

Covariância

Análise de portfólio

Prof. Dr. Evandro Marcos Saidel Ribeiro
FEA-RP
Universidade de São Paulo

Portfolio Selection

Author(s): Harry Markowitz

Source: *The Journal of Finance*, Vol. 7, No. 1 (Mar., 1952), pp. 77-91Published by: [Wiley](#) for the [American Finance Association](#)Stable URL: <http://www.jstor.org/stable/2975974>

Accessed: 08/05/2014 10:52

The return (R) on the portfolio as a whole is a weighted sum of random variables (where the investor can choose the weights). From our discussion of such weighted sums we see that the expected return E from the portfolio as a whole is

$$E = \sum_{i=1}^N X_i \mu_i$$

and the variance is

$$V = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sigma_{ij} X_i X_j$$

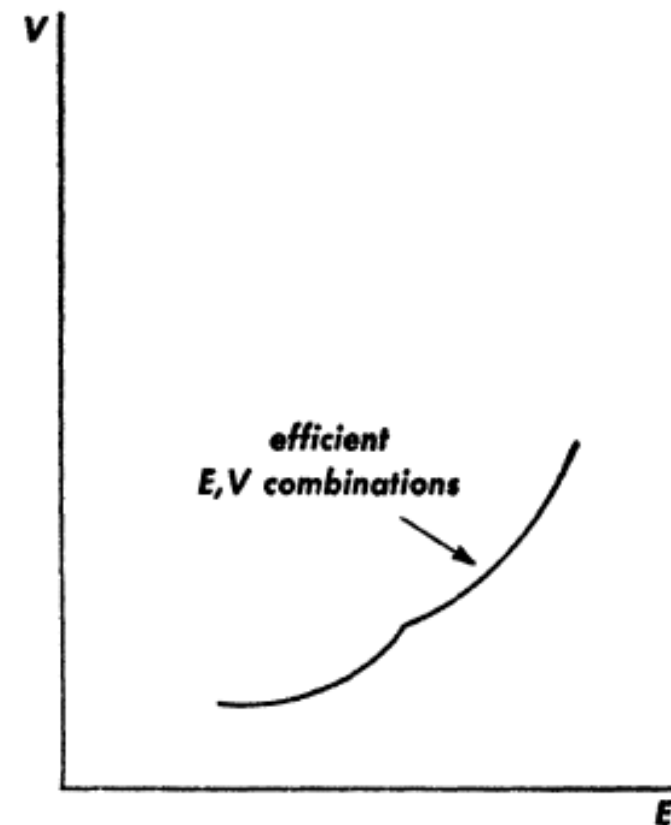


FIG. 6



USP - DISCIPLINAS Apoio às Disciplinas

Disciplinas > Suporte > Português - Brasil (pt_br)

Evandro Marcos Saidel Ribeiro

RAD1408 - Estatística Aplicada à Administração (Noturno 2022)

Início / Meus Ambientes / 2022 / FEARP / RAD / RAD1408-2022-N / 1 - Material para aulas

Ativar edição

3 - Correlação, Covariância e Regressão Linear

- Correlação e Covariância
- VALORES NBA.xlsx
- Estudo de Portfólio**
- Artigo de Harry Markowitz - Portfolio Selection, 1952
- Portfolios_0.xlsm
- Portfolios_1.xlsm

Estudo de portfólio

Pesquisar nos fóruns

Buscar

Pesquisa Avançada ?

Últimos avisos

Acrescentar um novo tópico... (Nenhum aviso publicado.)

Próximos eventos

- Entrega da Lista 09 está marcado(a) para esta data Hoje, 23:59
- T4 - Entrega está marcado(a) para esta data quarta, 1 junho, 14:00
- Postar arquivo com link para o vídeo da apresentação está marcado(a) para esta data

Análise de portfólio

PARTE I - Simulação

Prof. Dr. Evandro Marcos Saidel Ribeiro
FEA-RP
Universidade de São Paulo



Seleção de portfólio - Passos para resolução do Trabalho 2

Passo 1. Entendendo o problema. O problema é obter medidas de risco e retorno para uma carteira com seis títulos. Estas medidas de risco e retorno são exemplos práticos de aplicação de estatística na área de administração.

Passo 2. Formulação do problema. Este assunto foi estudado por Markowitz (1952) e para resolvê-lo neste trabalho utilizaremos a formulação de Markowitz resumida a seguir, que considera como entrada séries de preços de ações.

