine sua posição anterior como P .

(c) O corpo A forma um campo elétrico $\vec{E}$ no ponto P .



Carga de teste q_0



$\vec{E}$ é a força por unidade de carga exercida pelo corpo A sobre uma carga de teste em P .

Figura 21.15 Um corpo carregado cria um campo elétrico ao redor dele.

De modo análogo, podemos dizer que a carga puntiforme q_0 produz em torno dela um campo elétrico e que esse campo exerce sobre o corpo A uma força elétrica $-\vec{F}_0$. Para cada força (a força de A sobre q_0 e a força de q_0 sobre A), uma das cargas cria um campo elétrico que exerce uma força sobre a outra carga. Enfatizamos que esse efeito é uma *interação* entre *dois* corpos carregados. Uma única carga produz um campo elétrico no espaço de suas vizinhanças, porém esse campo elétrico não pode exercer força resultante sobre a carga que o criou

A força elétrica sobre um corpo carregado é exercida pelo campo elétrico produzido por *outros* corpos carregados.

Para verificarmos se existe um campo elétrico em um dado ponto, colocamos no referido ponto um corpo carregado, chamado de **carga de teste** (Figura 21.15c). Quando a carga de teste sofre a ação de uma força elétrica, concluímos que existe um campo elétrico nesse ponto. Esse campo elétrico é produzido por outras cargas que não a carga q_0 .

Definimos o *campo elétrico* $\vec{E}$ em um ponto como a força elétrica $\vec{F}_0$ que atua sobre uma carga q_0 nesse ponto, dividida pela carga q_0 . Ou seja, o campo elétrico em um dado ponto é igual à *força elétrica por unidade de carga* que atua sobre uma carga situada nesse ponto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0} \quad (21.3)$$

(definição de campo elétrico como força elétrica por unidade de carga)

Usando unidades SI, para as quais a unidade de força é 1 N e a unidade de carga é 1 C, a unidade de campo elétrico é 1 newton por coulomb (1 N/C).

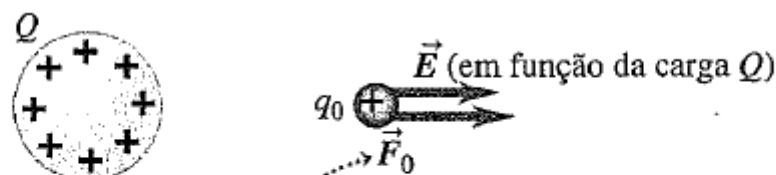
Quando o campo elétrico $\vec{E}$ for conhecido em um dado ponto, usando a Equação (21.3), podemos obter a força elétrica $\vec{F}_0$ que atua sobre uma carga puntiforme q_0 colocada nesse ponto. Essa força é dada simplesmente pelo campo elétrico $\vec{E}$ produzido pelas outras cargas, com exceção da carga q_0 , multiplicado pela carga q_0 :

$$\vec{F}_0 = q_0 \vec{E} \quad (21.4)$$

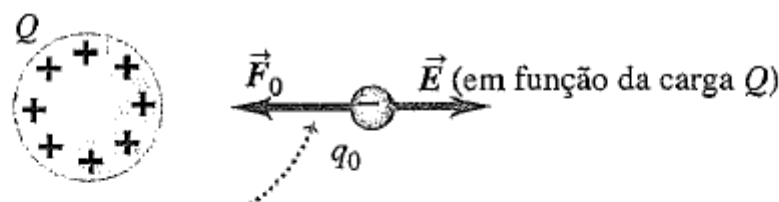
(força exercida sobre uma carga puntiforme q_0 por um campo elétrico $\vec{E}$)

A carga q_0 pode ser positiva ou negativa. Quando q_0 for *positiva*, a força $\vec{F}_0$ que atua sobre a carga terá o mesmo

sentido de $\vec{E}$; quando q_0 for *negativa*, $\vec{F}_0$ e $\vec{E}$ terão sentidos contrários (Figura 21.16).



A força sobre uma carga de teste positiva q_0 aponta no sentido do campo elétrico.



A força sobre uma carga de teste negativa q_0 aponta no sentido contrário ao do campo elétrico.

Figura 21.16 A força $\vec{F}_0 = q_0 \vec{E}$ que atua sobre uma carga q_0 provocada pelo campo elétrico $\vec{E}$.

Campo elétrico de uma carga puntiforme

Quando a distribuição de cargas da fonte corresponde a uma carga puntiforme q , é fácil encontrar o campo elétrico que ela produz. O local onde essa carga se encontra denomina-se **ponto da fonte**, e o ponto P onde desejamos determinar o campo elétrico é chamado de **ponto do campo**. É também útil introduzir um *vetor unitário* $\hat{r}$ que une o ponto da fonte e o ponto do campo e que aponta ao longo da linha (Figura 21.17a). Esse vetor unitário é igual ao vetor deslocamento $\vec{r}$ que une o ponto da fonte ao ponto do campo, dividido pela distância $\hat{r} = |\vec{r}|$ entre esses dois pontos; ou seja, $\hat{r} = \vec{r}/r$. Se colocarmos uma carga de teste pequena q_0 no ponto do campo P a uma distância r do ponto da fonte, o módulo F_0 da força será dado pela lei de Coulomb, Equação (21.2):

$$F_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|qq_0|}{r^2}$$

Pela Equação (21.3), o módulo E do campo elétrico no ponto P é dado por

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{r^2} \quad (21.6)$$

(módulo de campo elétrico de uma carga puntiforme)

Usando o vetor unitário $\hat{r}$, podemos escrever uma equação *vetorial* que fornece o módulo, a direção e o sentido do campo elétrico $\vec{E}$:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \quad (21.7)$$

(campo elétrico de uma carga puntiforme)

Por definição, o campo elétrico de uma carga puntiforme sempre aponta *para fora* de uma carga positiva (ou seja, no mesmo sentido de $\hat{r}$; veja a Figura 21.17b), porém *para dentro* de uma carga negativa (ou seja, no sentido contrário ao de $\hat{r}$; veja a Figura 21.17c).

