



# Previsão de séries temporais

**Adaptação dos slides do livro:**

**M.L. Berenson, D.M. Levine, D.F. Stephan, T.C. Krehbiel, Statistics for Managers Using  
Microsoft Excel, 6ª Edição, Capítulo 16**

**Copyright ©2011 Pearson Education, Inc. publishing as Prentice Hall**

**Prof. Dr. Evandro Marcos Saidel Ribeiro  
FEA-RP  
Universidade de São Paulo**

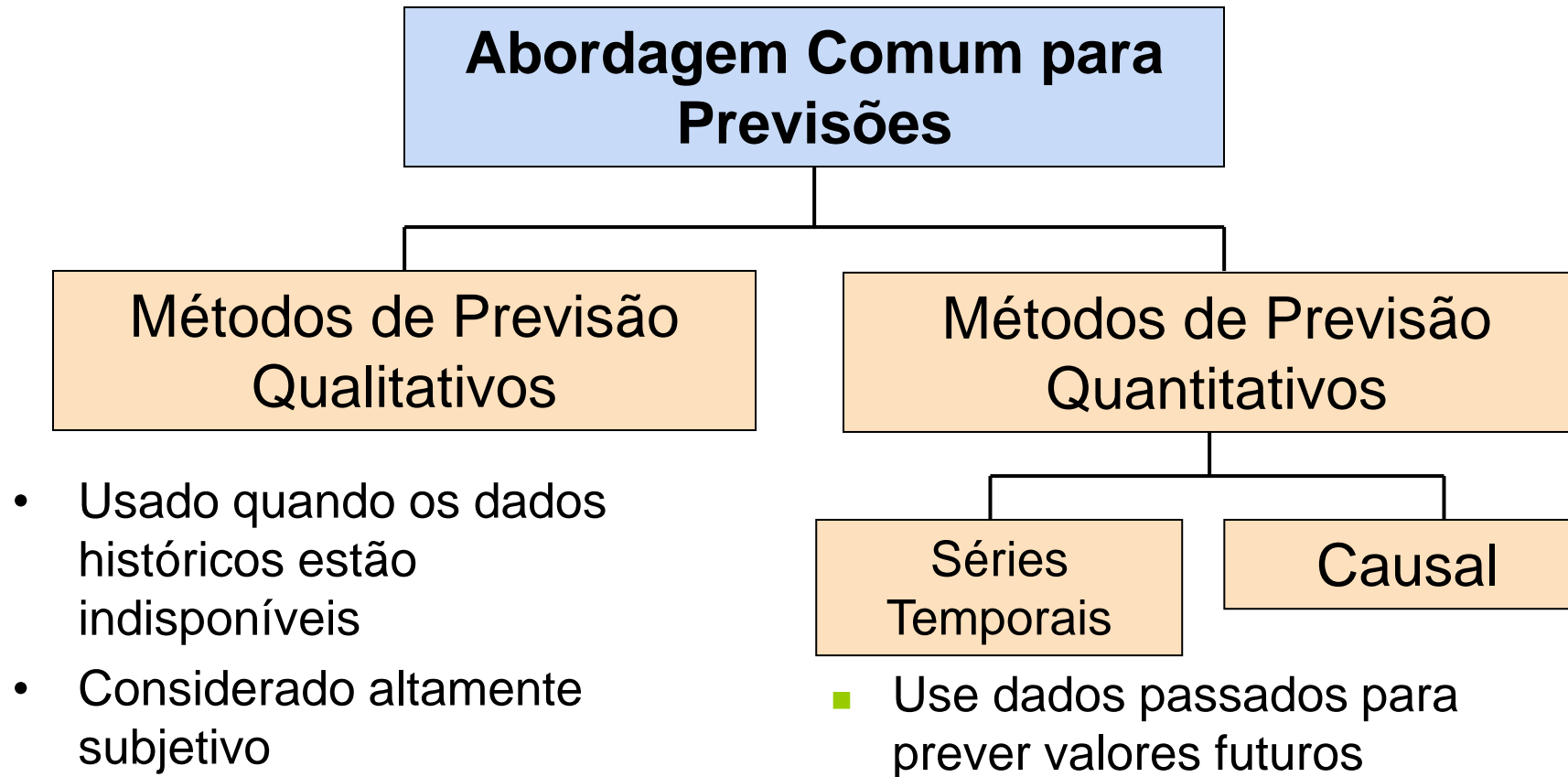


## Neste capítulo:

- Sobre os diferentes modelos de séries temporais de previsão:
  - médias móveis,
  - suavização exponencial,
  - tendência linear,
  - tendência quadrática,
  - tendência exponencial,
  - modelos auto-regressivos e
  - modelos de mínimos quadrados para os dados sazonais
- Escolher o modelo de previsão de séries temporais mais adequado



- Previsões governamentais sobre taxas de desemprego, taxas de juros e receitas esperadas dos impostos de renda para fins de política
- Previsões de executivos de marketing sobre demanda, vendas e preferências dos consumidores para o planejamento estratégico
- Para administradores de faculdade na previsão matrículas para planejar instalações e para o recrutamento de professores
- Previsão de lojas de varejo para controlar os níveis de estoque, contratar funcionários e fornecer treinamento



- Dados numéricos obtidos em intervalos de tempo regulares
- Os intervalos de tempo pode ser, anualmente, trimestral, mensal, semanal, diária, por hora, etc.
- Exemplo:

Ano:

2005	2006	2007	2008	2009
------	------	------	------	------

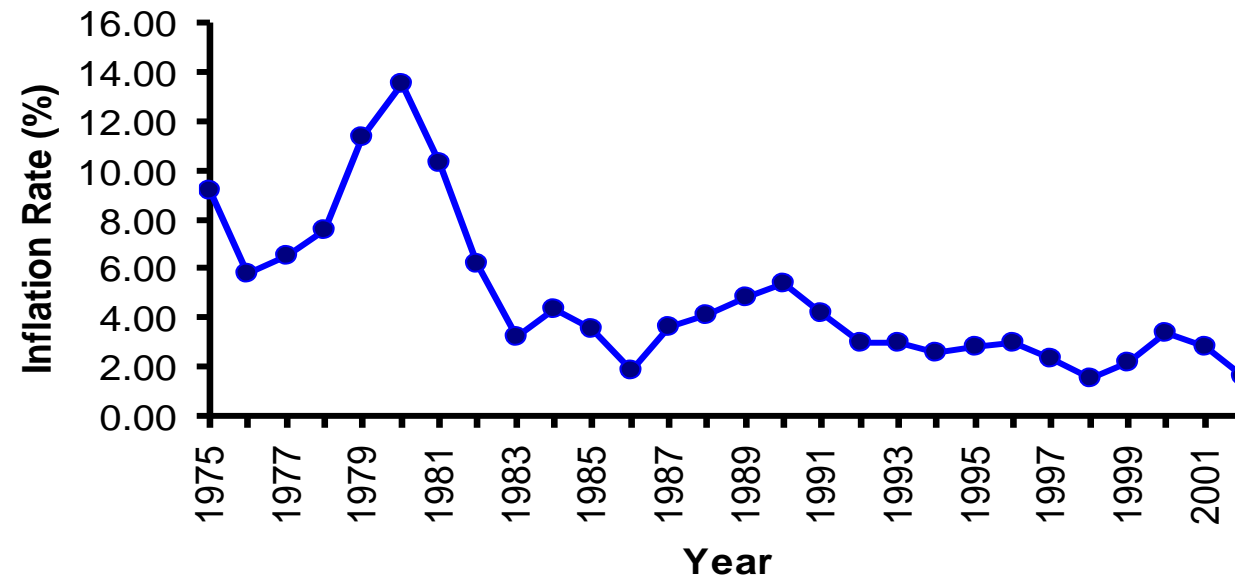
Vendas:

75,3	74,2	78,5	79,7	80,2
------	------	------	------	------

## Gráfico de Séries Temporais

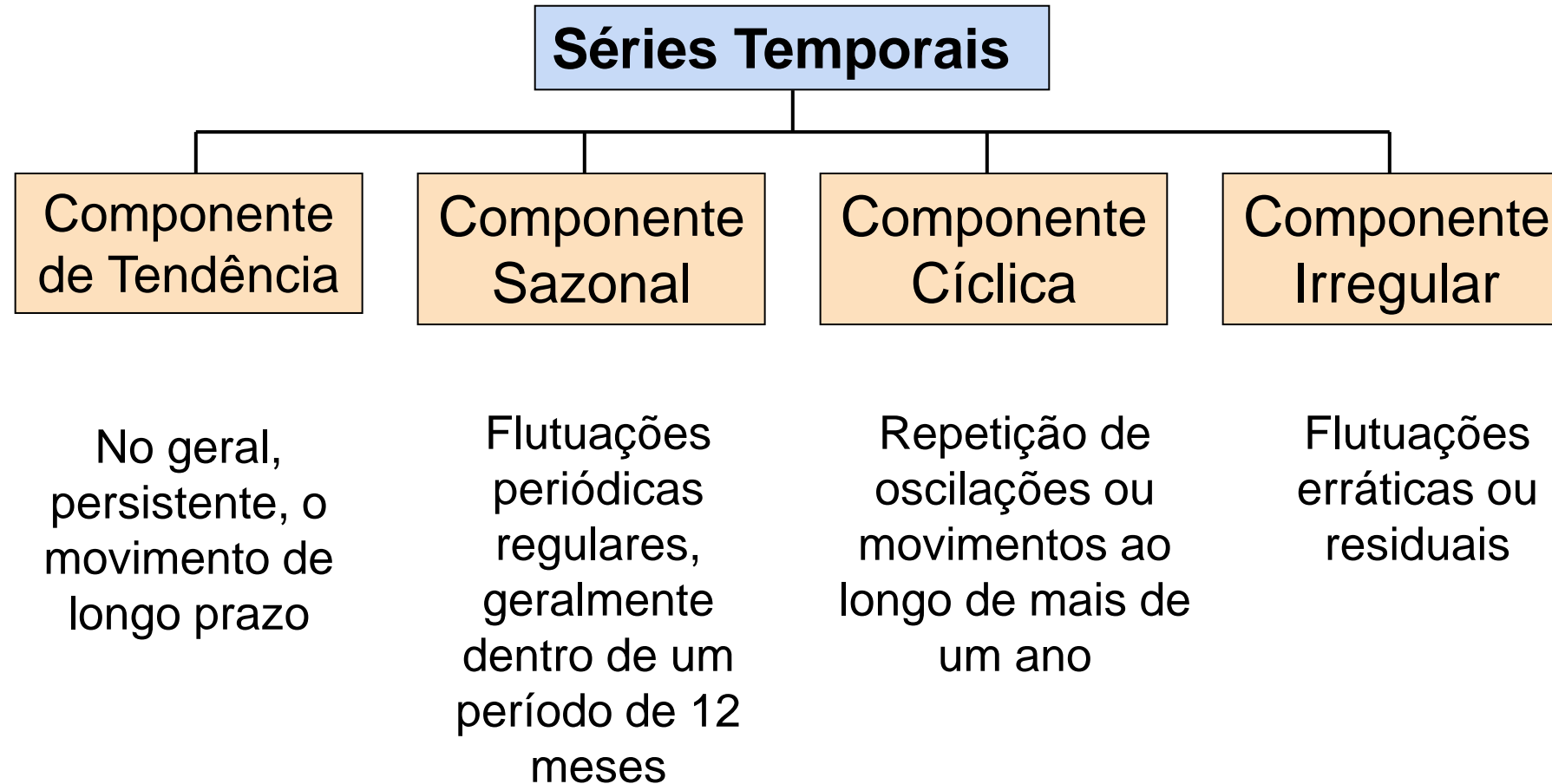
Um gráfico de série temporal é um gráfico bidimensional de dados em períodos

