

# Circulação Geral dos Oceanos

Paulo S. Polito, Ph.D.

Instituto Oceanográfico da Universidade de São Paulo

São Paulo, 2021

# Roteiro

## 10 Observações Sobre Ondas de Rossby

- Para começo de conversa...
- Anderson e Gill, 1975: Variação no Tempo
- Evolução Temporal da Solução
- Aspectos Observacionais

# Roteiro

## 10 Observações Sobre Ondas de Rossby

- Para começo de conversa...
- Anderson e Gill, 1975: Variação no Tempo
- Evolução Temporal da Solução
- Aspectos Observacionais

## Objetivos desta aula:

- Utilizar o artigo de Anderson & Gill como motivação para discutir:
  - modos normais,
  - gravidade reduzida,
  - o que há além de QG,
  - o papel das ondas de Rossby na intensificação de borda oeste.
- Apresentar resultados observacionais sobre ondas de Rossby.
- Trabalhar a interpretação de gráficos e animações.

Anderson, D.L.T. e Gill, A.E. (1975), Deep Sea Research.



## Conhecimento prévio:

- Entender o básico sobre os modelos de Sverdrup, Stommel e Munk.
- Dominar a dinâmica de Ekman.
- Saber lidar com a equivalência de  $p$ ,  $\psi$  e  $\eta$  no modelo QG.
- Entender a conservação de vorticidade potencial QG.

# Roteiro

## 10 Observações Sobre Ondas de Rossby

- Para começo de conversa...
- Anderson e Gill, 1975: Variação no Tempo
- Evolução Temporal da Solução
- Aspectos Observacionais

## Anderson & Gill, 1975

(i)

Como um oceano, inicialmente estratificado em repouso, responderia o uma tensão de cisalhamento do vento subitamente aplicada?

(ii)

De que forma os modos barotrópico e baroclínico responderiam diferentemente?

- Sverdrup, Stommel e Munk: circulação média já estabelecida.
- Como o oceano chega ao estado de equilíbrio?
- Partindo do repouso, como um oceano de 2 camadas começa a girar?
- Qual o mecanismo de transferência de energia em grande escala?

## As equações do movimento

- Coordenadas esféricas!  $\theta =$  latitude e  $\lambda =$  longitude.
- Os fatores  $1/R$ ,  $\sec \theta$  e  $\cos \theta$  aparecem por causa disso.

$$\frac{\partial u}{\partial t} - 2\Omega \sin \theta v = -\frac{1}{\rho R} \sec \theta \frac{\partial p}{\partial \lambda} + \frac{\tau_x}{\rho H} \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + 2\Omega \sin \theta u = -\frac{1}{\rho R} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{\tau_y}{\rho H} \quad (2)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{c^2}{R} \sec \theta \left[ \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial (v \cos \theta)}{\partial \theta} \right] = 0 \quad (3)$$

- Compare com as equações 2.1 a 2.3 do artigo. Notou algo diferente?

## As equações do movimento ... continuação

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} - 2\Omega \sin \theta v &= -\frac{1}{\rho R} \sec \theta \frac{\partial p}{\partial \lambda} + \frac{\tau_x}{\rho H} \\ \frac{\partial v}{\partial t} + 2\Omega \sin \theta u &= -\frac{1}{\rho R} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{\tau_y}{\rho H} \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{c^2}{R} \sec \theta \left[ \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial (v \cos \theta)}{\partial \theta} \right] &= 0\end{aligned}$$

$p$  é a anomalia de pressão.

$R$  é raio da Terra.

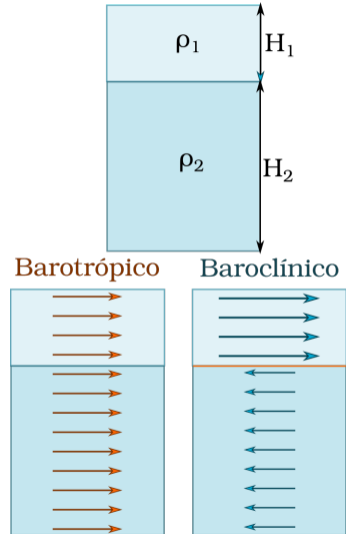
$\rho$  é a densidade constante em cada camada.

