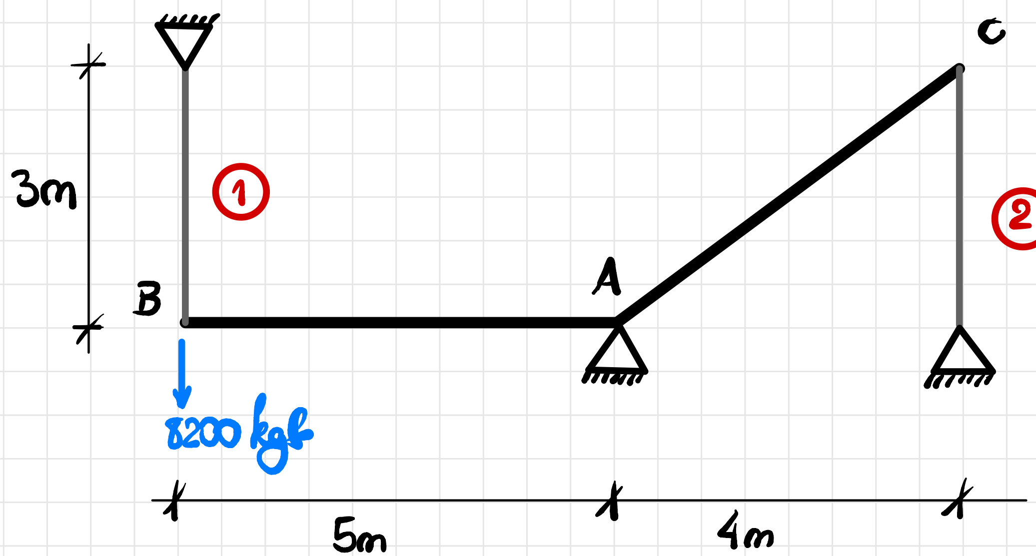
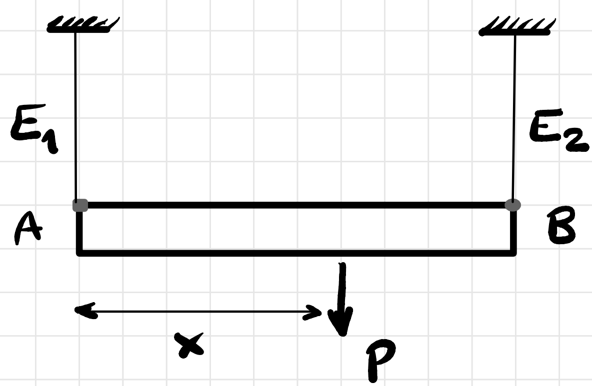
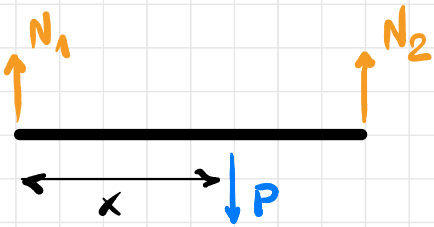
A barra BAC da figura é infinitamente rígida. Os fios 1 e 2 são iguais entre si. Para eles são dados a tensão normal de escoamento ($\sigma_e = 2000\ kgf/cm^2$) e o módulo de elasticidade ($E = 30000\ kgf/cm^2$). Adotando coeficiente de segurança ao escoamento igual a 2, achar a área dos fios, sabendo-se ainda que o deslocamento vertical do ponto B não pode ultrapassar um valor fixado ($v_B \leq 8cm$).



Uma barra AB de comprimento L está suspensa horizontalmente por dois fios verticais, presos às suas extremidades. Os fios têm o mesmo comprimento e a mesma área das seções transversais, porém o fio da extremidade A é de um material cujo módulo de elasticidade é E_1, enquanto que o da extremidade B tem E_2. Desprezando o peso da barra AB, estabelecer a equação da distância x (partindo de A) ao ponto de aplicação de uma carga P, de modo que a barra continue horizontal.



