

1ª. Lista de Exercícios – MAT0310 Geometria III – Primeiro Semestre de 2023

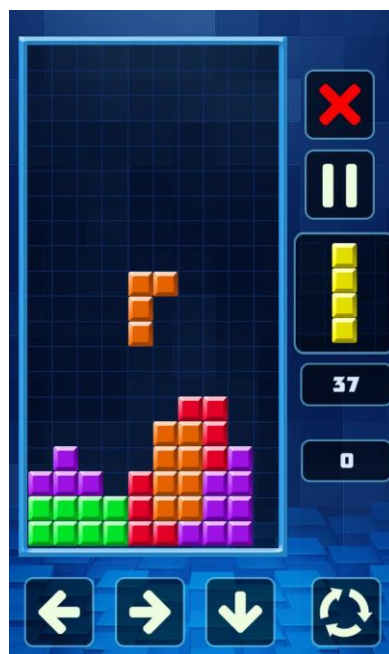
Professora Cláudia Cueva Candido

1. Dois triângulos são congruentes se têm a mesma forma e, para tanto, devem ser congruentes os três ângulos homólogos e os três lados homólogos dos triângulos. No entanto, na Geometria da Educação Básica aprendemos que para garantir a congruência de dois triângulos não é preciso verificar todas as seis condições, mas somente três: são os chamados “casos de congruência de triângulos”. Além disso, o número mínimo de condições a verificar é exatamente três, não é possível garantir congruência de triângulos com apenas duas condições (verifique essa afirmação). Na Geometria Axiomática LAL é postulado de congruência de triângulos e, a partir dele e de outros postulados, é possível demonstrar outros casos.
 - a) Quais são os casos de congruência de triângulos?
 - b) E para quadrados? Enuncie e prove um “caso de congruência de quadrados” (isto é, condições mínimas para que dois quadrados sejam congruentes).
 - c) Idem para retângulos.
 - d) Investigue: para quadriláteros, o que acontece? Dois quadriláteros com lados correspondentes de mesma medida são congruentes?
2. Hoje em dia, o ensino de transformações geométricas é recomendado nos documentos oficiais desde os primeiros anos de escolaridade (veja BNCC) e não é dada muita ênfase aos casos de congruência de triângulos. Apesar disso, eles são essenciais na construção de objetos geométricos e na demonstração de diversos resultados. Pesquise construções (com régua e compasso) e demonstrações, abordadas na Educação Básica, em que se utilizam casos de congruência de triângulos. Descreva e esboce uma construção e explique.
3. Circunferências e cônicas são figuras definidas por propriedades geométricas especiais. Investigue:
 - a) Quando podemos dizer que duas circunferências são congruentes?
 - b) Quando podemos dizer que duas elipses são congruentes?
 - c) Investigue o que acontece para parábolas e hipérboles.
4. Por falar em parábolas... talvez, no Cálculo I, você tenha ouvido dizer que os gráficos das funções $g(x) = ax^2 + bx + c$ são todos congruentes ao gráfico de $f(x) = ax^2$. É verdade? Por quê?
5. Você conhece o jogo **Tetris**?

As atividades a seguir foram elaboradas para turmas de Ensino Médio. Leia e responda às questões a a d. O objetivo aqui para **você**, estudante de Geometria III e futuro professor, é que, além de se colocar no lugar de um aluno, você aumente seu repertório sobre o assunto, tente prever as respostas dos alunos, reflita sobre outras perguntas possíveis. Escreva suas observações.

O Tetris é um dos jogos eletrônicos abstratos mais famosos do mundo! Ele foi criado pelos engenheiros Alexey Pajitnov e Dmitry Pavlosvsky, do Centro de Computadores da Academia Russa de Ciências, tendo sido lançado comercialmente em 1984.

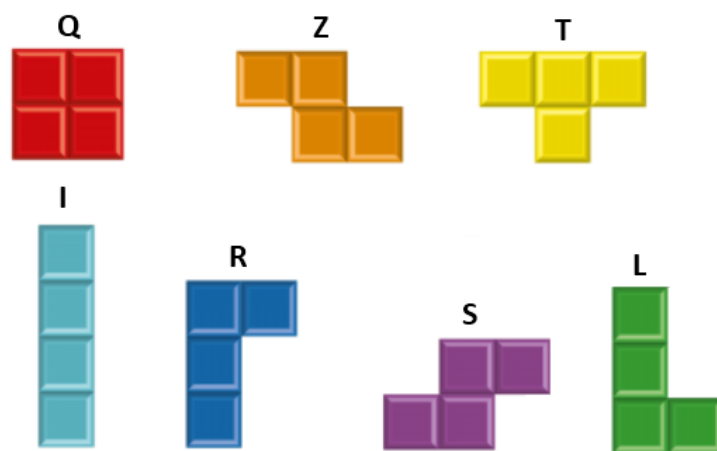
No Tetris, os jogadores devem organizar peças de quebra-cabeça em tempo real, enquanto caem do topo do campo de jogo, usando movimentos de **translação** ou **rotação**. Os jogadores devem tentar eliminar o maior número possível de linhas, o que é feito completando linhas horizontais de blocos sem espaço vazio. Se as peças se acumularem até o topo do tabuleiro eletrônico, o jogo acabou.



Tela do jogo Tetris

O *design* do jogo utiliza sete peças geométricas distintas, que são tetraminós, figuras compostas por quatro quadrados **congruentes** que se unem por meio de lados comuns. O prefixo “tetra” (que vem do grego) indica que os tetraminós são formados por quatro quadrados.