$H$  é a espessura da camada.

$c$  é a velocidade da onda longa de gravidade.

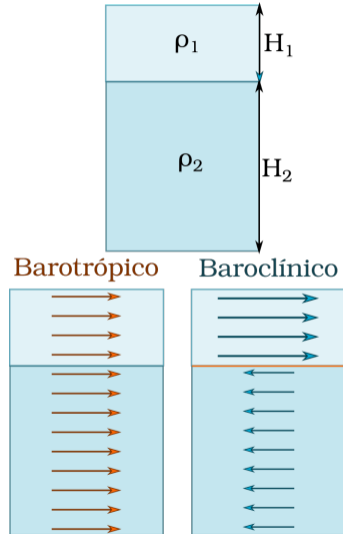
# Barotrópico × Baroclínico

- Modelo de 2 camadas homogêneas.
- Velocidades iguais dentro de cada camada.
- Quebra de  $\rho \Rightarrow$  quebra de  $v$ .
- Conecte as ideias! Tema 2, slide 30.
- A interface  $H_1/H_2$  é a piconoclina, ela desacopla as velocidades.



# Barotrópico × Baroclínico

- Modos **normais**,  $\perp$ , independentes.
- Não se pode fazer um modo com uma **transformação linear** do outro, ou seja,
- $u_{bt}(z)$  vel. barotrópica,  $u_{bc}(z)$  vel. baroclínica.  
 $\nexists(a, b) \mid a u_{bt}(z) + b = u_{bc}(z)$
- Quando se fala em modos ortogonais, essa é a ideia fundamental.



## Velocidades nas camadas

- No caso barotrópico, a.k.a. modo 0 ou ainda modo externo,

$$u_{bt} = \frac{H_1 u_1 + H_2 u_2}{H_1 + H_2}, \quad p = \rho g \eta, \quad H = H_1 + H_2 \quad \text{e} \quad c^2 = gH.$$

- No caso baroclínico, a.k.a. modo 1 ou ainda modo interno,

$$u_{bc} = u_1 - u_2, \quad p = \rho g' h, \quad H = \frac{H_1 H_2}{H_1 + H_2} \quad \text{e} \quad c^2 = g'H.$$

- $h$  é a elevação da interface entre as 2 camadas.

- $g' = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} g$  é a **gravidade reduzida**.

- Aqui a onda de gravidade mede a velocidade máxima da informação.



## Na prática

- Crie três alturas  $H_1 = [150, 450, 600]$  m e  $H_2$  de modo que  $H = 6000$  m.
- Crie três densidades  $\rho_1$  e  $\rho_2$  de modo que  $\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1 = [1, 5, 10]$  kg/m<sup>3</sup> e  $\bar{\rho} = 1027$  kg/m<sup>3</sup>. Calcule  $c$  nos 9 casos.
- Perceba como essas combinações modificam a velocidade de fase.
- Perceba como uma mesma  $p$  afeta  $\eta$  e  $h$  de forma diferenciada.

Essas percepções criam **intuição** em relação ao papel do empuxo, ou seja, de como a diferença de densidades modula o deslocamento das superfícies.

## Vorticidade

- Argumento de escala elimina os movimentos com tempo característico  $\leq 1/f$ .
- Assumindo que a banda de latitudes é bem menor que um hemisfério  $\rightsquigarrow$  aproximação de plano- $\beta$  para chegar em:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \nabla^2 p - \frac{f^2}{c^2} p \right) + \beta \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{f}{H} \nabla_h \vec{r} \times \vec{\tau}$$

- Isso é conservação de vorticidade potencial (não exatamente QG).
- Se quiser uma forma mais familiar, substitua  $\psi = \frac{p}{\rho f}$ .