2.1 Medidas de Risco e Retorno

Seja \bar{R}_i a variação média do título i , obtida a partir de uma série de variações de preço num certo período. Seja P_i o investimento percentual neste título.

Então, para um portfólio formado por N títulos temos:

$$\text{O retorno de cada título: } \tilde{R} = \begin{bmatrix} \bar{R}_1 \\ \bar{R}_2 \\ \bar{R}_3 \\ \vdots \\ \bar{R}_N \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\text{A participação em cada título: } \tilde{P} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ \vdots \\ P_N \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\text{sendo } \sum_{i=1}^N P_i = 1 \quad (3)$$

$$\text{e } 0 \leq P_i \leq 1. \quad (4)$$

$$\text{A matriz de covariância: } \tilde{S} = \begin{bmatrix} S_{1,1} & S_{1,2} & \dots & S_{1,N} \\ S_{2,1} & S_{2,2} & \dots & S_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{N,1} & S_{N,2} & \dots & S_{N,N} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\text{O retorno esperado para o portfólio é obtido por: } R = \tilde{P}' \tilde{R}. \quad (6)$$

$$\text{O risco pode ser definido pela variância do portfólio, dada por: } \text{Variância} = \tilde{P}' \tilde{S} \tilde{P}, \quad (7)$$

$$\text{ou então pelo desvio padrão do portfólio, dado por } \text{DesvPad} = \sqrt{\text{Variância}}. \quad (8)$$

Passo 3, 4 e 5. Elaboração de algoritmo para o estudo de Risco e Retorno por Simulação e por otimização

A seleção de um portfólio é feita quando são determinados todos os percentuais P_i . Esta determinação pode ser arbitrária, aleatória ou otimizada. A seguir são descritos os algoritmos para resolver o problema pelo método aleatório e pelo método otimizado.

3.1 Simulação aleatória

Considere um estudo com seis títulos. Para obter a matriz de investimento percentual, ou seja, os valores de cada P_i , considere os três passos a seguir:

1. Numa planilha de análise (AnáliseSimula) reserve uma região com seis células para a matriz de participações.
2. Obtenha as participações: Sorteie seis números aleatórios entre 1 e 100. Utilize a função do Excel para obter os números aleatórios: =ALEATÓRIOENTRE(1;10000) Grave estes valores como X_i .
3. Obtenha a soma: $Tot = \sum_{i=1}^6 X_i$.
4. Cada valor de P_i é obtido por: $P_i = \frac{X_i}{Tot}$

A planilha resultante é apresentada a seguir. Note que a coluna A apresenta sorteios aleatórios, na coluna C estes sorteios são transformados em percentuais. Os valores de Retorno e Variância são calculados pelas expressões (6) e (7).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Simulação		Participação				Risco	Risco
2	13		0,0442	v_ibov		Retorno	Variância	Desvio Padrão
3	88		0,2993	v_petro		-0,000662	0,000119	0,010909
4	54		0,1837	v_dolar				
5	18		0,0612	v_bisa3				
6	91		0,3095	v_elpl4				
7	30		0,1020	v_oibr3				
8	294	Total	1	Soma				
9								

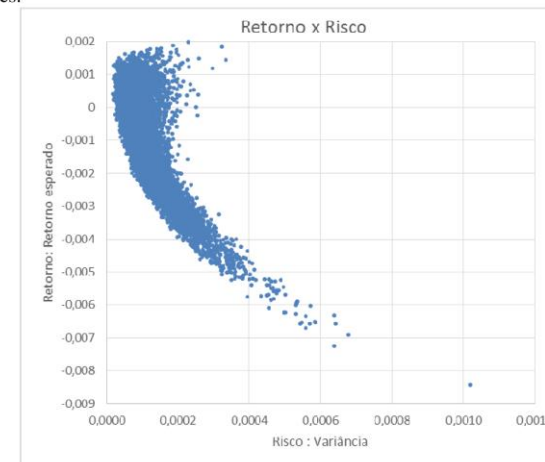
Uma vez definido o portfólio pelos valores de \tilde{P} , obtenha os valores de Risco na célula G3 pela expressão (7) e de Retorno na célula F3 pela expressão (6). Grave os valores obtidos de Variância e de Retorno. Obtenha outra simulação repetindo os passos 1 a 3 e obtendo novos valores de Variância e de R.