### U.S. Inflation Rate

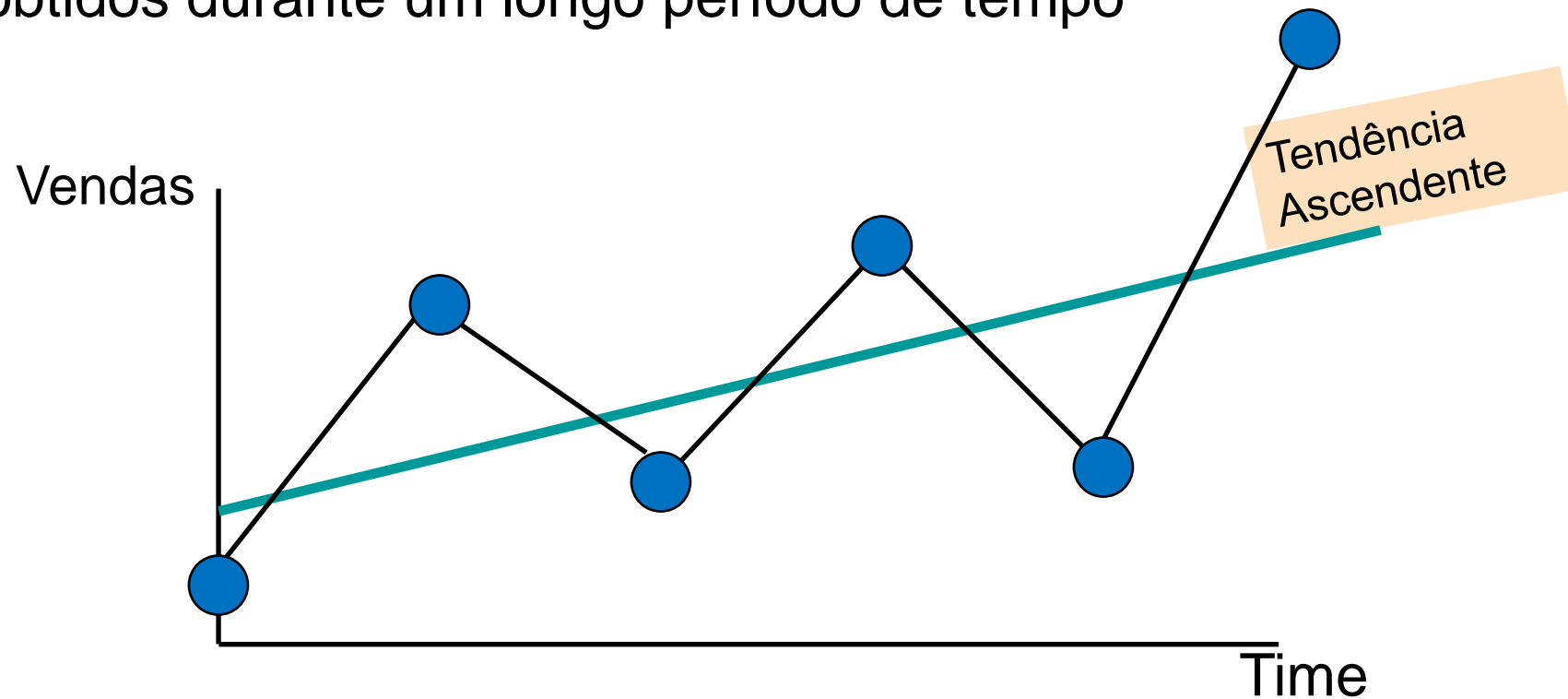


- o eixo vertical mede a variável de interesse

- o eixo horizontal corresponde aos períodos

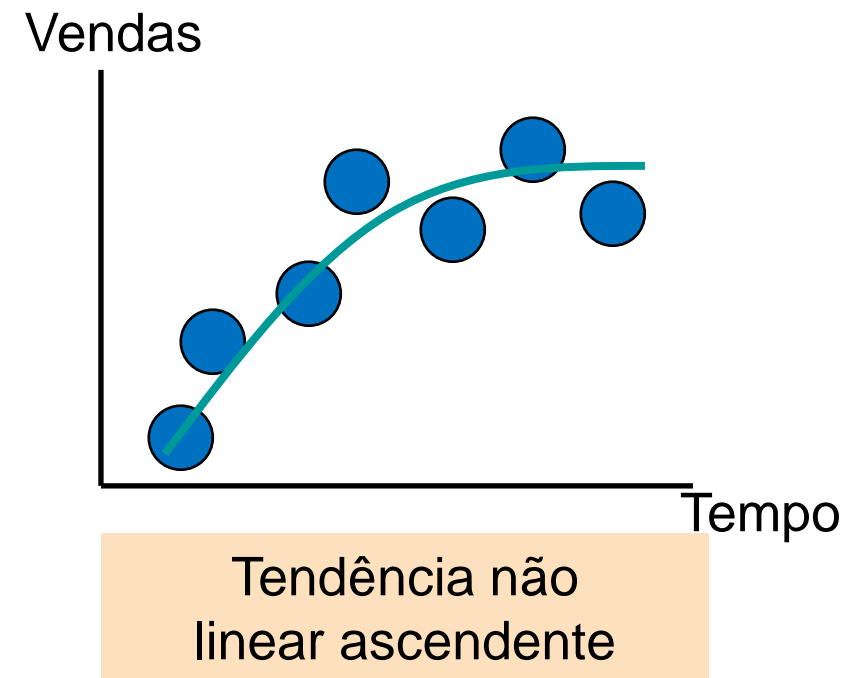
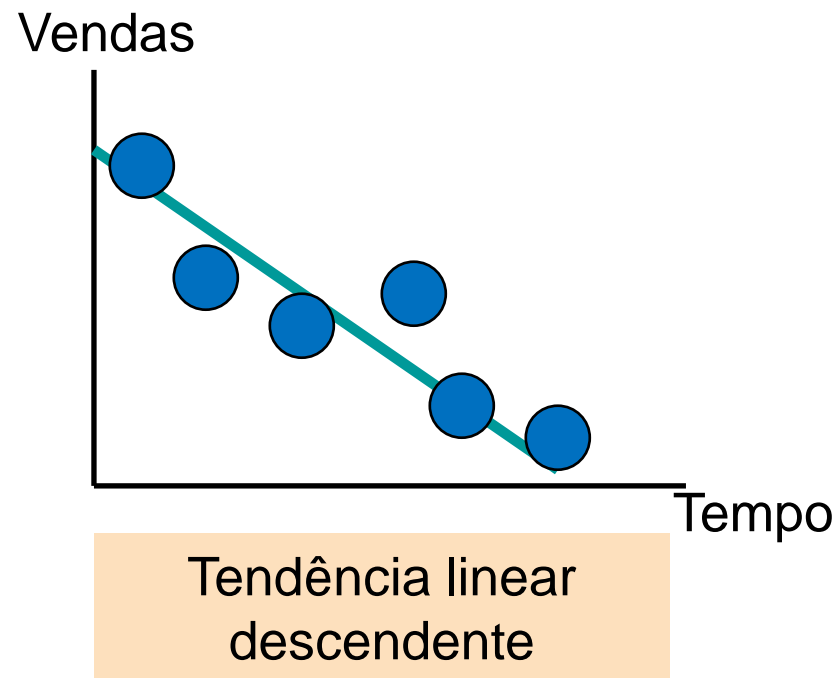


- Aumento ou diminuição ao longo prazo (em geral movimento ascendente ou descendente)
- Dados obtidos durante um longo período de tempo