Equilíbrio:



$$\sum F_v = 0: \quad N_1 + N_2 = P$$

$$\sum M_A = 0: \quad -P \cdot x + N_2 \cdot L = 0$$

$$\therefore \boxed{N_2 = \frac{x}{L} P} \longrightarrow \boxed{N_1 = \frac{L-x}{L} P}$$

Para manter a barra na horizontal, a variação de comprimento nas barras deve ser idêntica. Assim:

$$\Delta l_1 = \Delta l_2$$

$$\frac{N_1 l}{E_1 A} = \frac{N_2 l}{E_2 A}$$

$$\frac{N_1}{E_1} = \frac{N_2}{E_2}$$

$$\frac{L-x}{\cancel{L}}\frac{\cancel{P}}{E_1} = \frac{x}{\cancel{L}}\frac{\cancel{P}}{E_2}$$

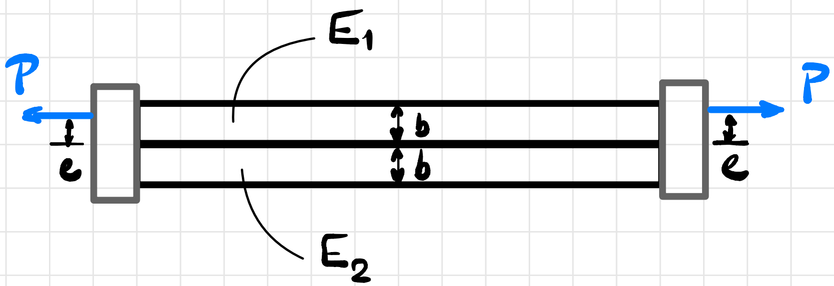
$$E_2(L-x) = E_1 x$$

$$x(E_1+E_2) = E_2 L$$

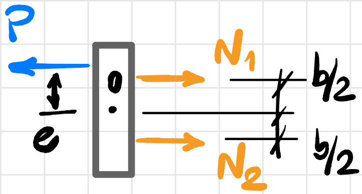
È portanto:

$$\boxed{x = \frac{E_2}{E_1+E_2} \cdot L}$$

Uma barra de seção quadrada é formada por duas outras de materiais diferentes, tendo os módulos de elasticidade E_1 e E_2. As seções transversais das barras são iguais. Supondo que as placas das extremidades sejam rígidas, estabelecer a equação para o cálculo da excentricidade "e", de modo que as barras tenham tensões uniformemente distribuídas na seção transversal. (nota: supor $E_2 > E_1$).



Observando o equilíbrio na seção rígida:



$$\sum F_H = 0: \quad N_1 + N_2 = P$$

$$\circlearrowleft \sum M_0 = 0: \quad P \cdot e - N_1 \cdot b/2 + N_2 \cdot b/2 = 0$$

$$N_2 - N_1 = \frac{2Pe}{b}$$

E assim:

$$2N_2 = \frac{2Pe}{b} + P$$

$$\therefore \; N_2 = P\left(\frac{1}{2} + \frac{e}{b}\right)$$

e $N_1 = P\left(\frac{1}{2} - \frac{e}{b}\right)$

Para uma tensão uniforme:

$$\Delta l_1 = \Delta l_2$$

$$\frac{N_1 l}{E_1 A} = \frac{N_2 l}{E_2 A}$$

$$\frac{N_1}{E_1} = \frac{N_2}{E_2}$$

Substituindo:

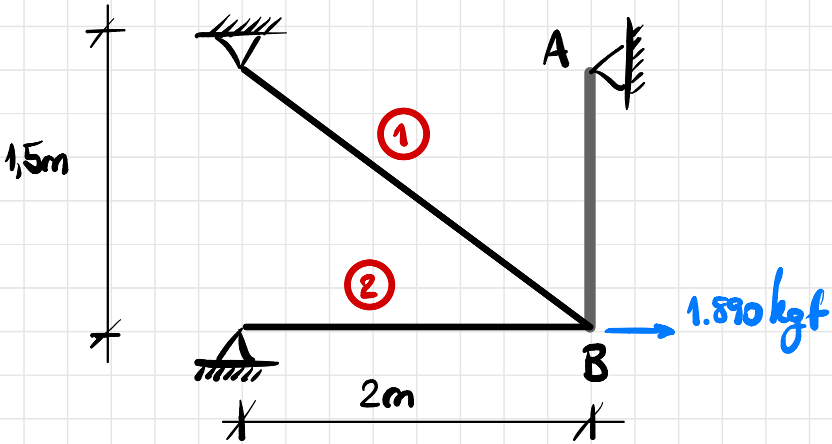
$$\frac{P}{E_1}\left(\frac{1}{2} - \frac{e}{b}\right) = \frac{P}{E_2}\left(\frac{1}{2} + \frac{e}{b}\right)$$