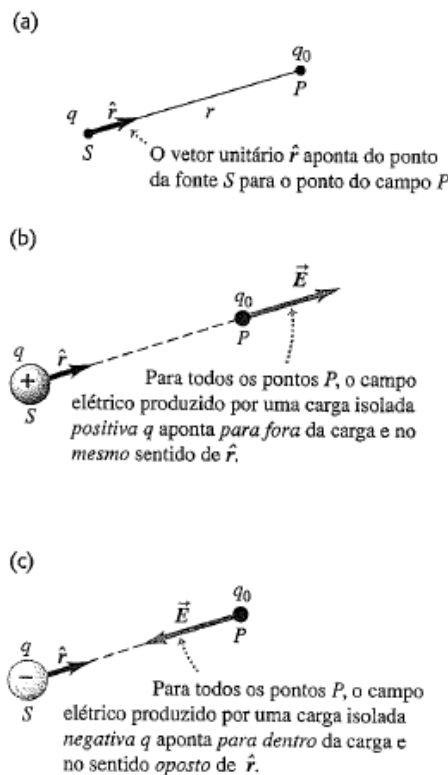


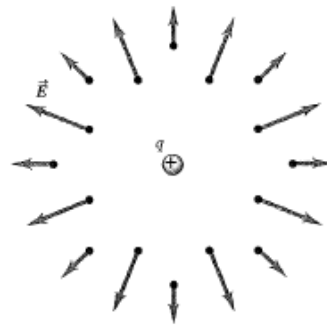
Figura 21.17 O campo elétrico $\vec{E}$ produzido no ponto P por uma carga puntiforme q em S . Note que tanto em (b) como em (c), o campo elétrico $\vec{E}$ é produzido por q (veja a Equação 21.7), porém *atua* sobre q_0 (veja a Equação 21.4).

Enfatizamos o cálculo do campo elétrico $\vec{E}$ em um determinado ponto. Porém, uma vez que o campo elétrico $\vec{E}$ pode variar de um ponto para outro, ele não é dado por uma

única grandeza vetorial, mas por um conjunto *infinito* de grandezas vetoriais, cada uma das quais associada a um ponto desse espaço. Esse é um exemplo de um **campo vetorial**. A Figura 21.18 mostra uma série de campos vetoriais produzidos por uma carga positiva ou por uma carga negativa. Quando usamos um sistema de coordenadas retangulares (x, y, z) , cada componente do $\vec{E}$ geralmente é uma função das coordenadas (x, y, z) do ponto. Podemos representar os componentes desse vetor por $E_x(x, y, z)$, $E_y(x, y, z)$ e $E_z(x, y, z)$.

Em alguns casos, o módulo e a direção do campo elétrico (e, portanto, de seus componentes vetoriais) são constantes em todos os pontos de uma dada região; nesse caso, dizemos que o campo é *uniforme* na região considerada.

(a) O campo produzido por uma carga puntiforme positiva aponta *para fora* da carga.



(b) O campo produzido por uma carga puntiforme negativa aponta *para dentro* da carga.

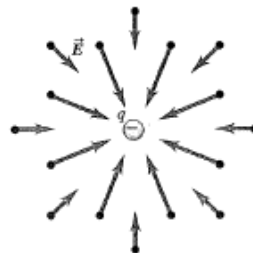


Figura 21.18 Uma carga puntiforme q produz um campo elétrico $\vec{E}$ em todos os pontos no espaço. A força do campo diminui conforme a distância aumenta.

21.5 Determinação do campo elétrico

A Equação (21.7) fornece o campo elétrico produzido por uma única carga puntiforme. Porém, em muitas situações reais que envolvem forças e campos elétricos, verificamos que a carga se encontra *distribuída* ao longo do espaço.

Nesta seção, aprenderemos a determinar o campo elétrico produzido por diversas distribuições de cargas elétricas.

A superposição dos campos elétricos

Para determinarmos o campo elétrico produzido por uma distribuição de cargas, imaginemos a distribuição como um conjunto de cargas puntiformes $q_1, q_2, q_3, \dots$

Para qualquer ponto P , cada carga puntiforme produz seu respectivo campo elétrico $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3, \dots$, de modo que uma carga de teste q_0 colocada em P sofre a ação de uma força $\vec{F}_1 = q_0 \vec{E}_1$ exercida

pela carga q_1 , uma força $\vec{F}_2 = q_0 \vec{E}_2$ exercida pela carga q_2 e assim por diante. De acordo com o princípio da superposição das forças, discutido na Seção 21.3, a força *total* $\vec{F}_0$ resultante da ação da distribuição de cargas sobre q_0 é a soma vetorial dessas forças individuais:

$$\vec{F}_0 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots = q_0 \vec{E}_1 + q_0 \vec{E}_2 + q_0 \vec{E}_3 + \cdots$$

O efeito combinado de todas as cargas da distribuição é descrito pelo campo elétrico *total* $\vec{E}$ no ponto P . De acordo com a Equação (21.3), esse campo elétrico é dado por

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \cdots$$

O campo elétrico total no ponto P é igual à soma vetorial dos campos que cada carga da distribuição produz no ponto P (Figura 21.22). Esse resultado é chamado de **princípio da superposição dos campos elétricos**.

Para uma distribuição linear de cargas (tal como no caso de um bastão fino e longo de plástico carregado), usaremos a letra λ (lambda) para representar a **densidade linear de carga** (carga por unidade de comprimento, medida em C/m). Quando a carga estiver distribuída sobre uma superfície (tal como no cilindro da reprodução de imagens de máquinas fotocopadoras), usaremos a letra σ (sigma) para representar a **densidade superficial de carga** (carga por unidade de área, medida em C/m²). E, quando a carga se encontrar distribuída ao longo de um volume, tomaremos a letra ρ (rô) para representar a **densidade volumétrica de carga** (carga por unidade de volume, medida em C/m³).

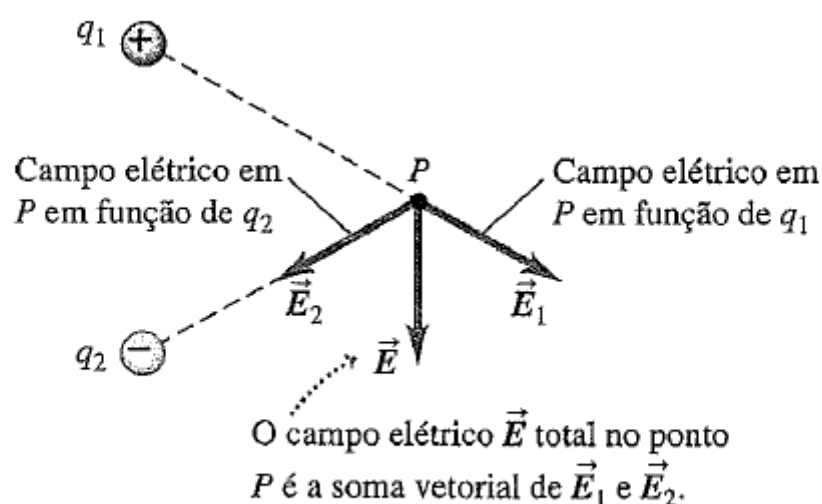


Figura 21.22 Ilustração do princípio da superposição dos campos elétricos.