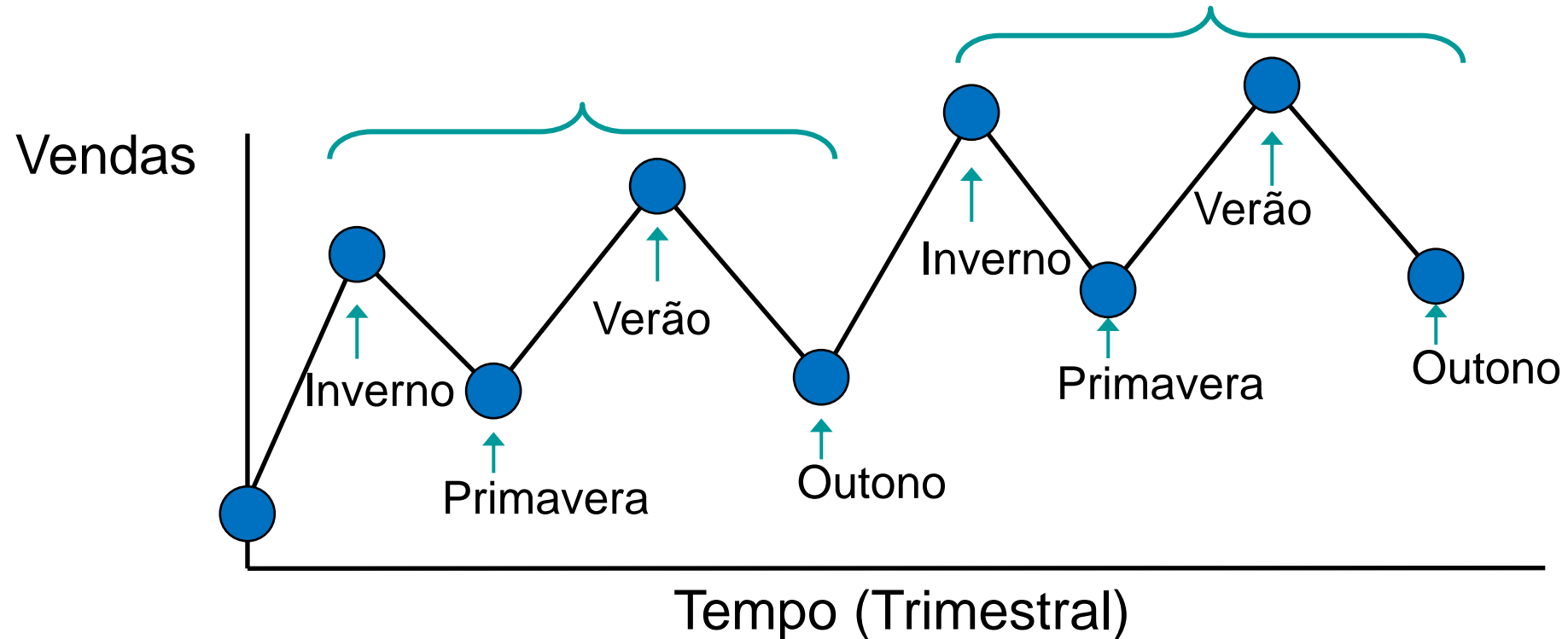




- Tendência pode ser ascendente ou descendente
- Tendência pode ser linear ou não-linear

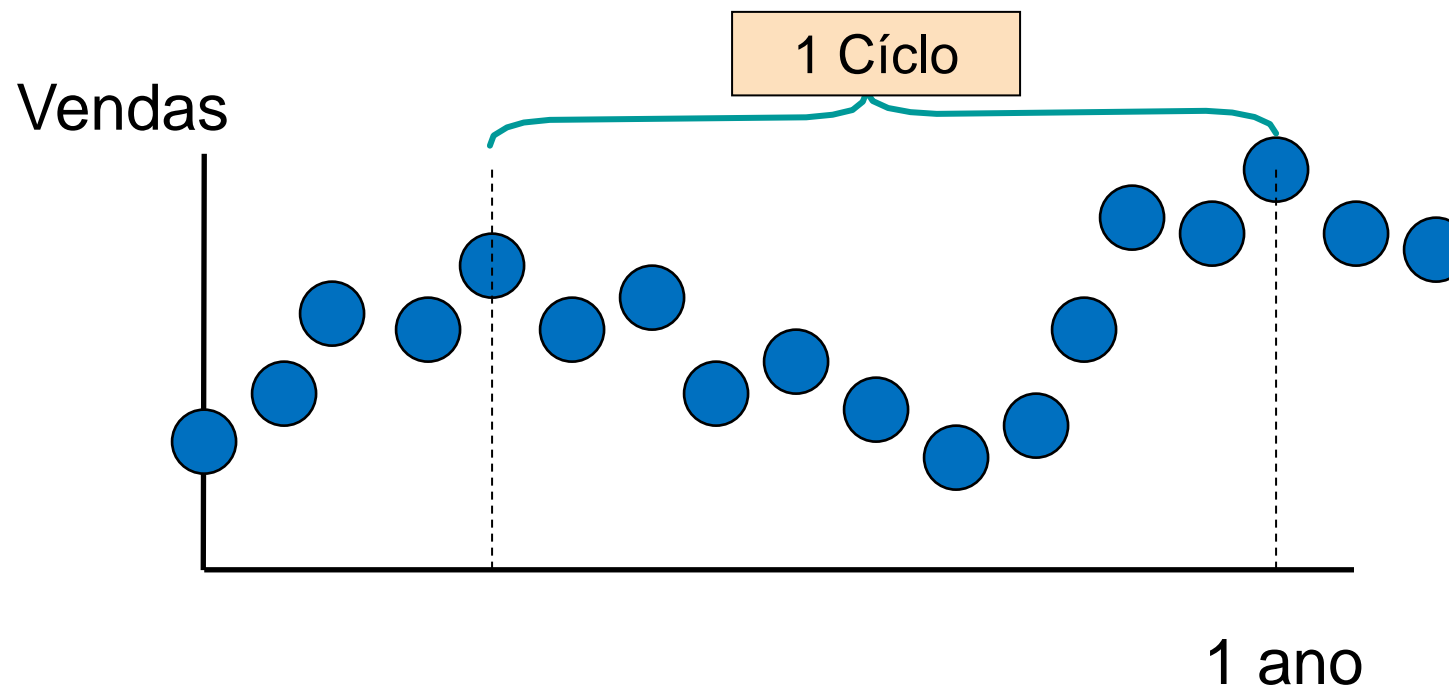


- Padrão oscilatório em períodos pequenos
- Observado dentro de 1 ano
- Muitas vezes, mensal ou trimestral



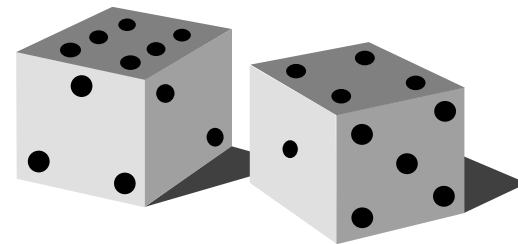
## Componente Cíclica

- Padrões de oscilação de **longo prazo**
- Regularmente ocorrer, mas podem variar em comprimento
- Muitas vezes medida de pico a pico ou através de calha



## Componente Irregular

- Imprevisíveis, aleatório, flutuações "residuais"
- Devido à variação aleatória:
  - Natureza
  - Acidentes ou eventos incomuns
- “Ruído” da série histórica





- Um gráfico de séries temporais deve ajudá-lo a responder à esta pergunta.
- Muitas vezes fazer a suavização dos dados da série temporal ajuda a responder a pergunta.
- Dois métodos de suavização populares são: médias móveis e suavização exponencial.



- **Médias Móveis – MM(L)**
  - Calcular médias móveis para obter uma impressão geral do padrão de movimento ao longo do tempo
  - Médias de valores de séries temporais consecutivas para um período escolhido de comprimento L
  
- **Suavização exponencial – SE**
  - A média móvel ponderada

## Médias Móveis – MM(L)

- Usado para suavizar
- Uma série de médias aritméticas ao longo do tempo
- O resultado depende da escolha de L (duração do período de meios de computação)
- Última média móvel de comprimento L podem ser extrapolados em um período futuro para uma previsão de curto prazo
- Exemplos:
  - Para uma média móvel de 5 anos,  $L = 5$
  - Para uma média móvel de sete anos,  $L = 7$
  - etc.

