

Lista 3 – Transformada Z

1) Calcule a transformada Z, a região de convergência e a localização de polos e zeros destas sequências:

a) $x[n] = 4\delta[n-1] + 3\delta[n] - 2\delta[n+1] + 3\delta[n+2]$

Solução: $X(z) = 4z + 3 - 2z^{-1} + 3z^{-2}$

R_x : todo o plano, exceto $z = 0$ e $z = \infty$.

b) $x[n] = \cos(\omega n) u[n]$

Solução: $X(z) = \frac{1 - \cos(\omega)z^{-1}}{1 - 2\cos(\omega)z^{-1} + z^{-2}}$; $R_x: |z| > 1$

c) $x[n] = a^{-n}u[-n]$

Solução: $X(z) = \frac{1}{1-az}$; $R_x: |z| < \frac{1}{a}$

Propriedade de inversor no tempo

$x[-n] \rightarrow x(z^{-1}) \quad ROC: \frac{1}{R_x}$

2) A sequência $x[n]$ a seguir é unilateral à direita. Se $X(z)$ é sua transformada Z, encontre a sequência unilateral à esquerda que tem a mesma transformada Z, a menos da região de convergência.

$x[n] = \frac{1}{2^n} \cos(\omega n) u[n]$

$y[n] = -\frac{1}{2^n} \cos(\omega n) u[-n-1]$, a região de convergência é dada por $|z| < 1/2$.

Solução:

3) Sejam $x_1[n]$ e $x_2[n]$ duas sequências com transformadas z $X_1(z)$ e $X_2(z)$ e regiões de convergência R_1 e R_2 , respectivamente. Encontre as transformadas z de:

a) $y[n] = 3x_1[n] - 2x_2[n]$

Solução: $Y(z) = 3X_1(z) - 2X_2(z)$, $R_y = R_1 \cap R_2$

b) $y[n] = x_1[2n]$

$Y(z) = \frac{1}{2} [X_1(z) + X_1(-z)]$ a região de convergência de $Y(z)$ é R_1 .

Dica 1: $y[n] = \frac{1+(-1)^n}{2} x_1[n]$

Dica 2: Propriedade exponencial

4) Encontre a transformada Z inversa das funções a seguir, das as regiões de convergência.

a) $X(z) = (1 + z^{-1})(1 - \frac{1}{2}z^{-1})(1 + 2z^{-1})$, $R_x: 0 < |z| < \infty$

Solução: $x[n] = \delta[n] + \frac{5}{2}\delta[n-1] + \frac{1}{2}\delta[n-2] - \delta[n-3]$

b) $X(z) = \frac{z^{-1}}{1-5z^{-1}+6z^{-2}}$, $R_x: |z| < 2$

Solução: $x[n] = (2^n - 3^n)u[-n-1]$

c) $X(z) = \frac{z^{-1}}{1-5z^{-1}+6z^{-2}}$, $R_x: |z| > 3$

Solução:
$$\begin{aligned} x[n] &= -2^n u[n] + 3^n u[n] \\ &= (3^n - 2^n)u[n] \end{aligned}$$

5) Utilizando a técnica de expansão em frações parciais calcule a transformada Z inversa das funções a seguir, dadas as regiões de convergência.

a) $X(z) = \frac{z^{-1}}{2-3z^{-1}+z^{-2}}$, $R_x: |z| < \frac{1}{2}$

Solução: $x[n] = \left[\frac{1}{2^n} - 1\right]u[-n-1]$

b) $X(z) = \frac{1}{1-z^{-2}}$, $R_x: |z| < 1$

$$x[n] = \begin{cases} 1, & \text{se } n < 0 \text{ e } n \text{ par.} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$