Para gravar os valores da Simulação considere desenvolver uma "Macro" que copia os valores de Retorno e Risco obtidos para a coluna A e B, a partir da linha 11. Note que o valor de Retorno está na célula F3 (na programação de macro VBA, esta célula é reconhecida como Cells(3,6), ou seja, linha 3 coluna 6) e o valor de Risco está na célula G3, que no VBA é reconhecida como Cells(3,7).

Na figura a seguir é apresentado um código de programação VBA que copia 1000 valores de Retorno e Risco simulados para as colunas A e B da planilha "AnáliseSimula".

```
Sub simula()
'
' simula Macro
' Atalho do teclado: Ctrl+t
'
For i = 1 To 1000
    Retorno = Cells(3, 6)
    Risco = Cells(3, 7)
    Cells(10 + i, 1) = Retorno
    Cells(10 + i, 2) = Risco
    Calculate
Next i
End Sub
```

Após executar a Macro faça um gráfico de dispersão com os valores obtidos de Risco e Retorno. Veja um exemplo na figura a seguir, na qual foram consideradas 10000 simulações.



Portfolios_0.xlsm

Salvamento Automático Portfolios_1.xlsm Pesquisar Evandro Ribeiro

Arquivo Página Inicial Inserir Layout da Página Fórmulas Dados Revisão Exibir Desenvolvedor Ajuda

K37 =MATRIZ.MULT(G34:I34;M29:M31)

Seleção de Portfólios

Taxas de Retorno					Matriz de Covariâncias - S				
Trimestre	a	b	c	Cias.	a	b	c	P	R
1	-39,93%	-53,63%	25,27%	a	0,0441	0,0482	0,0125	0,3667	0,0971
2	28,52%	47,20%	-4,46%	b	0,0482	0,1039	0,0231	0,2714	0,1109
3	3,52%	-23,99%	0,84%	c	0,0125	0,0231	0,0597	0,3619	0,0993

Portfólio (+)

Microsoft Visual Basic for Applications - Portfolios_1.xlsm

Arquivo Editar Exibir Inserir Formatar Depurar Executar Ferramentas Suplementos Janela Ajuda

Projeto - VBAProject

- Plan1 (Port ^)
 - Módulos
 - Módulo1
 - Módulo2
 - Módulo3
 - Módulo4
 - Módulo5
- VBAProject (Por ^)
 - Módulo5 Módulo

Propriedades - Módulo5

Alfabético Categorizado

(Name) Módulo5

```

Sub simula ()
' simula Macro
' Simula portfolio
' Atalho do teclado: Ctrl+t
'
imax = Cells(3, 18)
For i = 1 To imax
Calculate
p1 = Cells(33, 12)
Calculate
p2 = Cells(33, 12)
Calculate
p3 = Cells(33, 12)

Cells(33, 13) = p1
Cells(34, 13) = p2
Cells(35, 13) = p3

retorno = Cells(37, 11)
variancia = Cells(40, 17)

Cells(28 + i, 18) = variancia
Cells(28 + i, 19) = retorno
Next i
End Sub
                    
```

Análise de portfólio

PARTE II - Otimização

Prof. Dr. Evandro Marcos Saidel Ribeiro
FEA-RP
Universidade de São Paulo

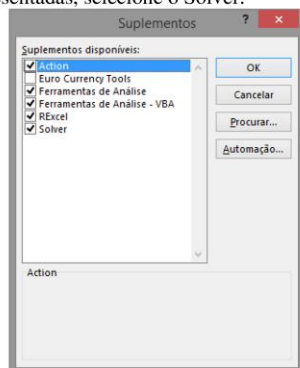


3.2 Otimização

Considere um estudo com seis títulos. Considere valores iniciais para cada P_i de forma que sejam satisfeitas as expressões (3) e (4). Para tanto digite os valores que achar adequado para cada P_i numa nova planilha, planilha "Otimização". Obtenha os valores de Retorno e Risco da mesma forma do item 2. A planilha deve estar com a seguinte característica:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1							Risco	Risco	
2		Participação	0,2486	v_ibov		Retorno	Variância	Desvio Padrão	
3			0,0000	v_petro		0,001100	0,000013	0,003572	
4			0,5307	v_dolar					
5			0,2070	v_bisa3		Retorno Esperado			
6			0,0000	v_elp4		0,0013			
7			0,0137	v_oibr3					
8		Total	1,0000						

Utilize um procedimento de otimização, por exemplo utilize a ferramenta SOLVER no Excel. Para habilitar o SOVER, nas versões mais recentes do Excel selecione: Arquivo → Opções → Suplementos → Suplementos do Excel → [Ir...]
Entre as opções apresentadas, selecione o Solver:



Para realizar a otimização estude as três características necessárias, a Função Objetivo, as Variáveis de decisão, as Restrições:

Função Objetivo: Minimizar a Expressão (7)

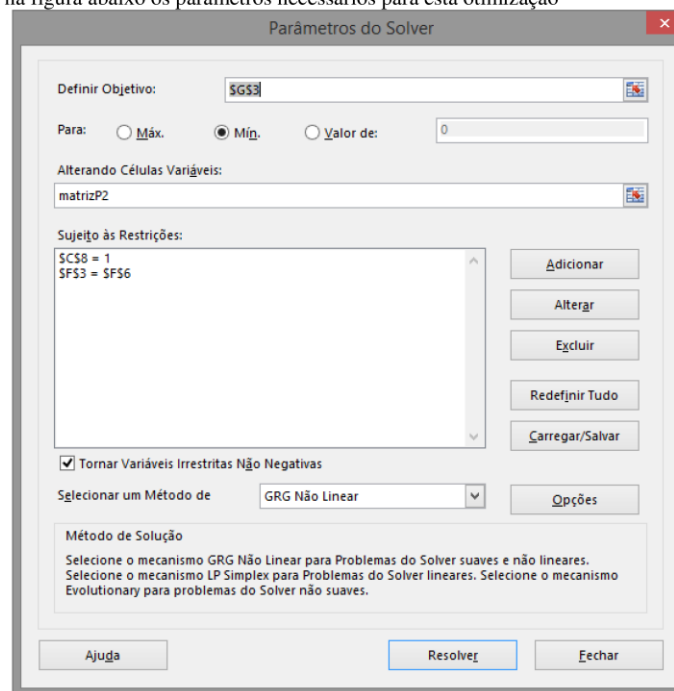
Variáveis de Decisão: Expressão (2)

Restrições: Expressão (6) = Valor específico
Expressão (3)
Expressão (4)

Nesta nova planilha, "Otimização" a Função Objetivo é a Variância, resultado obtido na célula G3 (célula em vermelho na figura da página anterior).

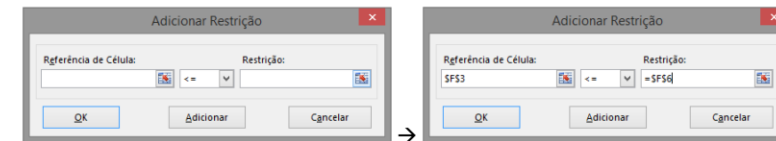
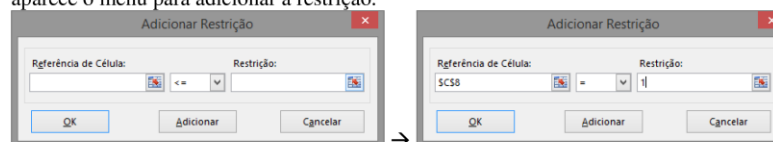
Clique na célula G3 e execute o Solver: Dados → Análise → Solver

Aparece uma janela com opções para a otimização, a janela dos Parâmetros do Solver. Veja na figura abaixo os parâmetros necessários para esta otimização



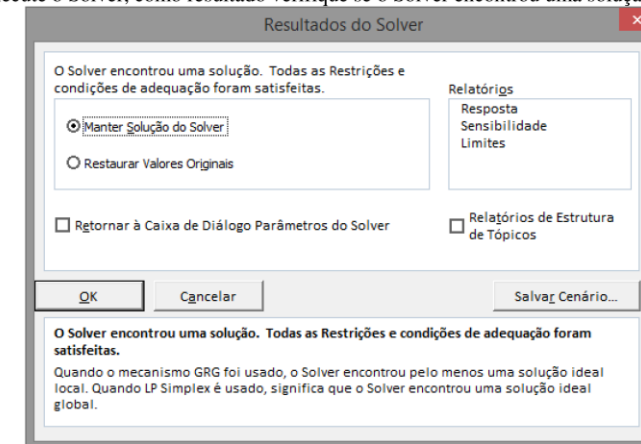
Note que a célula a ser otimizada deve ser Minimizada. As Células variáveis contém o nome "matrizP2" que é o nome que eu atribuí para a região C2:C7 da planilha.

As restrições foram inseridas através do botão [Adicionar]. Clicando em Adicionar aparece o menu para adicionar a restrição.