As sete peças do jogo Tetris



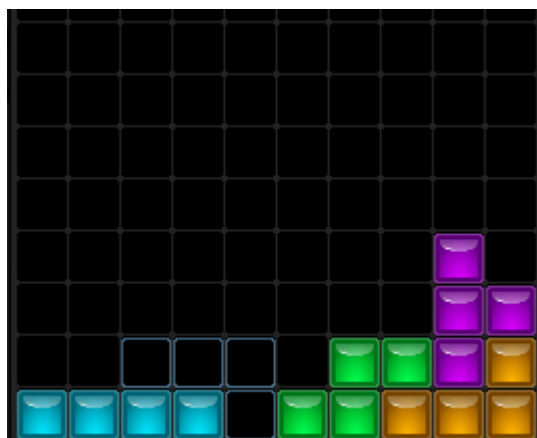
Saiba mais sobre o jogo e experimente jogar acessando: <https://tetris.com/play-tetris/>.

Pode parecer simples, mas a popularidade do jogo demonstra o quanto ele é atraente. No site oficial do jogo, seus desenvolvedores dizem que *“o Tetris, como o mundo real, desafia os jogadores a ordenar o caos usando um sistema organizacional específico, os componentes do jogo se traduzem facilmente em interpretações de situações reais da vida. Esteja você carregando a mala do carro, carregando uma máquina de lavar louça ou organizando as prateleiras, provavelmente está pensando em como cada objeto se encaixará estrategicamente com o mínimo de espaço vazio”*.

O Tetris é um jogo que se relaciona a diversos conceitos da Geometria. Um aspecto particular que podemos explorar diz respeito à noção de congruência, que você já estudou no Ensino Fundamental. Nas atividades que seguem, você terá chance de relembrar e aprofundar sua compreensão desse conceito.

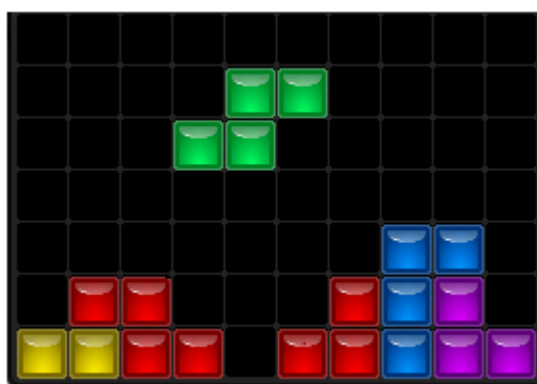
No texto sobre o jogo Tetris, há algumas palavras em destaque: **translação**, **rotação** e **congruente**. Você sabe o que essas palavras significam? Se não souber, pesquise e troque informações com seus colegas. Registre por escrito o significado de cada uma dessas palavras segundo seu próprio entendimento.

- a. Analise a situação de jogo a seguir.



Qual peça poderia ser encaixada no espaço demarcado? L, R, ambas ou nenhuma delas?

- b. Analise esta outra situação de jogo.



Que movimento deve ser feito com a peça S para que ela seja encaixada no espaço imediatamente abaixo dela cumprindo os objetivos do jogo?

- c. Entre as peças do jogo Tetris, existem pares de figuras congruentes. Quais são esses pares e por que tais figuras são congruentes? Desenhe os pares de figuras congruentes e explique.
- d. Considere os pares de figuras congruentes que você identificou no item anterior. É possível sobrepor essas peças usando apenas os movimentos permitidos no jogo? Se sim, descreva como poderia ser feita a sobreposição. Se não, explique o porquê.

6. Teste da sobreposição no Geogebra (Atividade produzida por Carmen Mathias para o capítulo de Transformações Geométricas do “Livro Aberto” do IMPA).

No link a seguir, você vai usar o “teste da sobreposição” para verificar se pares de polígonos são congruentes: <https://www.geogebra.org/m/tcnywadc>.

7. Compare as propostas em 5 e 6 e reflita sobre a diferença entre movimentos rígidos no plano e as isometrias do plano. Anote suas reflexões para discussão em aula.
8. Exiba uma aplicação F , do plano em si mesmo, que não seja bijetora. Justifique.
9. Explore alguns esboços para responder:
 - a) o que resulta da composição de duas translações? Mesma pergunta para rotações e reflexões.
 - b) a reflexão com relação a uma reta t composta com uma translação é uma transformação geométrica? Quais são as possibilidades?
10. Para comemorar o aniversário de sua matriarca, uma família italiana decorou o prédio onde mora com uma grande faixa vertical com a inscrição "VIVA A MAMA". A faixa ficou presa pelas extremidades de forma que podia girar em torno de um eixo central vertical. Você sabe explicar por que razão as pessoas conseguiam lê-la em qualquer posição em que se encontrasse a faixa?
11. Dadas F e G , duas transformações do plano, prove que:
 - a) GoF é transformação.
 - b) $(GoF)^{-1} = F^{-1}oG^{-1}$
12. Sendo F , G e H transformações do plano, leve em conta o significado da igualdade de duas aplicações e prove que:
 - a) se $GoF = HoF$, então $G = H$.
 - b) se $GoF = F$, então $G = Id$.
13. Faça alguns esboços e responda:
 - a) qual a imagem de uma reta por uma translação?
 - b) e por uma rotação?
14. Se F é transformação que leva reta em reta e r é uma reta arbitrária do plano, será verdade que $F(r)$ e r são retas paralelas? Prove ou apresente contraexemplo.
15. Duas cidades A e B são separadas por um rio cujas margens são retas paralelas. Qual a localização ideal para a construção de uma ponte perpendicular às margens do rio e seus acessos às duas cidades?