CAMPO DE UM DIPOLO ELÉTRICO A distância entre duas cargas puntiformes $q_1 = +12 \text{ nC}$ e $q_2 = -12 \text{ nC}$ é igual a $0,10 \text{ m}$ (Figura 21.23). Denomina-se *dipolo elétrico* um conjunto de duas cargas iguais, porém de sinais contrários.

Determine o campo elétrico produzido por q_1 , o campo elétrico produzido por q_2 e o campo elétrico resultante (a) no ponto a ; (b) no ponto b ; e (c) no ponto c .

(a) no ponto a , o campo $\vec{E}_1$ produzido pela carga positiva q_1 e o campo $\vec{E}_2$ produzido pela carga negativa q_2 estão ambos orientados da esquerda para a direita. Os módulos de $\vec{E}_1$ e de $\vec{E}_2$ são dados por

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1|}{r^2} = (9,0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{12 \times 10^{-9} \text{ C}}{(0,060 \text{ m})^2} \\ = 3,0 \times 10^4 \text{ N/C}$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_2|}{r^2} = (9,0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{12 \times 10^{-9} \text{ C}}{(0,040 \text{ m})^2} \\ = 6,8 \times 10^4 \text{ N/C}$$

Os componentes de $\vec{E}_1$ e de $\vec{E}_2$ são dados por

$$E_{1x} = 3,0 \times 10^4 \text{ N/C} \quad E_{1y} = 0 \\ E_{2x} = 6,8 \times 10^4 \text{ N/C} \quad E_{2y} = 0$$

Portanto, no ponto a , o campo elétrico total $\vec{E}_a = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ possui os componentes

$$(E_a)_x = E_{1x} + E_{2x} = (3,0 + 6,8) \times 10^4 \text{ N/C} \\ (E_a)_y = E_{1y} + E_{2y} = 0$$

No ponto a , o módulo do campo elétrico total é $9,8 \times 10^4 \text{ N/C}$, e o vetor campo é orientado da esquerda para a direita; portanto,

$$\vec{E}_a = (9,8 \times 10^4 \text{ N/C}) \hat{i}$$

(b) No ponto b , o campo $\vec{E}_1$ produzido por q_1 é orientado da direita para a esquerda, enquanto o campo $\vec{E}_2$ produzido por q_2 é orientado da esquerda para a direita. Os módulos de $\vec{E}_1$ e de $\vec{E}_2$ são dados por

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1|}{r^2} = (9,0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{12 \times 10^{-9} \text{ C}}{(0,040 \text{ m})^2} \\ = 6,8 \times 10^4 \text{ N/C}$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_2|}{r^2} = (9,0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{12 \times 10^{-9} \text{ C}}{(0,140 \text{ m})^2} \\ = 0,55 \times 10^4 \text{ N/C}$$

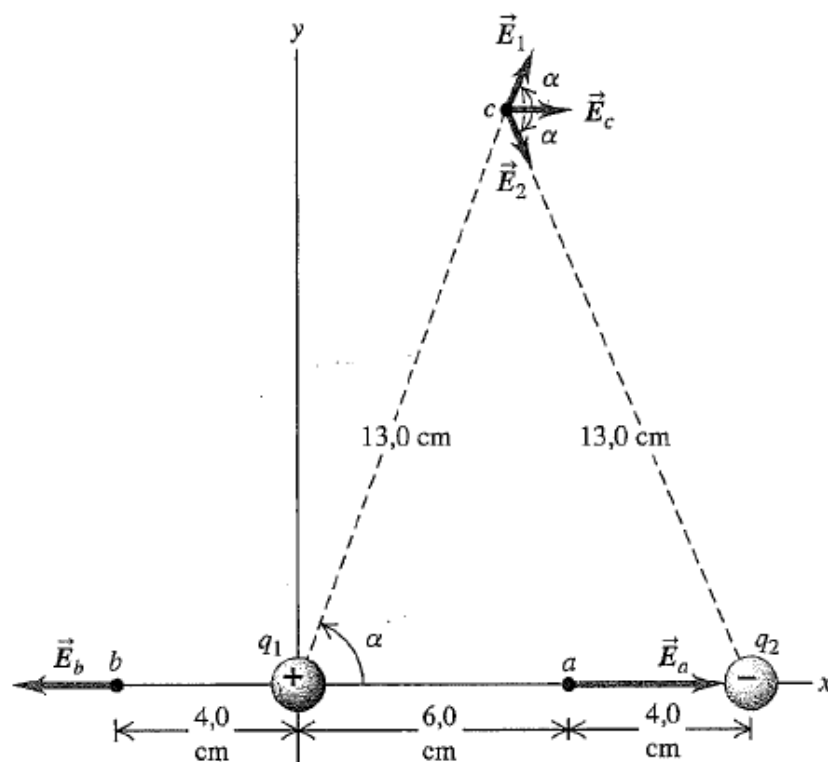


Figura 21.23 Campo elétrico nos pontos a , b e c , produzido por duas cargas q_1 e q_2 , que formam um dipolo elétrico.

Os componentes de $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ e do campo total $\vec{E}_b$ no ponto b são dados por

$$E_{1x} = -6,8 \times 10^4 \text{ N/C} \quad E_{1y} = 0$$

$$E_{2x} = 0,55 \times 10^4 \text{ N/C} \quad E_{2y} = 0$$

$$(E_b)_x = E_{1x} + E_{2x} = (-6,8 + 0,55) \times 10^4 \text{ N/C}$$

$$(E_b)_y = E_{1y} + E_{2y} = 0$$

Ou seja, no ponto b , o módulo do campo elétrico total é $6,2 \times 10^4 \text{ N/C}$, e o vetor do campo é orientado da direita para a esquerda; portanto,

$$\vec{E}_b = (-6,2 \times 10^4 \text{ N/C}) \hat{i}$$

(c) No ponto c , o campo $\vec{E}_1$ possui módulo igual ao do campo $\vec{E}_2$, visto que as duas cargas possuem o mesmo módulo; e a distância entre elas e o ponto considerado é a mesma:

$$\begin{aligned} E_1 = E_2 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{r^2} = (9,0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{12 \times 10^{-9} \text{ C}}{(0,130 \text{ m})^2} \\ &= 6,39 \times 10^3 \text{ N/C} \end{aligned}$$

Na Figura 21.23, mostramos as direções e os sentidos de $\vec{E}_1$ e de $\vec{E}_2$. Os componentes x desses vetores são os mesmos:

$$\begin{aligned} E_{1x} = E_{2x} = E_1 \cos \alpha &= (6,39 \times 10^3 \text{ N/C}) \left(\frac{5}{13} \right) \\ &= 2,46 \times 10^3 \text{ N/C} \end{aligned}$$