$$E_2\left(\frac{1}{2} - e/b\right) = E_1\left(1/2 + e/b\right)$$

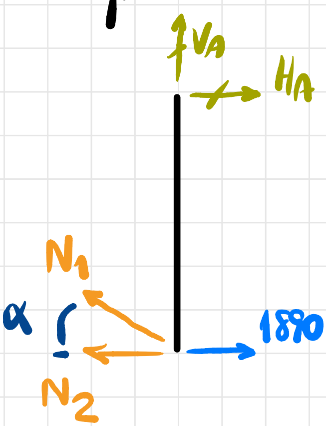
$$(E_1 + E_2)\, e/b = \frac{E_1 - E_2}{2}$$

E portanto: $$\boxed{e = \frac{b}{2}\left(\frac{E_1 - E_2}{E_1 + E_2}\right)}$$

No sistema da figura, a barra AB é rígida. Achar a força normal nos fios 1 e 2. É dada a rigidez axial dos fios $EA = 10^4 \text{ kgf}$.



Equilíbrio:



$$\sum F_H = 0: \; -N_1 \cos\alpha - N_2 + H_A + 1890 = 0$$

$$\sum F_V = 0: \; V_A + N_1 \operatorname{sen}\alpha = 0$$

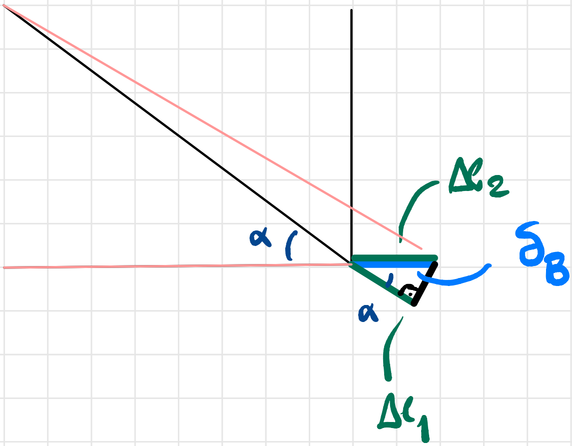
$$(+) \; \sum M_A = 0: \; 1890 \cdot 1{,}5 - N_2 \cdot 1{,}5 - N_1 \cdot \cos\alpha \cdot 1{,}5 = 0$$

$$\operatorname{sen}\alpha = 3/5$$

$$\cos\alpha = 4/5$$

$$\frac{4}{5} N_1 + N_2 = 1890$$

Diagrama de Williot:



$$\cos\alpha = \frac{\Delta\ell_1}{\delta_B}$$

$$\therefore \delta_B = \frac{\Delta\ell_1}{\cos\alpha}$$

$$\delta_B = \Delta\ell_2$$

Assim:

$$\frac{\Delta\ell_1}{\cos\alpha} = \Delta\ell_2 \longrightarrow \frac{N_1\ell_1}{\cancel{EA}\cos\alpha} = \frac{N_2\ell_2}{\cancel{EA}}$$