- **Exemplo:** Média móvel de cinco anos

- Primeira Média:

$$MM(5)_1 = \frac{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5}{5}$$

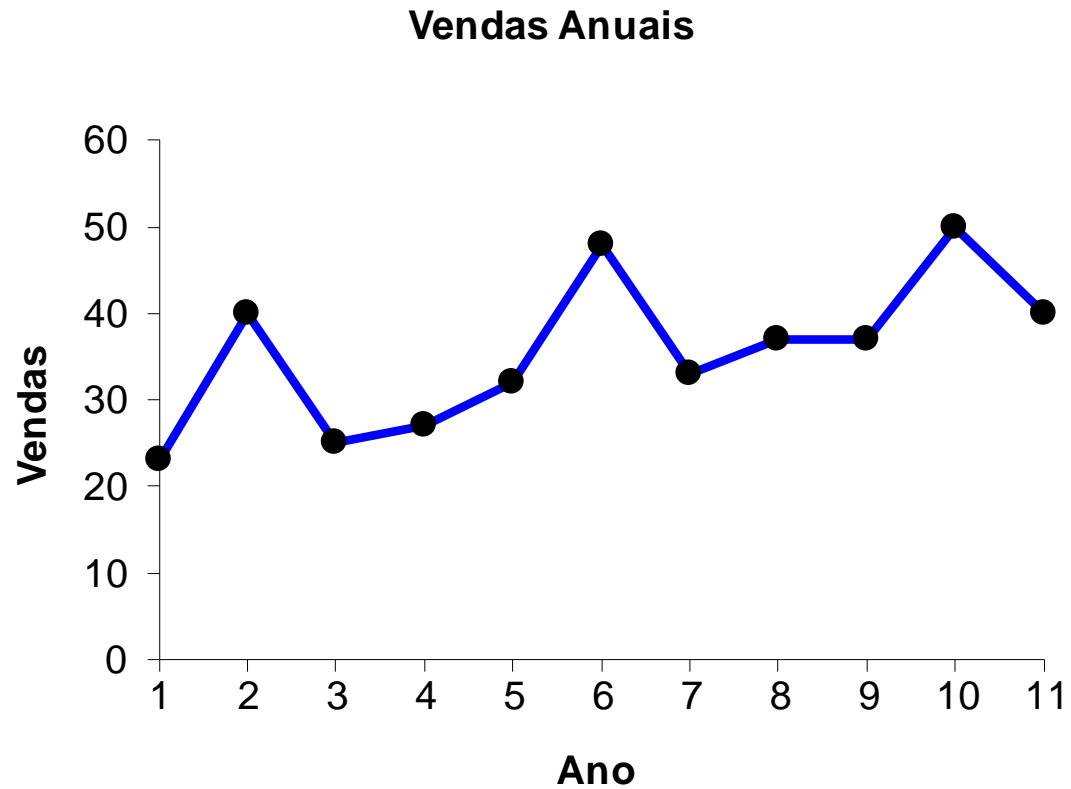
- Segunda Média:

$$MM(5)_2 = \frac{Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5 + Y_6}{5}$$

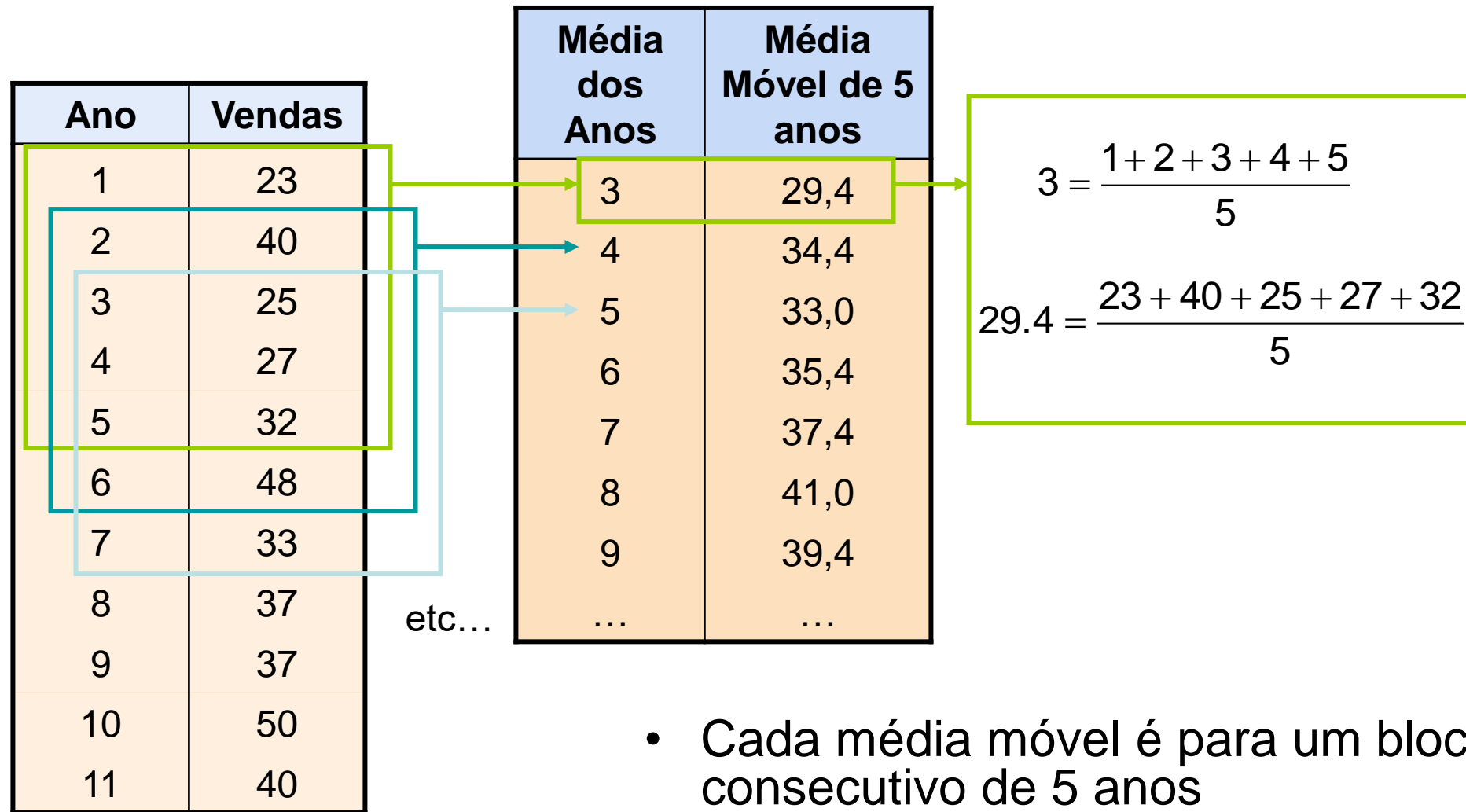
- etc.



Ano	Vendas
1	23
2	40
3	25
4	27
5	32
6	48
7	33
8	37
9	37
10	50
11	40
etc...	etc...