Por simetria, vemos que o componente y E_{1y} é igual e contrário ao componente E_{2y} e, portanto, a resultante é igual a zero nessa direção. Logo, os componentes do campo total $\vec{E}_c$ são dados por

$$\begin{aligned} (E_c)_x &= E_{1x} + E_{2x} = 2(2,46 \times 10^3 \text{ N/C}) = 4,9 \times 10^3 \text{ N/C} \\ (E_c)_y &= E_{1y} + E_{2y} = 0 \end{aligned}$$

Ou seja, no ponto c , o módulo do campo elétrico total é $4,9 \times 10^3 \text{ N/C}$, e o vetor do campo é orientado da esquerda para a direita; portanto,

$$\vec{E}_c = (4,9 \times 10^3 \text{ N/C}) \hat{i}$$

CAMPO DE UM ANEL CARREGADO Um condutor em forma de anel com raio a possui uma carga Q distribuída uniformemente ao longo dele (Figura 21.24). Determine o campo elétrico em um ponto P situado sobre o eixo do anel a uma distância x de seu centro.

como indicado na Figura 21.24, dividimos o anel em segmentos infinitesimais de comprimento ds . Cada segmento

possui carga dQ e funciona como uma fonte puntiforme de campo elétrico. Seja $d\vec{E}$ o campo elétrico produzido por um desses segmentos, o campo elétrico resultante no ponto P é dado pela soma dos campos $d\vec{E}$ de todos os segmentos do anel.

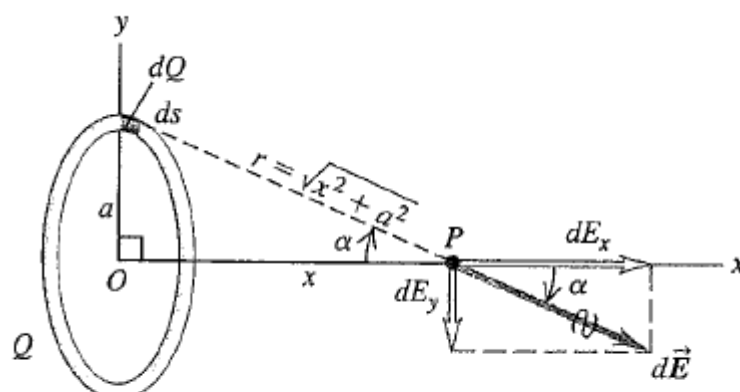


Figura 21.24 Cálculo do campo elétrico em um ponto sobre o eixo de um anel carregado. A carga considerada na figura é positiva.

A determinação de $\vec{E}$ é bastante simplificada, porque o ponto do campo P está situado sobre o eixo de simetria do anel. Considerando um segmento no topo e outro na base do anel, vemos que o campo $d\vec{E}$ produzido no ponto P por um dos segmentos possui o mesmo componente x do campo produzido pelo outro segmento, porém o componente y produzido por um deles é oposto ao componente produzido pelo outro. Logo, o componente y do campo elétrico é igual a zero. Quando somamos todas as contribuições de todos esses pares de segmentos, concluímos que o campo elétrico resultante $\vec{E}$ deverá ter apenas um componente ao longo do eixo de simetria do anel (o eixo Ox) e não possuir nenhum componente ao longo dos eixos ortogonais a esse eixo (ou seja, nem componente y , nem componente z). Logo, o campo elétrico em P é completamente descrito pelo componente E_x .

Para calcular E_x , note que o quadrado da distância r entre o segmento do anel e o ponto P é dado por $r^2 = x^2 + a^2$. Logo, o módulo do campo elétrico $d\vec{E}$ produzido pelo segmento no ponto P é

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{x^2 + a^2}$$

Usando $\cos \alpha = x/r = x/(x^2 + a^2)^{1/2}$, o componente dE_x para esse campo ao longo do eixo Ox é

$$dE_x = dE \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{x^2 + a^2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{x dQ}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

Para calcularmos o componente *resultante* E_x do campo no ponto P , integramos a expressão anterior sobre todos os segmentos do anel:

$$E_x = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{x dQ}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

Uma vez que x não varia quando percorremos todos os pontos do anel, todas as grandezas do lado direito, com exceção de dQ , são constantes e podem passar para fora do sinal da integral. A integral de dQ é a carga total Q , logo

$$\vec{E} = E_x \hat{i} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \hat{i} \quad (21.8)$$

CAMPO PRODUZIDO POR UMA LINHA RETA COM CARGAS Uma carga elétrica positiva Q está distribuída uniformemente ao longo de uma linha reta de comprimento igual a $2a$, situada no eixo Oy entre $y = -a$ e $y = +a$.

Determine o campo elétrico em um ponto P situado sobre o eixo Ox a uma distância x da origem.

a Figura 21.25 mostra a situação. Necessitamos encontrar o campo elétrico em P em função da coordenada x . O eixo x é perpendicular à linha carregada; assim, como no Exemplo 21.10, poderemos usar um argumento de simetria.

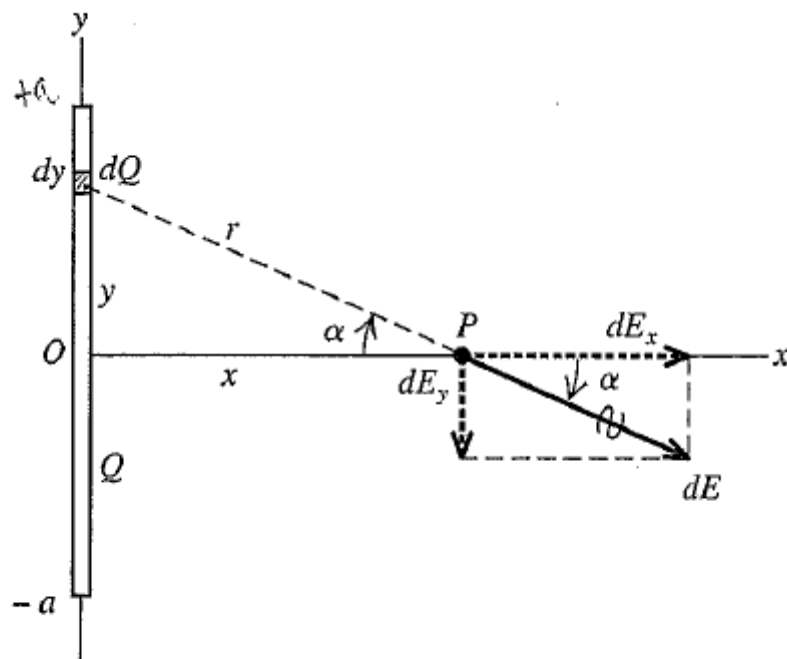


Figura 21.25 Nossa esquematização do problema.