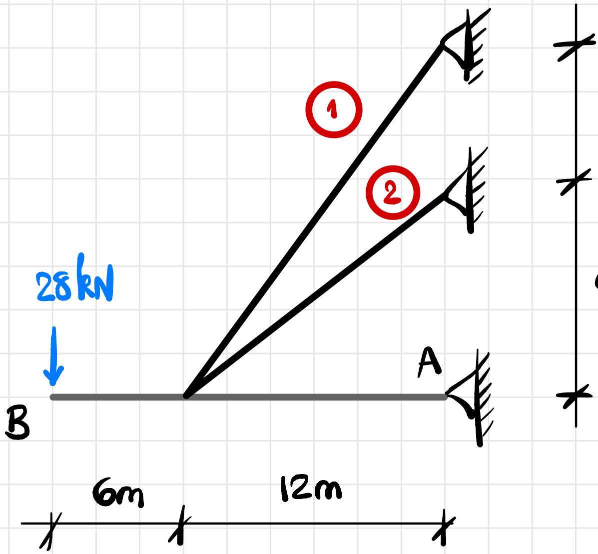
$$\frac{N_1 \cdot 2{,}5}{4/5} = N_2 \cdot 2 \longrightarrow N_1 = 0{,}64 N_2$$

Voltando ao equilíbrio:

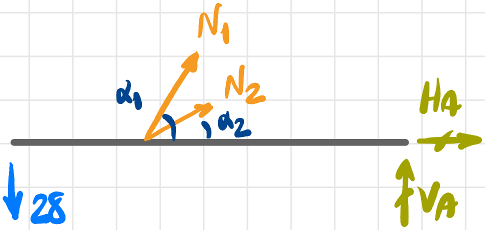
$$\frac{4}{5} \cdot 0{,}64 N_2 + N_2 = 1890 \longrightarrow 1{,}512 N_2 = 1890$$

$$\therefore \boxed{N_2 = 1250\ kgf} \longrightarrow \boxed{N_1 = 800\ kgf}$$

A barra horizontal é rígida. Achar a área dos fios 1 e 2 de modo que $v_B \leqslant 3{,}75\,cm$. Para os fios são dados $\bar{\sigma} = 15\,MPa$ e $E = 5.10^3\,MPa$.



Equilíbrio:



$$\sum F_H = 0: \; N_1 \cos\alpha_1 + N_2 \cos\alpha_2 + H_A = 0$$

$$\sum F_V = 0: \; -28 + N_1 \operatorname{sen}\alpha_1 + N_2 \operatorname{sen}\alpha_2 + V_A = 0$$

$$\curvearrowleft \sum M_A = 0: \; 28.18 - N_1 \operatorname{sen}\alpha_1 .12 - N_2 \operatorname{sen}\alpha_2 .12 = 0$$

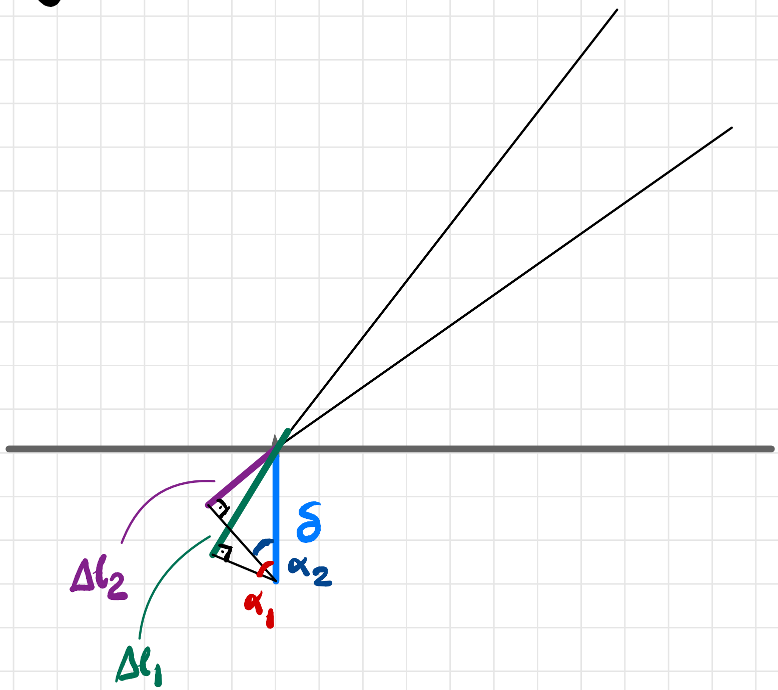
$\ell_1 = 20m \quad \operatorname{sen}\alpha_1 = 4/5 \quad \cos\alpha_1 = 3/5$