## Velocidade e energia

- A pressão é calculada em coordenadas cartesianas, plano- $\beta$ .
- A velocidade é predominantemente geostrófica:

$$\begin{aligned}\rho f u &= -\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\beta}{f} p - \frac{1}{f} \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} + \frac{\tau_y}{H}, \\ \rho f v &= \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{f} \frac{\partial^2 p}{\partial y \partial t} - \frac{\tau_x}{H}.\end{aligned}\tag{4}$$

- A conservação da energia se reduz a:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} + c^2 (\nabla_h \cdot \vec{v}) = 0$$

## Pontos a ponderar

- Os termos maiores são o balanço **geostrófico**.
- O efeito beta contribui.
- A dependência temporal está nos termos de 2<sup>a</sup> ordem.
- A dinâmica de Ekman está presente como forçante.
- Este modelo admite **ondas de Rossby**<sup>1</sup>.
- Elas aparecem na solução numérica e na analítica.

---

<sup>1</sup>Provar isso está fora do escopo deste curso

# Roteiro

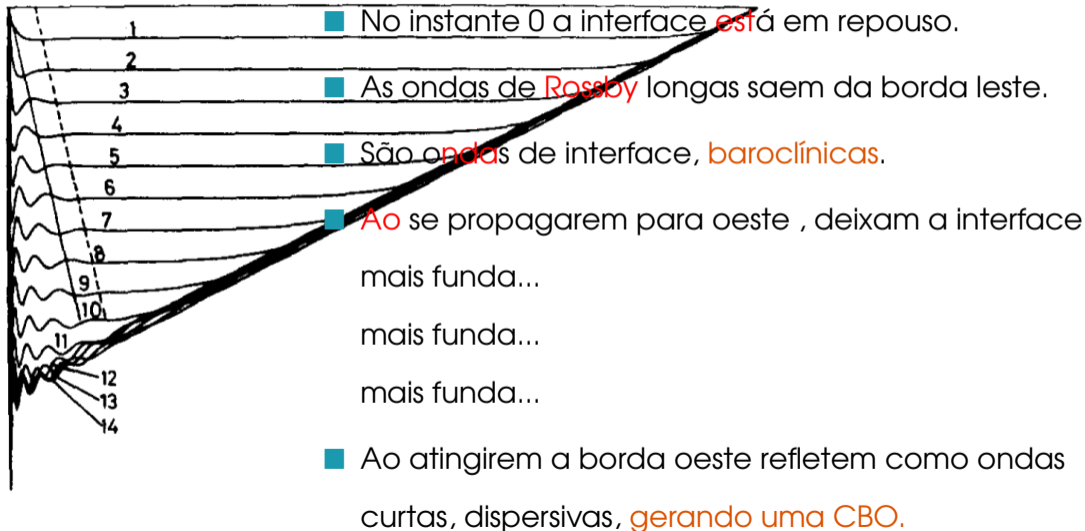
## 10 Observações Sobre Ondas de Rossby

- Para começo de conversa...
- Anderson e Gill, 1975: Variação no Tempo
- Evolução Temporal da Solução
- Aspectos Observacionais

## A solução

- Como nos modelos anteriores, a solução é não-dimensionalizada.
- Diferente dos modelos anteriores, ela depende do tempo.
- A solução analítica é aproximada, usa funções de Bessel e não cabe aqui entrar em detalhes.
- A solução numérica é exata.
- O problema é resolvido em dois passos:
  - 1 Uma onda de Rossby baroclínica parte para oeste.
  - 2 A perturbação introduzida pela onda progressivamente assume a forma da solução de Sverdrup.