dividimos a linha reta em segmentos infinitesimais e cada elemento de carga atua como uma carga puntiforme; sendo dy o comprimento de um segmento típico situado a uma altura y . Como a carga está distribuída uniformemente, a densidade linear de carga λ em qualquer ponto sobre a linha reta é igual a $Q/2a$ (a carga total dividida pelo comprimento total). Logo, a carga dQ distribuída no segmento dy é dada por

$$dQ = \lambda dy = \frac{Qdy}{2a}$$

A distância r entre o ponto P e esse segmento é igual a $(x^2 + y^2)^{1/2}$; logo, o campo elétrico dE no ponto P produzido por esse segmento é

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dy}{2a(x^2 + y^2)}$$

Podemos representar esse campo em termos dos componentes x e y :

$$dE_x = dE \cos \alpha \quad dE_y = -dE \sin \alpha$$

Notamos que $\sin \alpha = y/(x^2 + y^2)^{1/2}$ e $\cos \alpha = x/(x^2 + y^2)^{1/2}$; usando essas relações na expressão para dE , encontramos

$$dE_x = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{x dy}{2a(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

$$dE_y = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{y dy}{2a(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

Para determinarmos os componentes E_x e E_y do campo elétrico resultante, integramos as relações anteriores, notando que, para incluir a carga total Q , devemos integrar entre $y = -a$ e $y = +a$. Convidamos você a fazer os detalhes da integração; o uso de uma tabela de integrais seria útil. Os resultados são dados por

$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qx}{2a} \int_{-a}^a \frac{dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{x\sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$E_y = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2a} \int_{-a}^a \frac{y dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}} = 0$$

ou, usando notação vetorial,

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x\sqrt{x^2 + a^2}} \hat{i} \quad (21.9)$$

CAMPO DE UM DISCO UNIFORMEMENTE CARREGADO

Determine o campo elétrico produzido por um disco com raio R , que possui uma densidade superficial de carga (carga por unidade de área) positiva uniforme σ em um ponto situado sobre o eixo do disco a uma distância x de seu centro. Suponha x positivo.

a situação é indicada na Figura 21.26. Podemos representar a distribuição de cargas como um conjunto de anéis concêntricos carregados dQ , como indica a Figura 21.26. No Exemplo 21.10, aprendemos a calcular o campo elétrico de um anel em um ponto sobre seu eixo de simetria, portanto basta somar as contribuições de todos os anéis.

um anel típico possui carga dQ , raio interno r e raio externo $r + dr$ (Figura 21.26). Sua área dA é aproximadamente igual à sua largura dr vezes a circunferência $2\pi r$, ou seja, $dA = 2\pi r dr$.

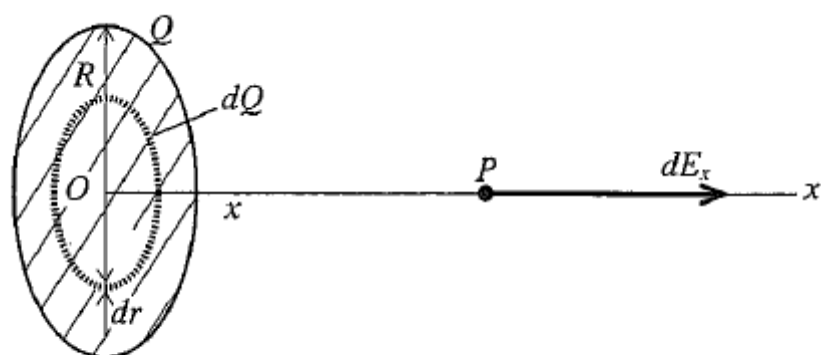


Figura 21.26 Nossa esquematização do problema.

A carga por unidade de área é $\sigma = dQ/dA$, logo a carga do anel é dada por $dQ = \sigma dA = \sigma (2\pi r dr)$, ou seja,

$$dQ = 2\pi\sigma r dr$$

Substituímos a relação anterior no lugar da carga Q indicada na Equação (21.8), encontrada no Exemplo 21.10, e também substituímos o raio do anel a por r . Então, o componente do campo dE_x no ponto P produzido por dQ é dado por

$$dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(2\pi\sigma r dr)x}{(x^2 + r^2)^{3/2}}$$

Para determinarmos o campo elétrico produzido pela contribuição de todos os anéis, integramos dE_x para todos os valores de r de $r = 0$ a $r = R$ (e não de $-R$ até R):

$$E_x = \int_0^R \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(2\pi\sigma r dr)x}{(x^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \int_0^R \frac{r dr}{(x^2 + r^2)^{3/2}}$$

Lembre-se de que x permanece constante durante a integral e de que a variável de integração é r . A integral pode ser calculada usando-se a substituição $z = x^2 + r^2$. Deixamos para você a tarefa de fazer os detalhes da integração. O resultado é

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \left[-\frac{1}{\sqrt{x^2 + R^2}} + \frac{1}{x} \right] \\ &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{(R^2/x^2) + 1}} \right] \end{aligned} \quad (21.11)$$

O campo elétrico produzido pelo anel não possui nenhum componente perpendicular a esse eixo. Portanto, no ponto P indicado na Figura 21.26, para cada anel temos $dE_y = dE_z = 0$, e o campo elétrico resultante possui componentes $E_y = E_z = 0$.

21.6 Linhas de força de um campo elétrico

As linhas de força do campo elétrico, ou simplesmente *linhas* do campo elétrico, constituem uma ajuda valiosa para se visualizar o campo e interpretá-lo de modo mais realista. Uma **linha de campo elétrico** é desenhada como uma linha imaginária reta ou curva que passa por uma região do espaço de tal modo que sua tangente em qualquer ponto forneça a direção e o sentido do campo elétrico no ponto considerado. A idéia básica é indicada na Figura 21.28.

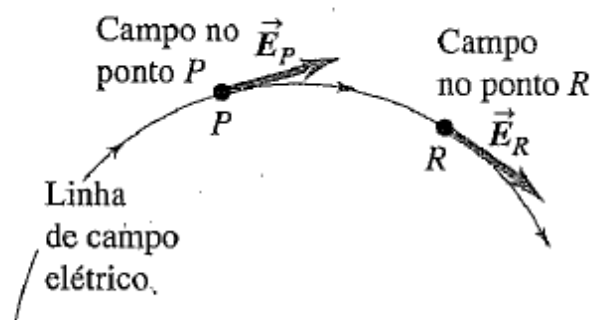


Figura 21.28 A direção do campo elétrico em qualquer ponto é tangente à linha de campo elétrico no ponto considerado.