$\ell_2 = 15m \quad \operatorname{sen}\alpha_2 = 3/5 \quad \cos\alpha_2 = 4/5$

$$\frac{4}{5}N_1 + \frac{3}{5}N_2 = 42$$

$$\boxed{4N_1 + 3N_2 = 210}$$

Diagrama de Williot:



$$\operatorname{sen}\alpha_1 = \frac{\Delta l_1}{\delta} \longrightarrow \delta = \frac{\Delta l_1}{\operatorname{sen}\alpha_1}$$

$$\operatorname{sen}\alpha_2 = \frac{\Delta l_2}{\delta} \longrightarrow \delta = \frac{\Delta l_2}{\operatorname{sen}\alpha_2}$$

E assim:

$$\frac{\Delta l_1}{\operatorname{sen}\alpha_1} = \frac{\Delta l_2}{\operatorname{sen}\alpha_2}$$

$$\frac{N_1 l_1}{\cancel{EA}\operatorname{sen}\alpha_1} = \frac{N_2 l_2}{\cancel{EA}\operatorname{sen}\alpha_2}$$

$$\frac{N_1 . 20}{4/5} = \frac{N_2 . 15}{3/5}$$

$$\therefore \quad N_2 = N_1$$

Voltando ao equilíbrio:

$$4N_1 + 3N_1 = 210$$

$$7N_1 = 210$$

$$\boxed{N_1 = N_2 = 30 \text{ kN}}$$

Dimensionamento:

① Tensão Máxima:

$$\text{máx}(\sigma_1, \sigma_2) \leqslant \bar{\sigma} \longrightarrow \sigma_1 = \sigma_2 \leqslant \bar{\sigma}$$

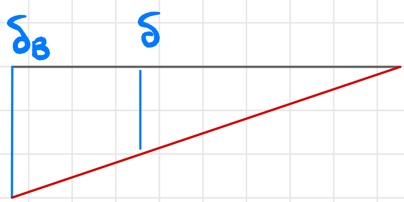
$$\frac{N_1}{A} \leqslant \bar{\sigma} \longrightarrow A \geqslant \frac{N_1}{\bar{\sigma}}$$

$$A \geqslant \frac{30.10^3}{15.10^6} \longrightarrow A \geqslant 2.10^{-3}\ m^2$$

② Deslocamento máximo:

$$\delta_B \leqslant V_B$$

mas:



$$\frac{\delta_B}{18} = \frac{\delta}{12}$$

$$\therefore \quad \delta_B = \frac{3}{2}\delta$$

$$\frac{3}{2}\delta \leqslant V_B \longrightarrow \frac{3}{2}\frac{\Delta \ell_1}{\text{sen}\,\alpha_1} \leqslant V_B$$