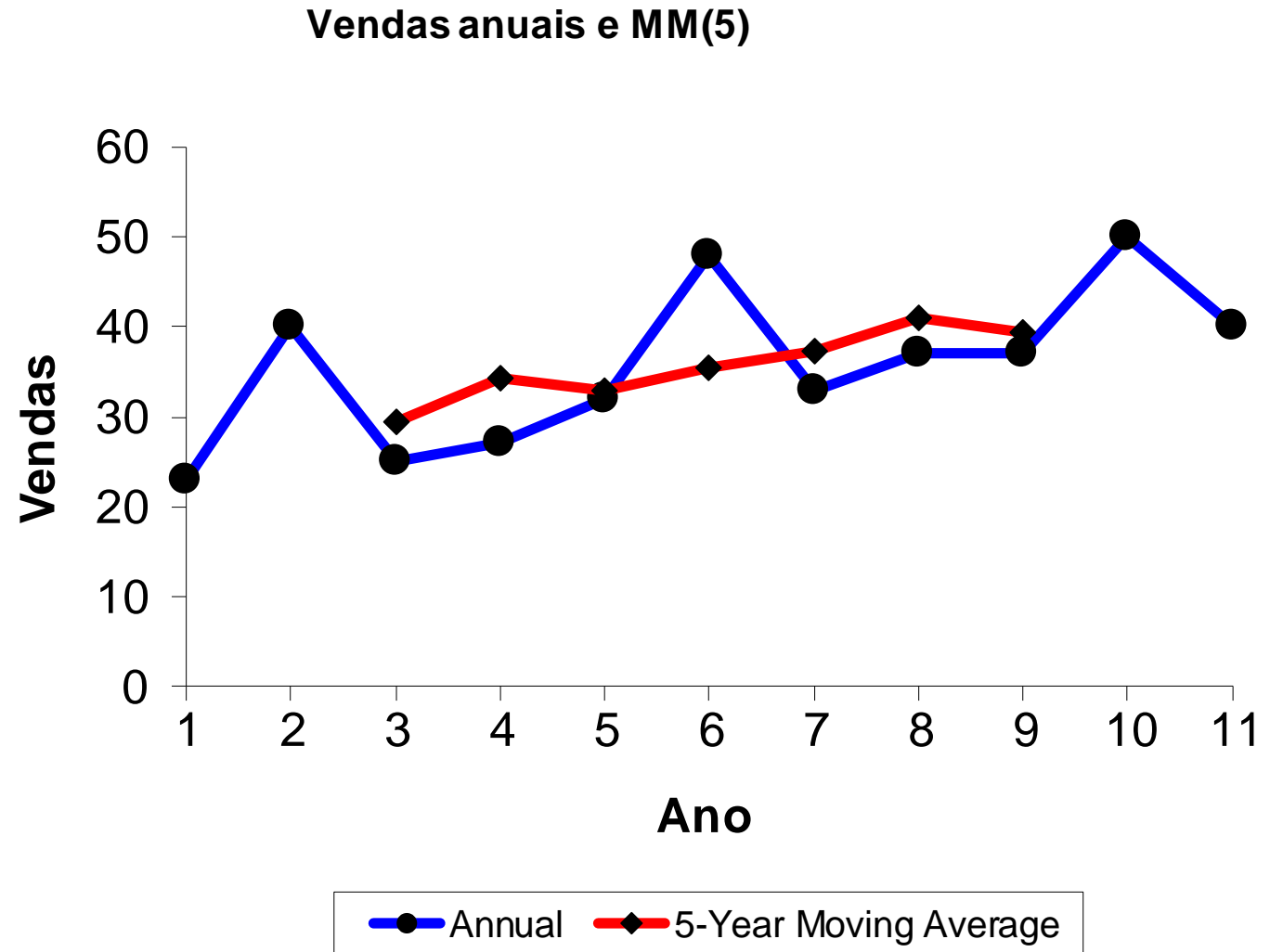
## Calcular médias móveis



- Cada média móvel é para um bloco consecutivo de 5 anos

## Anual vs. Média Móvel

A média móvel de 5 anos “suaviza” os dados e torna mais fácil para ver a tendência subjacente



- Previsão de tendência linear
- Previsão de tendência não-linear
- Previsão tendência exponencial

Estimar uma linha de tendência usando análise de regressão

- Use **tempo (X)** como uma variável independente:

$$\hat{Y} = b_0 + b_1X$$

No quadrado linear, não linear, e modelagem exponencial, os períodos de tempo são numeradas começando com 0 e aumentando de 1 para cada período de tempo.

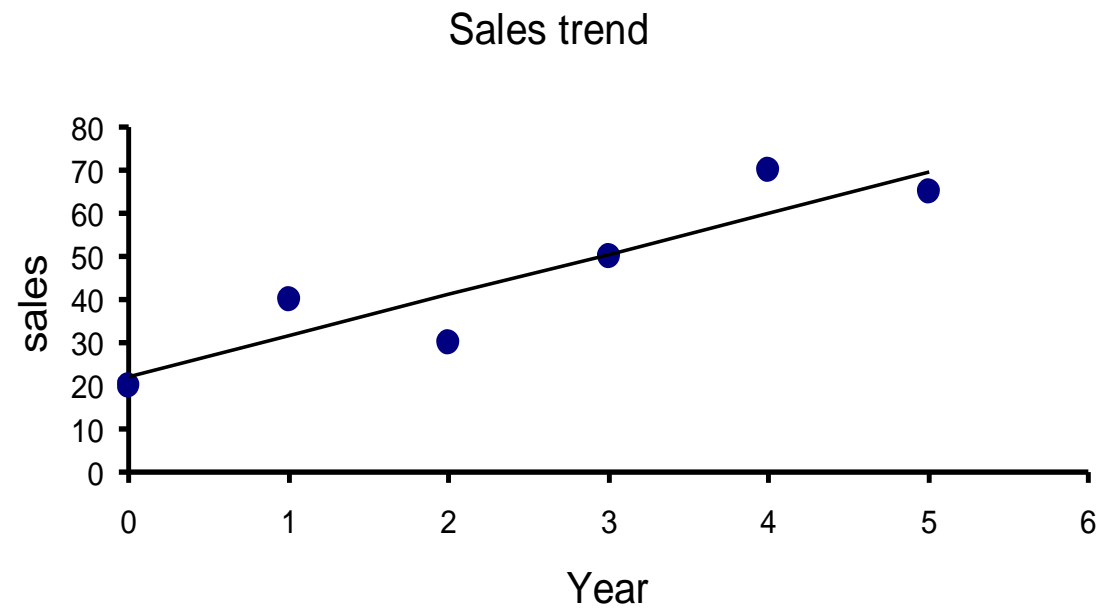
Ano	Período (X)	Vendas (Y)
2004	0	20
2005	1	40
2006	2	30
2007	3	50
2008	4	70
2009	5	65

(continuação)

A equação de previsão de tendência linear é :

$$\hat{Y}_i = 21.905 + 9.5714 X_i$$

Ano	Período (X)	Vendas (Y)
2004	0	20
2005	1	40
2006	2	30
2007	3	50
2008	4	70
2009	5	65