O cientista inglês Michael Faraday (1791-1867) foi o primeiro a introduzir o conceito de linhas de campo. Ele chamou essas curvas de 'linhas de força', porém a expressão 'linhas de campo elétrico' é preferível.

As linhas de campo elétrico indicam a direção e o sentido do campo elétrico $\vec{E}$ em qualquer ponto, e o espaçamento dessas linhas fornece uma idéia do *módulo* de $\vec{E}$ em cada ponto. Nos locais onde $\vec{E}$ é forte, desenhemos linhas agrupadas de forma compacta; onde $\vec{E}$ é fraco, as distâncias entre as linhas são maiores. Em qualquer ponto particular, o campo elétrico possui uma única direção, de modo que somente uma linha de campo elétrico pode passar em cada ponto. Em outras palavras, *as linhas de campo elétrico não podem se cruzar*.

A Figura 21.29 mostra algumas linhas de campo elétrico em um plano com (a) uma única carga positiva; (b) duas cargas de mesmo módulo, porém de sinais contrários (um dipolo); e (c) duas cargas positivas iguais. Diagramas como esses algumas vezes são chamados de *mapas do campo*. Eles são, na verdade, seções retas de uma configuração em três dimensões. A direção do campo elétrico resultante em cada

ponto desses diagramas segue pela tangente até a linha de campo elétrico que passa pelo ponto considerado. As setas indicam o sentido do vetor do campo elétrico $\vec{E}$ ao longo de cada linha de campo elétrico. O tamanho real do vetor $\vec{E}$ foi desenhado em alguns pontos em cada uma das configurações. Note que, em geral, o módulo do campo elétrico é diferente em pontos diferentes da mesma linha de campo elétrico — uma linha de campo elétrico *não* é uma curva que possui o módulo do campo elétrico constante!

A Figura 21.29 mostra que as linhas de campo elétrico possuem sentido *para fora* das cargas positivas (visto que, nas vizinhanças de uma carga puntiforme positiva, o campo elétrico $\vec{E}$ aponta para fora da carga) e possuem sentido *para dentro* das cargas negativas (visto que, nas vizinhanças de uma carga puntiforme negativa, o campo elétrico $\vec{E}$ aponta para dentro da carga). Em locais onde o campo elétrico possui módulo grande, tal como entre as duas cargas com sinais contrários na Figura 21.29b, as linhas de campo são desenhadas de forma mais compactada. Nos locais onde o campo elétrico possui módulo pequeno, tal como entre as duas cargas positivas na Figura 21.29c, as distâncias entre as linhas são grandes. Em um campo elétrico *uniforme*, as linhas de campo são retas, paralelas, e as distâncias entre as linhas são constantes.

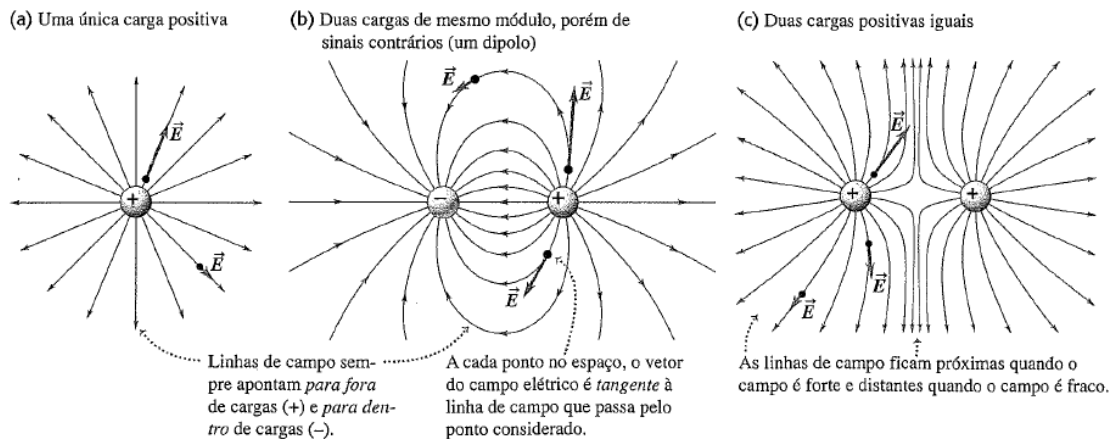


Figura 21.29 Linhas de campo elétrico para três distribuições de cargas. Geralmente o módulo do campo elétrico difere em pontos diferentes da mesma linha de campo elétrico.

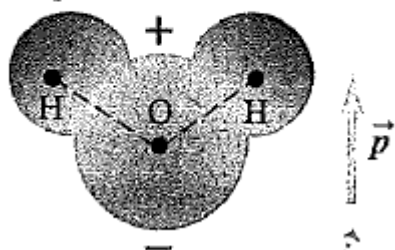
21.7 Dípolos elétricos

Um **dipolo elétrico** é um par de cargas puntiformes com mesmo módulo, porém de sinais contrários (uma carga positiva q e uma carga negativa $-q$), separadas por uma distância d .

A Figura 21.31a mostra um esquema da molécula de água (H_2O), que, sob muitos aspectos, é semelhante a um dipolo elétrico. A molécula de água como um todo é eletricamente neutra, porém as ligações químicas no interior da molécula de água produzem um deslocamento das cargas; o resultado é uma carga líquida negativa na outra extremidade da molécula, ocupada pelo oxigênio, e uma carga líquida positiva na extremidade, ocupada pelos átomos de hidrogênio, formando um dipolo elétrico.

A água é um excelente solvente de substâncias iônicas, como, por exemplo, o sal de cozinha (cloreto de sódio, NaCl), precisamente porque a molécula de água é um dipolo elétrico (Figura 21.31b).

(a) Uma molécula de água, indicando a carga positiva com o sinal + e a carga negativa com o sinal -



O momento de dipolo elétrico $\vec{p}$ aponta da extremidade negativa para a extremidade positiva da molécula.

(b) Várias substâncias dissolvidas em água

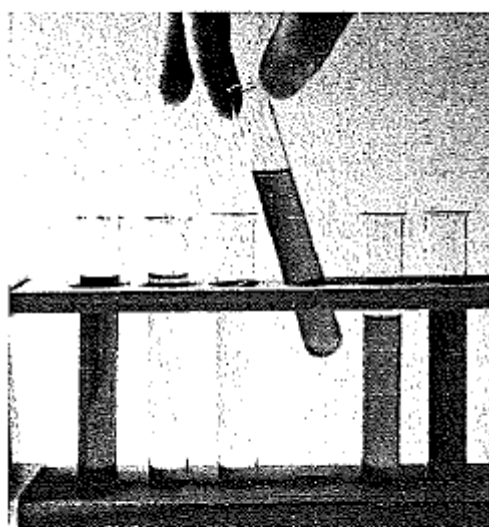


Figura 21.31 (a) A molécula de água é um exemplo de dipolo elétrico. (b) Cada tubo de teste contém uma solução de uma substância diferente na água. O grande momento de dipolo elétrico da água produz um excelente solvente.