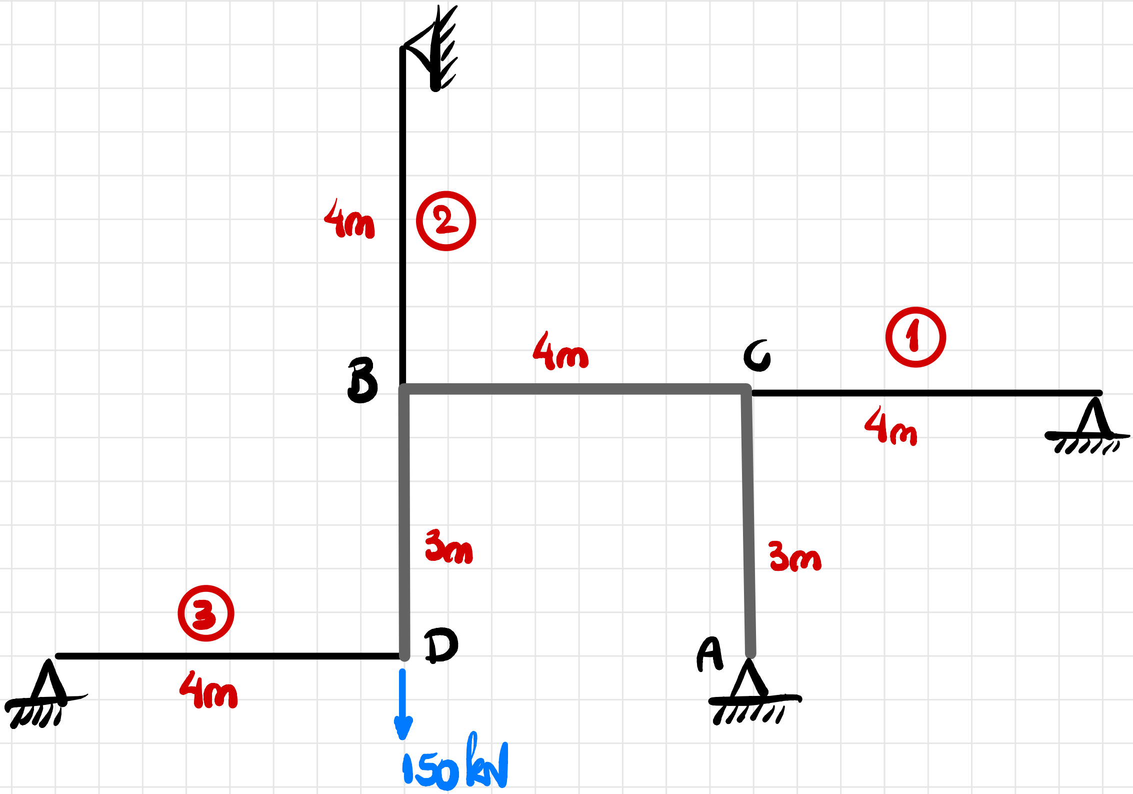
$$\frac{3N_1 l_1}{2EA\,sen\,\alpha_1} \leq v_B \longrightarrow A \geq \frac{3N_1 l_1}{2E v_B\, sen\,\alpha_1}$$

$$A \geq \frac{3 \cdot 30 \cdot 10^3 \cdot 20}{2 \cdot 5 \cdot 10^9 \cdot 3{,}75 \cdot 10^{-2} \cdot 4/5}$$

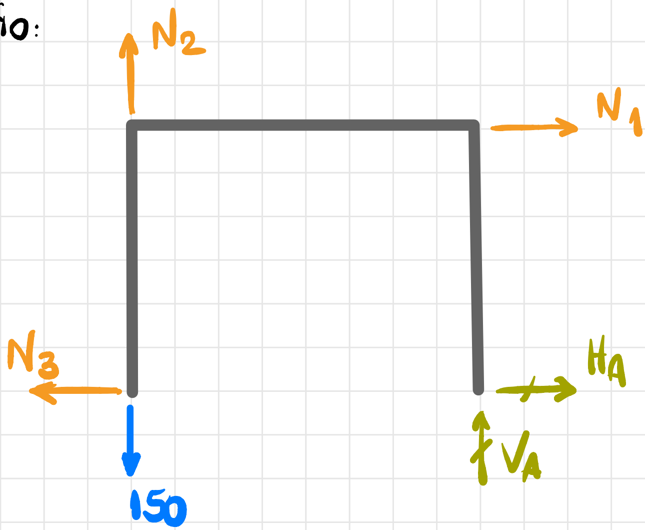
$$\therefore \boxed{A \geq 6 \cdot 10^{-3}\ m^2}$$

Logo $A_{min} = 6 \cdot 10^{-3}\ m^2$ ou $60\ cm^2$.

A barra em forma de U invertido é rígida. Achar as forças normais N_1, N_2 e N_3 nos tirantes, que têm todos a mesma área ($A = 8 \cdot 10^{-4} m^2$) e são compostos do mesmo material ($E = 9{,}6\ GPa$). Achar o deslocamento horizontal h_B do nó B.