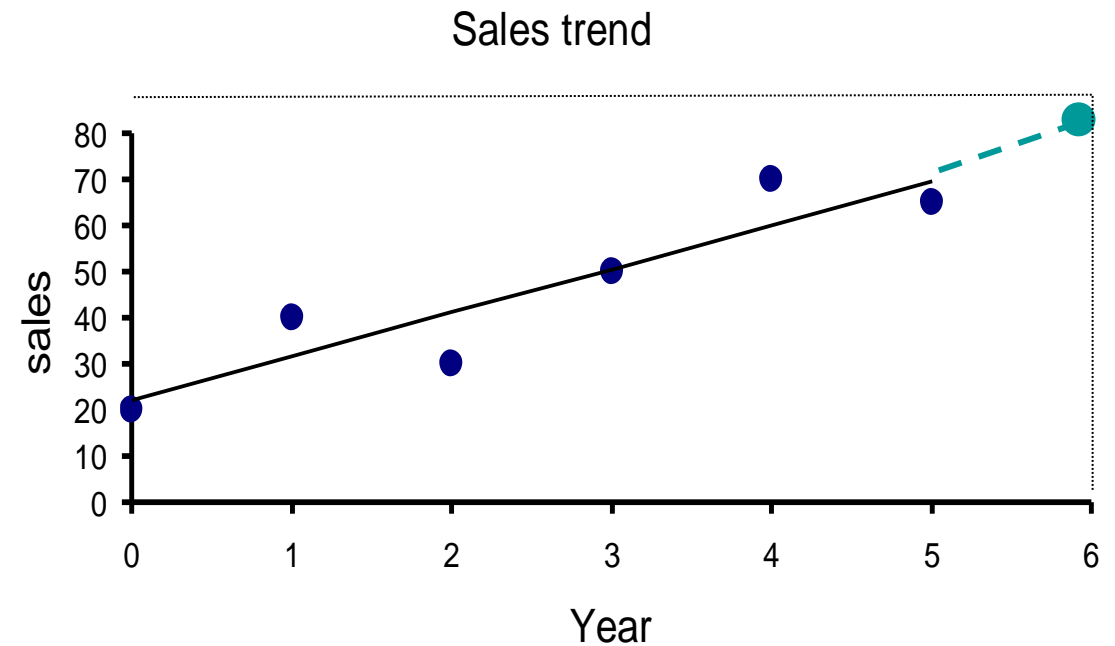
(continuação)

- Previsão para o período de tempo 6 (2010):

$$\hat{Y} = 21.905 + 9.5714(6)$$

$$= 79.33$$

Ano	Período (X)	Vendas (Y)
2004	0	20
2005	1	40
2006	2	30
2007	3	50
2008	4	70
2009	5	65





- Um modelo de regressão não-linear pode ser usado quando a série temporal apresenta uma tendência não linear
- **Fórmula Quadrática** é um tipo de um modelo não-linear:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + \varepsilon_i$$

- Compare o ajuste  $R^2$  e o erro padrão ao do modelo linear para ver se esta é uma melhoria
- Pode tentar outras formas funcionais para obter melhor ajuste





- Outro modelo de tendência não linear:

$$Y_i = \beta_0 \beta_1^{X_i} \varepsilon_i$$

- Transformar a forma linear:

$$\log(Y_i) = \log(\beta_0) + X_i \log(\beta_1) + \log(\varepsilon_i)$$

(continuação)

- Equação do Modelo do Tendência Exponencial:

$$\log(\hat{Y}_i) = b_0 + b_1 X_i$$

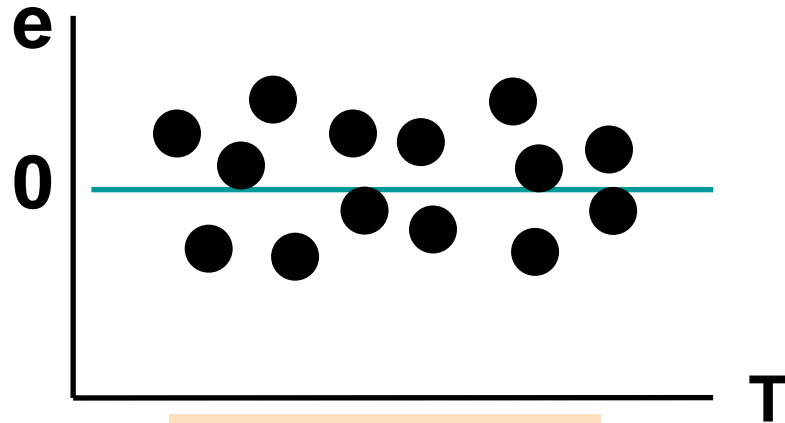
Onde:  $b_0$  = estimativa do  $\log(\beta_0)$   
 $b_1$  = estimativa do  $\log(\beta_1)$

**Interpretação:**

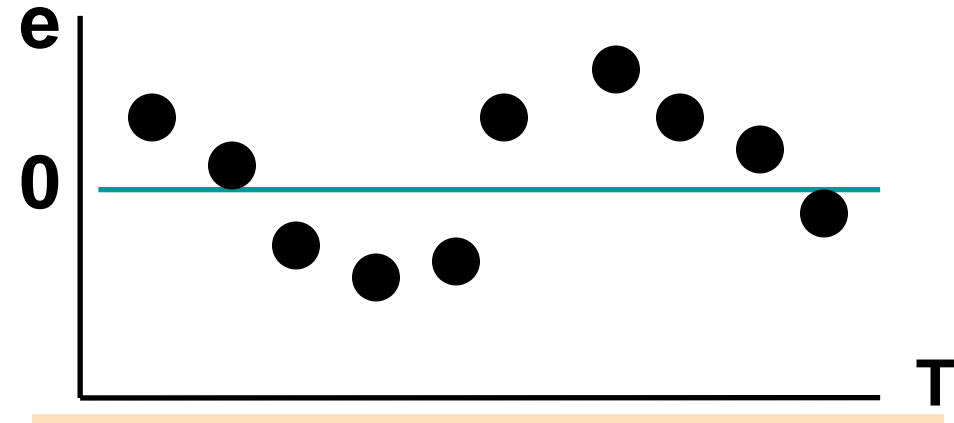
$(b_1 - 1) \times 100\%$  é a taxa composta de crescimento no período (em %)



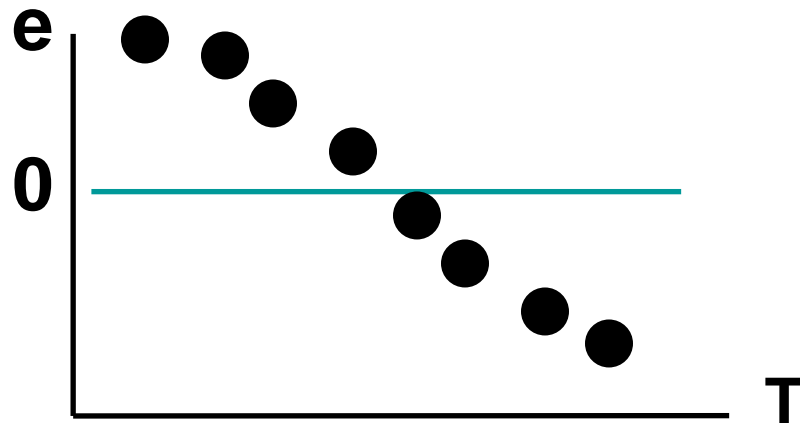
- Realize uma análise de resíduos
  - Elimine um modelo que mostra um padrão ou tendência
- Verifique a magnitude do erro residual usando diferenças ao quadrado e selecione o modelo com o menor valor
- Verifique a magnitude do erro residual usando diferenças absolutas e selecione o modelo com o menor valor
- Use o modelo mais simples
  - Princípio da parcimônia