Quando dissolvido em água, o sal se dissocia em um íon de sódio positivo (Na^+) e um íon de cloro negativo (Cl^-), os quais são atraídos, respectivamente, pelas extremidades negativas e positivas das moléculas de água; essa força mantém os íons separados na solução. Caso as moléculas de água não fossem dipolos elétricos, a água seria um solvente fraco e praticamente todos os efeitos físicos e químicos que ocorrem nas soluções aquosas seriam impossíveis.

Vamos abordar duas questões sobre dipolos elétricos. Primeira: qual é a força resultante e o torque exercido sobre um dipolo elétrico quando este é colocado em um campo elétrico externo (ou seja, um campo oriundo de cargas no exterior do dipolo)? Segunda: qual é o campo elétrico produzido pelo próprio dipolo?

Força e torque sobre um dipolo elétrico

Para começar a abordar a primeira questão, vamos colocar o dipolo elétrico em um campo elétrico externo *uniforme* $\vec{E}$, como indica a Figura 21.32. Ambas as forças

$\vec{F}_+$ e $\vec{F}_-$ que atuam sobre as cargas possuem o mesmo módulo qE , porém os sentidos dessas forças são opostos e, portanto, a resultante é igual a zero. *A força resultante sobre um dipolo elétrico em um campo elétrico uniforme externo é igual a zero.*

Entretanto, como as forças não atuam ao longo da mesma linha reta, o *torque* resultante não é zero. Vamos calcular o torque em relação ao centro do dipolo. Seja ϕ o ângulo entre o campo elétrico $\vec{E}$ e o eixo do dipolo, então o braço da alavanca tanto para $\vec{F}_+$ quanto para $\vec{F}_-$ é igual a $(d/2) \sin \phi$. O módulo do torque tanto para $\vec{F}_+$ quanto para $\vec{F}_-$ é igual a $(qE)(d/2) \sin \phi$ e ambos os torques tendem a fazer o dipolo girar no sentido horário (ou seja, $\vec{\tau}$ na Figura 21.32 entra perpendicularmente no plano da página). Logo, o módulo do torque resultante é exatamente igual ao dobro do módulo de cada torque individual:

$$\tau = (qE)(d \sin \phi) \quad (21.13)$$

em que $d \sin \phi$ é a distância perpendicular entre as linhas de ação das duas forças.

O produto da carga q pela distância d é uma grandeza chamada **momento de dipolo elétrico**, designada pela letra p :

$$p = qd \quad (21.14)$$

(módulo do momento de dipolo elétrico)

As unidades de p são carga vezes distância ($C \cdot m$). Por exemplo, o módulo do momento de dipolo elétrico da molécula de água é dado por $p = 6,13 \times 10^{-30} C \cdot m$.

Aprofundando a definição, dizemos que o momento de dipolo elétrico é uma grandeza *vetorial* $\vec{p}$, cujo módulo é dado pela Equação (21.14), e cuja direção é o eixo do dipolo, sendo o sentido orientado da carga negativa para a carga positiva, como indica a Figura 21.32.

Usando a Equação (21.13), o módulo do torque τ exercido pelo campo elétrico é dado em função de p pela relação

$$\tau = pE \sin \phi \quad (21.15)$$

(módulo do torque sobre um dipolo elétrico)

Visto que ϕ na Figura 21.32 é o ângulo entre o vetor $\vec{p}$ e o campo elétrico $\vec{E}$, a relação anterior faz lembrar a definição do módulo do *produto vetorial*

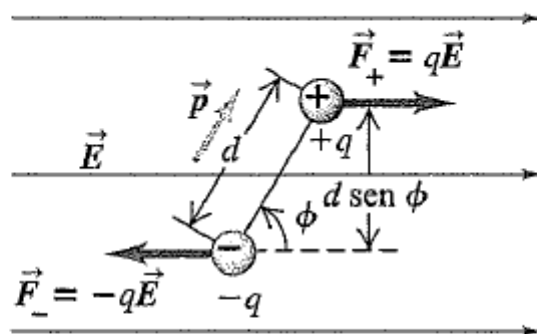


Figura 21.32 A força elétrica sobre este dipolo elétrico é igual a zero, porém existe um torque resultante entrando perpendicularmente no plano da página que tende a fazer o dipolo girar no mesmo sentido dos ponteiros do relógio.

Portanto, podemos escrever a relação do torque sobre um dipolo usando notação vetorial do seguinte modo:

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} \quad (21.16)$$

(torque sobre um dipolo elétrico, em notação vetorial)

Você pode usar a regra da mão direita para verificar que o vetor torque $\vec{\tau}$ na Figura 21.32 é orientado para dentro da página. O módulo do torque é máximo quando $\vec{p}$ e $\vec{E}$ são ortogonais e iguais a zero quando esses vetores são paralelos ou antiparalelos. O torque tende sempre a alinhar a direção de $\vec{p}$ paralelamente a $\vec{E}$. Para $\phi = 0$, ou seja, $\vec{p}$ e $\vec{E}$ paralelos, o equilíbrio é estável, e para $\phi = \pi$, ou seja, $\vec{p}$ e $\vec{E}$ antiparalelos, o equilíbrio é instável.

Energia potencial de um dipolo elétrico

Quando um dipolo muda de direção em um campo elétrico, o torque do campo elétrico realiza um *trabalho* sobre ele, produzindo uma correspondente variação da energia potencial. O trabalho dW realizado pelo torque τ durante um deslocamento infinitesimal $d\phi$ é dado pela Equação $dW = \tau d\phi$. Como o torque possui o sentido da *diminuição* de ϕ , devemos escrever o torque como $\tau = -pE \sin \phi$; logo,

$$dW = \tau d\phi = -pE \sin \phi d\phi$$

Em um deslocamento finito de ϕ_1 até ϕ_2 , o trabalho total realizado sobre o dipolo é dado por

$$\begin{aligned} W &= \int_{\phi_1}^{\phi_2} (-pE \sin \phi) d\phi \\ &= pE \cos \phi_2 - pE \cos \phi_1 \end{aligned}$$

O trabalho realizado é igual à variação da energia potencial com o sinal contrário,

$W = U_1 - U_2$. Assim, vemos que uma definição apropriada de energia potencial U para esse sistema é

$$U(\phi) = -pE \cos \phi \quad (21.17)$$

Nessa relação, reconhecemos o *produto escalar*

$\vec{p} \cdot \vec{E} = pE \cos \phi$, portanto podemos também escrever

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E} \quad \begin{array}{l} \text{(energia potencial para um dipolo} \\ \text{em um campo elétrico)} \end{array} \quad (21.18)$$

A energia potencial possui um valor mínimo $U = -pE$ (isto é, seu valor negativo com maior módulo), correspondendo a uma posição de equilíbrio estável, para $\phi = 0$ e $\vec{p}$ e $\vec{E}$ paralelos. A energia potencial possui um valor máximo para $\phi = \pi$ e $\vec{p}$ e $\vec{E}$ antiparalelos; então $U = +pE$. Quando $\phi = \pi/2$, em que $\vec{p}$ é perpendicular a $\vec{E}$, U será igual a zero.