É importante considerar valor de retorno esperado que esteja dentro dos limites possíveis de obtenção de retorno, ou seja entre o menor retorno médio e o maior retorno médio. No caso dos títulos estudados os valores médios estão entre os valores -0,013177 e 0,002902. De forma prática, serão considerados valores no intervalo -0,013 e 0,003. Para o primeiro cálculo escolha um valor intermediário, por exemplo, 0,001.

Execute o Solver, como resultado verifique se o Solver encontrou uma solução:



Se a solução foi obtida clique em [OK] para Manter a solução do Solver.

OS valores de P_i são então atualizados para fornecer a carteira otimizada, ou seja aquela que possui um retorno esperado igual ao definido na restrição, que o risco seja o menor possível, e ainda que satisfaça a restrição de que todas as participações somadas resultem em 1.

Para o cálculo o valor de retorno esperado foi digitado na Célula F6.

Com o Solver ajustado, obtenha a otimização para vários valores possíveis de retorno. Faça uma lista de retornos esperados na coluna F, a partir da linha 9. Para cada valor de retorno esperado execute o Solver (copie antes o valor de retorno esperado para a célula F6) e copie o valor obtido para a variância otimizada na coluna G.

Faça um gráfico de Risco x Retorno com os valores obtidos.

Para este exemplo o gráfico resultante é apresentado na figura da página seguinte.

Portfolios_1.xlsm

Salvamento Automático Portfolios_2.xlsx Pesquisar Evandro Ribeiro

Arquivo Página Inicial Inserir Layout da Página Fórmulas Dados Revisão Exibir Desenvolvedor Ajuda

J42 =K37/G42

Pontos
10000

Parâmetros do Solver

Definir Objetivo:

Para: Máx. Mín. Valor de:

Alterando Células Variáveis:

Sujeito às Restrições:

- \$J\$34 = \$J\$35
- \$K\$29:\$K\$31 <= 1
- \$K\$37 = \$I\$37

Tornar Variáveis Irrestritas Não Negativas

Selecionar um Método de Solução:

Método de Solução: Selecione o mecanismo GRG Não Linear para Problemas do Solver suaves e não lineares. Selecione o mecanismo LP Simplex para Problemas do Solver lineares. Selecione o mecanismo Evolutionary para problemas do Solver não suaves.

Ajuda Resolver Fechar

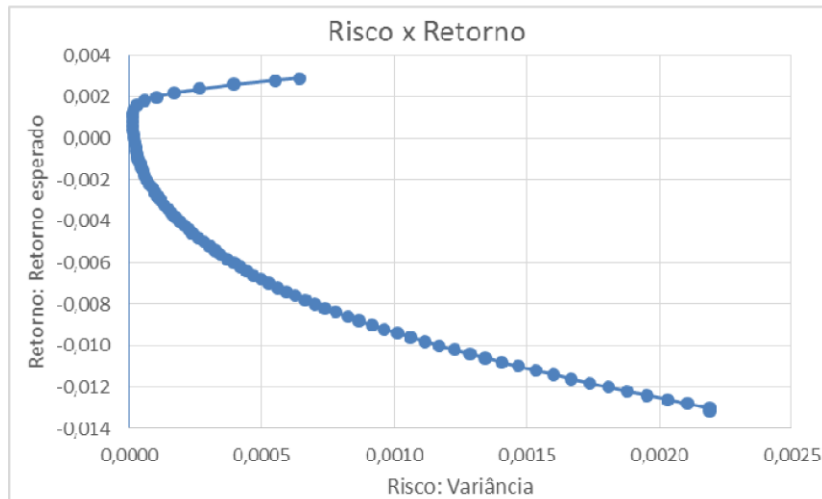
Seleção de Portfólios				Matriz de Covariâncias - S			Simulação		Otimização		
Trimestre	a	b	c	Clas.	a	b	c	Risco	Retorno	Risco	Retorno
1	-39,93%	-53,63%	25,27%	a	0,0441	0,0482	0,0125	0,0357	0,1004	0,103910	0,1109
2	28,52%	47,20%	-4,46%	b	0,0482	0,1039	0,0231	0,045	0,103	0,095820	0,1103
3	3,52%	-23,99%	0,84%	c	0,0125	0,0231	0,0597	0,045	0,101	0,087211	0,1096
4	-8,63%	32,72%	15,15%					0,053	0,103	0,079450	0,1089
5	9,88%	44,68%	8,01%					0,049	0,100	0,072552	0,1082
6	20,68%	8,71%	6,90%	Partic. P ^T	0,5900	0,0000	0,4100	0,045	0,103	0,066508	0,1075
7	21,84%	-3,20%	31,87%	Aplicação				0,052	0,105	0,061336	0,1068
8	9,48%	29,11%	64,26%					0,043	0,102	0,057026	0,1061
9	-5,74%	-14,41%	-5,15%					0,040	0,099	0,053394	0,1054
10	38,92%	66,02%	61,92%					0,050	0,104	0,051442	0,1050
11	7,88%	-28,34%	-17,37%					0,056	0,103	0,050036	0,1047
12	-27,02%	-39,57%	-12,15%					0,043	0,102	0,046945	0,1040
13	38,45%	19,28%	-1,88%					0,051	0,104	0,044117	0,1033
14	25,49%	44,97%	0,30%					0,042	0,102	0,041564	0,1026
15	0,99%	1,00%	-26,90%					0,034	0,100	0,039271	0,1019
16	31,69%	3,49%	43,25%					0,059	0,104	0,037252	0,1012