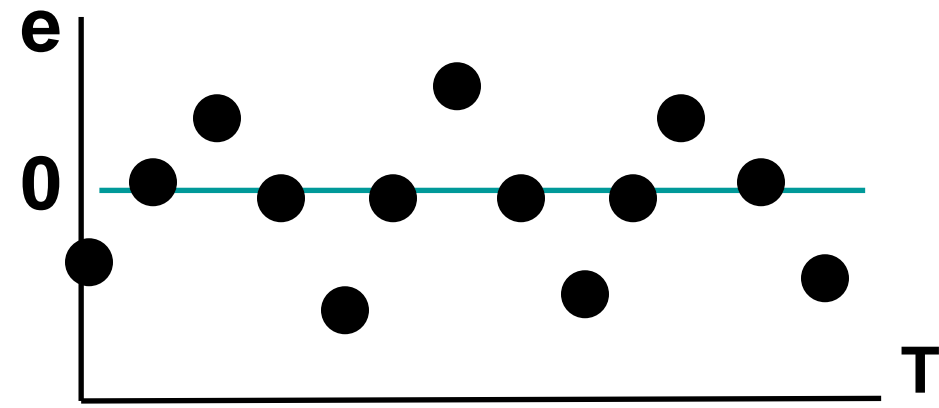
Erros aleatórios



Efeitos cíclicos não representados



Tendência não representada



Efeitos sazonais não representados

- Escolha o modelo que dá os erros de medição menores

- Soma Quadrática dos Erros

$$SQE = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

- Sensíveis a discrepâncias

- Desvio Médio Absoluto

$$DMA = \frac{\sum_{i=1}^n |Y_i - \hat{Y}_i|}{n}$$

- Menos sensível às observações extremas



- Suponha que dois ou mais modelos fornecem um bom ajuste para os dados
- Escolha o modelo mais simples
  - Modelos do tipo mais simples:
    - Mínimos quadrados linear
    - Mínimos quadrados quadrática
    - 1º ordem autoregressiva
  - Tipos mais complexos:
    - 2ª e 3ª ordem autoregressiva
    - Mínimos quadrados exponencial



- Séries temporais são frequentemente coletadas mensalmente ou trimestralmente
- Estas séries de tempo, muitas vezes contêm uma componente de tendência, uma componente sazonal, e uma componente irregular
- Suponha que a sazonalidade é trimestral
  - Definir “três novas variáveis” dummy para trimestres:
    - $T_1 = 1$  se primeiro trimestre, 0 caso contrário
    - $T_2 = 1$  se segundo trimestre, 0 caso contrário
    - $T_3 = 1$  se terceiro trimestre, 0 caso contrário
  - Trimestre 4 é o padrão se  $T_1 = T_2 = T_3 = 0$ )

- Forma Exponencial

$$Y_i = \beta_0 \beta_1^{X_i} \beta_2^{T_1} \beta_3^{T_2} \beta_4^{T_3} \varepsilon_i$$

$(\beta_1 - 1) \times 100\%$  é a taxa composta de crescimento trimestral

$\beta_i$  fornece o multiplicador para o trimestre  $i-1$  em relação ao 4º trimestre ( $i = 2, 3, 4$ )

- Transformar em forma linear :

$$\log(Y_i) = \log(\beta_0) + X_i \log(\beta_1) + T_1 \log(\beta_2) + T_2 \log(\beta_3) + T_3 \log(\beta_4) + \log(\varepsilon_i)$$



- Equação de previsão exponencial com sazonalidade trimestral:

$$\log(\hat{Y}_i) = b_0 + b_1 X_i + b_2 T_1 + b_3 T_2 + b_4 T_3$$

Onde:  $b_0 =$  estimativa do  $\log(\beta_0)$ , então:  $10^{b_0} = \hat{\beta}_0$   
 $b_1 =$  estimativa do  $\log(\beta_1)$ , então:  $10^{b_1} = \hat{\beta}_1$   
etc...

### Interpretação:

$(\hat{\beta}_1 - 1) \times 100\%$  = taxa de crescimento estimada composto trimestral (em%)

$\hat{\beta}_2$  = Multiplicador estimado para o primeiro trimestre em relação ao quarto trimestre

$\hat{\beta}_3$  = Multiplicador estimado para o segundo trimestre em relação ao quarto trimestre

$\hat{\beta}_4$  = Multiplicador estimado para o terceiro trimestre em relação ao quarto trimestre

- Suponha que a equação de previsão é :

$$\log(\hat{Y}_i) = 3,43 + 0,017X_i - 0,082T_1 - 0,073T_2 + 0,022T_3$$

$$b_0 = 3,43, \text{ assim} \quad 10^{b_0} = \hat{\beta}_0 = 2691.53$$

$$b_1 = 0,017, \text{ assim} \quad 10^{b_1} = \hat{\beta}_1 = 1.040$$

$$b_2 = -0,082, \text{ assim} \quad 10^{b_2} = \hat{\beta}_2 = 0.827$$

$$b_3 = -0,073, \text{ assim} \quad 10^{b_3} = \hat{\beta}_3 = 0.845$$

$$b_4 = 0,022, \text{ assim} \quad 10^{b_4} = \hat{\beta}_4 = 1.052$$

**Valor:**

**Interpretação:**

$\hat{\beta}_0 = 2691.53$	valor de tendência não ajustado para o primeiro trimestre de primeiro ano
$\hat{\beta}_1 = 1.040$	Beta <sub>1</sub> -1 = 0,04: taxa composta de crescimento trimestral de 4,0%
$\hat{\beta}_2 = 0.827$	média de vendas em T1 são 82,7% das vendas médias do 4º trimestre, após o ajuste para a taxa de crescimento trimestral de 4%
$\hat{\beta}_3 = 0.845$	média de vendas em T2 são 84,5% das vendas médias do 4º trimestre, após o ajuste para a taxa de crescimento trimestral de 4%
$\hat{\beta}_4 = 1.052$	média de vendas em T3 são 105,2% das vendas médias do 4º trimestre, após o ajuste para a taxa de crescimento trimestral de 4%



- **Assumir** que o mecanismo que governa o comportamento de séries temporais no passado ainda irá governar no futuro.
- Usar **extrapolação automática** da tendência para prever o futuro sem considerar julgamentos pessoais, experiências de negócios, mudanças tecnológicas e hábitos, etc.



- Discussão da importância da previsão
- Abordagem dos fatores componentes do modelo de séries temporais
- Realização de suavização de séries de dados
  - Médias móveis
  - Suavização exponencial
- Descrição dos mínimos quadrados e suas tendências de montagem e previsão
  - Linear, quadrática e modelos exponenciais
- Abordagem de modelos autorregressivos
- Descrição de procedimentos para escolha de modelos adequados
- Abordagem previsão de séries temporais de dados mensais ou trimestrais (uso de variáveis dummy)
- Discussão de armadilhas em matéria de análise de séries temporais

## Bibliografia

**BERENSON, M.L.; LEVINE, D.M.; STEPHAN, D.F.; KREHBIEL, T.C.;** *Statistics for Managers Using Microsoft Excel*, 6ª ed. Pearson Education: Prentice Hall, 2011,

**LEVINE, David M.; STEPHAN, David F.; KREHBIEL, Timothy C.; BERENSON, Mark L.** *Estatística: Teoria e aplicações usando Microsoft® Excel em português*, 6ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