Nesta discussão, estamos supondo $\vec{E}$ uniforme, de modo que a força resultante que atua sobre o dipolo elétrico é igual a zero. Caso $\vec{E}$ não fosse uniforme, as forças nas extremidades não se cancelariam completamente e a força resultante poderia ser diferente de zero.

Campo de dipolo elétrico

Vamos agora estudar um dipolo elétrico como uma *fonte* de campo elétrico. Qual é o aspecto do campo elétrico? A forma geral é mostrada pelo mapa do campo indicado na Figura 21.29b. Em cada ponto da configuração, o campo elétrico resultante $\vec{E}$ é dado pela soma vetorial dos campos produzidos pelas duas cargas individuais.

Para obtermos informações quantitativas sobre o campo de um dipolo elétrico, precisamos fazer alguns cálculos

Observe o uso do princípio da superposição dos campos elétricos para a soma vetorial das contribuições individuais das cargas. Observe também que devemos usar técnicas de aproximação até mesmo no caso relativamente simples do campo elétrico produzido por duas cargas.

CAMPO DE UM DIPLO ELÉTRICO, NOVO ESTUDO Na Figura 21.34, um dipolo elétrico está centralizado na origem, com o vetor $\vec{p}$ apontando para o eixo $+Oy$. Deduza uma expressão para o campo elétrico ao longo do eixo Oy , considerando y muito maior do que d . Use a série binomial $(1+x)^n$, ou seja, $(1+x)^n \cong 1 + nx + (n-1)x^2/2 + \dots$, para o caso $|x| < 1$.

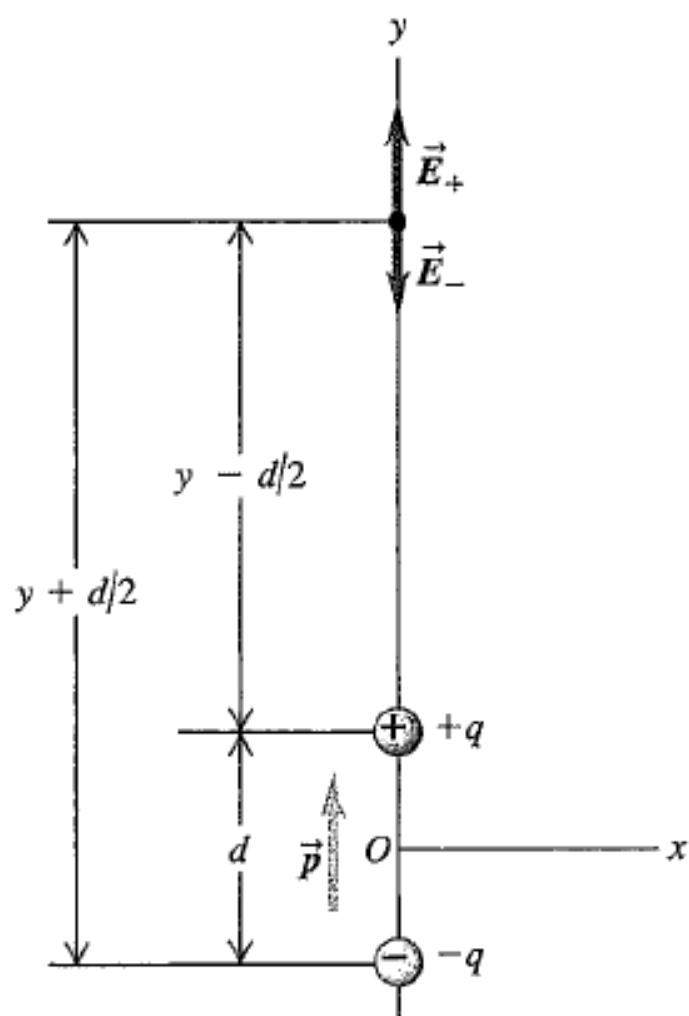


Figura 21.34 Cálculo do campo elétrico produzido por um dipolo elétrico para um ponto situado sobre seu eixo.

no ponto do campo indicado na Figura 21.34, o campo da carga positiva possui um componente y positivo (de baixo para cima) e o campo da carga negativa possui um componente y negativo (de cima para baixo). Somamos esses componentes para obter o campo total e a seguir aplicamos a aproximação de que y é muito maior do que d .

o componente y do campo elétrico E_y produzido pelas duas cargas é dado por

$$\begin{aligned} E_y &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{(y - d/2)^2} - \frac{1}{(y + d/2)^2} \right] \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 y^2} \left[\left(1 - \frac{d}{2y} \right)^{-2} - \left(1 + \frac{d}{2y} \right)^{-2} \right] \end{aligned}$$

Agora vamos à aproximação. Quando y é muito maior do que d , estamos muito afastados do dipolo em comparação ao seu tamanho, portanto a grandeza $d/2y$ é muito menor do que 1. Fazendo $n = -2$ e identificando $d/2y$ com o papel desempenhado por x na série binomial, mantemos os dois primeiros termos da série. Os demais termos desprezados são muito menores do que esses dois termos; assim encontramos

$$\left(1 - \frac{d}{2y} \right)^{-2} \cong 1 + \frac{d}{y} \quad \text{e} \quad \left(1 + \frac{d}{2y} \right)^{-2} \cong 1 - \frac{d}{y}$$

Portanto, E_y é dado aproximadamente por

$$\begin{aligned} E &\cong \frac{q}{4\pi\epsilon_0 y^2} \left[1 + \frac{d}{y} - \left(1 - \frac{d}{y} \right) \right] \\ &= \frac{qd}{2\pi\epsilon_0 y^3} \\ &= \frac{p}{2\pi\epsilon_0 y^3} \end{aligned}$$