Retorno esperado = P^TR = 0,0972 = 0,0980

Variância da carteira = P^TSP = 0,5900 0,0000 0,4100 x 0,03115 = 0,03145

Desvio Padrão = 0,177328 I_s = 0,5528625

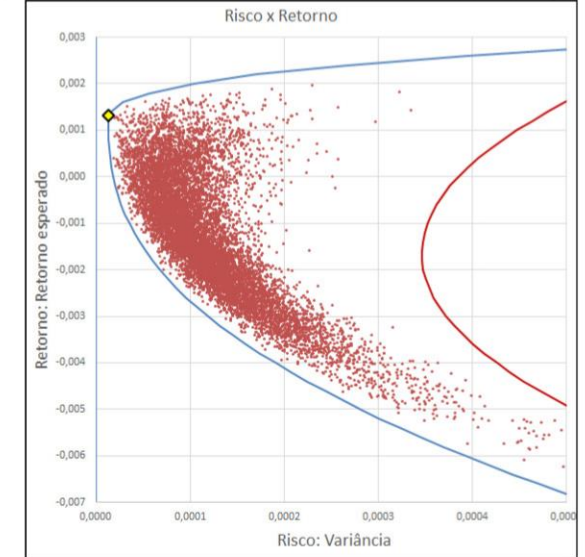
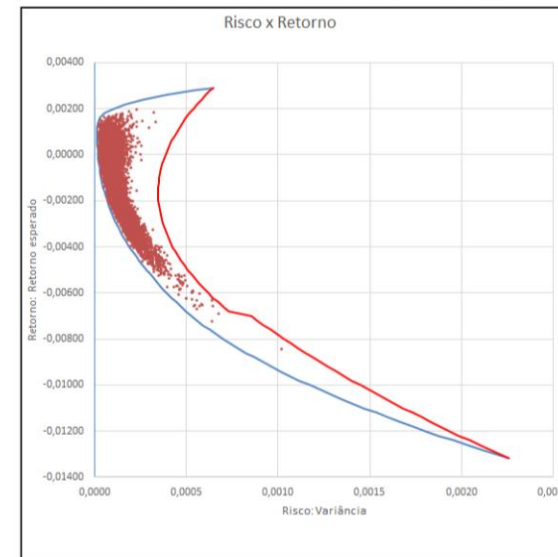
Risco Retorno = 0,031 0,09804



Pode ser considerada também outra função objetivo, dada pelo índice calculado pelo retorno sobre o risco, $I_S = \frac{R}{DesvPad} = \frac{(6)}{(8)}$. Neste caso deve-se maximizar o índice obtido e as restrições consideradas são apenas as Expressões (3) e (4).

Considerações adicionais

Considerando os resultados, Simulação e Otimização (incluindo o I_S), numa mesma figura:



Na figura acima, a linha azul é a de menor risco, a linha vermelha é a de maior risco o losango amarelo é a carteira com maior I_S . Resultado obtido: $I_S = 0,3592$.

Bibliografia

LEVINE, David M.; STEPHAN, David F.; KREHBIEL, Timothy C.; BERENSON, Mark L. *Estatística: Teoria e aplicações usando Microsoft® Excel em português*, 6ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

MARKOWITZ, Harry; Portfolio Selection, *The Journal of Finance*, Vol. 7, No. 1 (Mar. 1952), pp. 77-91