## $u(x)$ para vários passos de tempo



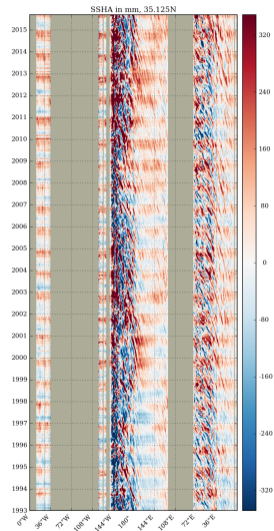
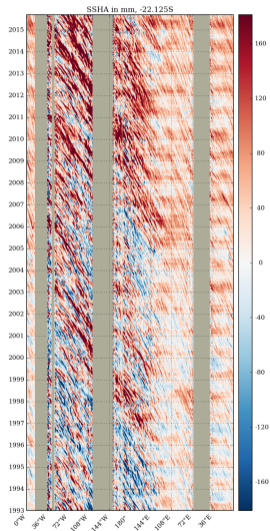
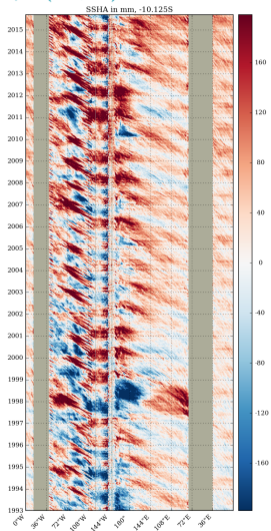
# Roteiro

## 10 Observações Sobre Ondas de Rossby

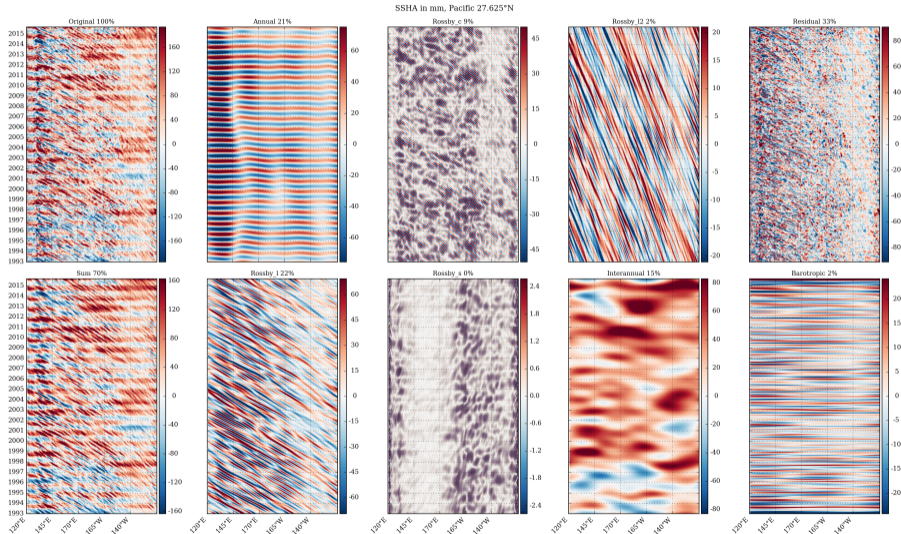
- Para começo de conversa...
- Anderson e Gill, 1975: Variação no Tempo
- Evolução Temporal da Solução
- Aspectos Observacionais



# $\eta_o(x, t)$ em 10°S, 22°S e 35°N - zoom in!



# Dados filtrados no Pacífico, 27°N - zoom in!



## Pausa para ver as animações

- 1 Sinal total medido pelo altímetro.
- 2 Sinal sazonal.
- 3 Sinal não-propagante de larga escala, El Niño etc.
- 4 Ondas de Rossby longas:  $c_p = c_g < 0$ , para oeste.
- 5 Ondas de Rossby críticas:  $c_g \simeq 0$ .
- 6 Ondas de Rossby curtas:  $c_g > 0$ , atente para as bordas.
- 7 Resíduo.

## Pontos mais importantes

- Incluir a variação temporal permite ondas de Rossby.
- Incluir duas camadas permite 2 modos: barotrópico e baroclínico.
- Cada modo tem sua onda.
- Dinâmica de Ekman gera as ondas de Rossby na borda leste.
- Na borda oeste as ondas longas refletem como curtas e dispersam.
- Elas descarregam a energia e isso intensifica as correntes na borda oeste.
- O tempo estabiliza o sistema e estabelece a circulação de Sverdrup.