



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

- PQI 5820 Fundamentos de Processos em Engenharia Química

Ardson dos Santos Vianna Júnior - ASVJ  
e-mail: [ardson@usp.br](mailto:ardson@usp.br)





ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

# Aula 2 – Tensores / operações

PQI 5871 Fluidodinâmica computacional



# Roteiro

1. Exemplo
2. Operações com tensores
3. Conclusão



# Tensores de 2ª ordem

- Representação por matriz

- $C_{ij} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix}$

Exemplo:  $\rho \vec{v} \vec{v} = \rho \begin{pmatrix} v_1 v_1 & v_1 v_2 & v_1 v_3 \\ v_2 v_1 & v_2 v_2 & v_2 v_3 \\ v_3 v_1 & v_3 v_2 & v_3 v_3 \end{pmatrix}$

Sendo  $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$



# Operações com tensores

- Produto por escalar
- Produto escalar entre vetor e tensor
- Duplo produto escalar



# Operações com tensores

- Produto por escalar  $s$
- $s \boldsymbol{\tau} = s \tau_{ij}$
  
- Produto escalar de vetor e tensor
- $\vec{v} \cdot \boldsymbol{\tau} = \sum_i v_i \tau_{ij}$
- Por aproximação



# Operações com tensores

- Produto escalar de vetor e tensor

- $\tau \cdot \vec{v} = \sum_j \tau_{ij} v_j$

- Por aproximação

- $\vec{v} \cdot \tau$  é igual a  $\tau \cdot \vec{v}$ ?



# Operações com tensores

- Duplo Produto escalar

- $\tau : \sigma = \tau_{ij} \sigma_{ji} = \sum_i \sum_j \tau_{ij} \sigma_{ji}$

- Por aproximação





# Conclusões

- Operações com tensores
- Análise dos índices