Equilíbrio:



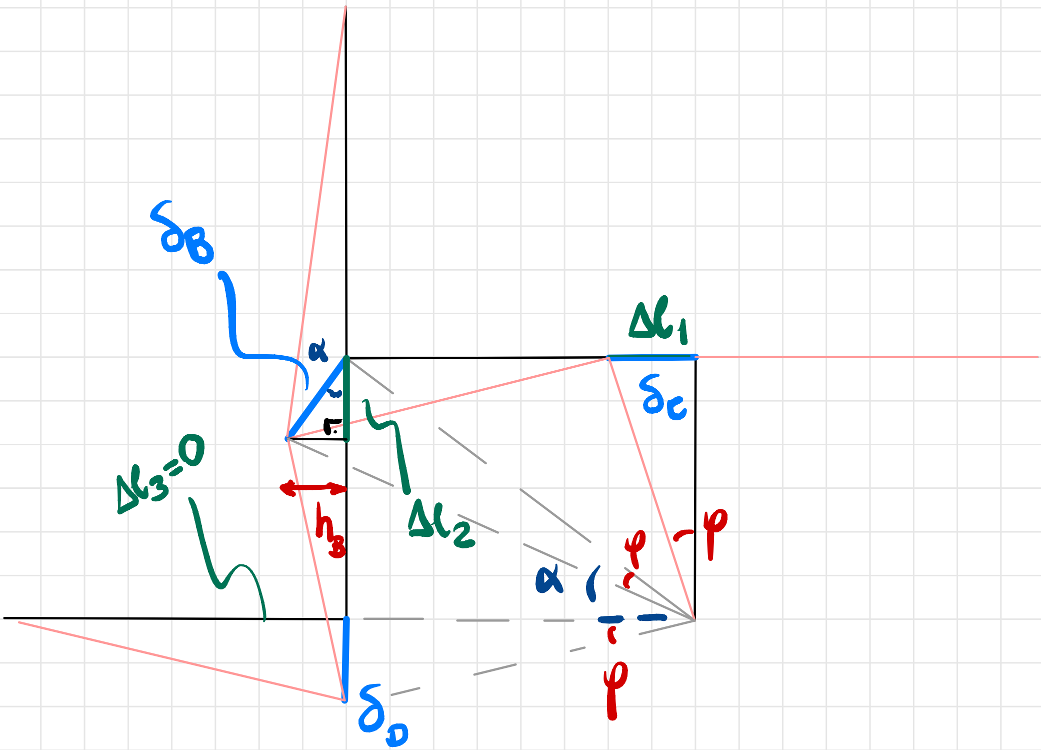
$$\sum F_H = 0: \; -N_3 + N_1 + H_A = 0$$

$$\sum F_V = 0: \; -150 + N_2 + V_A = 0$$

$$\circlearrowleft + \; \sum M_A = 0: \; -N_1 . 3 - N_2 . 4 + 150 . 4 = 0$$

$$\boxed{3N_1 + 4N_2 = 600}$$

Diagrama de Williot:



$$\begin{cases} \Delta l_1 = \delta_C \\ \cos\alpha = \dfrac{\Delta l_2}{\delta_B} \longrightarrow \delta_B = \dfrac{\Delta l_2}{\cos\alpha} \\ \Delta l_3 = 0 \end{cases}$$

mas $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{\delta_C}{3} = \dfrac{\delta_B}{5} = \dfrac{\delta_D}{4}$

E assim:

$$\frac{\Delta l_1}{3} = \frac{\Delta l_2}{5\cos\alpha} \longrightarrow \frac{\Delta l_1}{3} = \frac{\Delta l_2}{5 . 4/5}$$

$$\frac{N_1 l}{3EA} = \frac{N_2 l}{4EA} \longrightarrow \boxed{N_1 = \frac{3}{4} N_2}$$

Voltando ao equilíbrio:

$$3\left(\frac{3}{4} N_2\right) + 4N_2 = 600$$

$$\frac{25}{4} N_2 = 600$$

$$\therefore \boxed{\begin{array}{l} N_2 = 96\ kN \\ N_1 = 72\ kN \\ N_3 = 0\ kN \end{array}} \quad (\text{pois } \Delta l_3 = 0)$$

Calculando h_B:

$$tg\alpha = \frac{h_B}{\Delta l_2} \rightarrow h_B = \Delta l_2 \, tg\alpha$$

$$h_B = \frac{N_2 l_2}{EA} tg\alpha \rightarrow h_B = \frac{96 \cdot 10^3 \cdot 4}{9{,}6 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-4}} \cdot \frac{3}{4}$$

$$\boxed{h_B = 0{,}0375 \, m \ (\leftarrow)}$$