ESCOLA DE ENGENHARIA DE LORENA
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS BÁSICAS E AMBIENTAIS

Lista de Exercícios 1: Ótica geométrica e ondas eletromagnéticas

1. O ângulo de incidência θ_1 para o qual o raio refletido é perpendicular ao raio refratado chama-se ângulo de Brewster. Obtenha o ângulo de Brewster θ_{1B} em função do índice de refração relativo n_{12} do meio 2 em relação ao meio 1.

2. Uma lâmina de vidro de faces planas paralelas tem um índice de refração n e espessura h. Um raio de luz incide sobre ela com ângulo de incidência θ_1. Mostre que o raio transmitido através da lâmina é paralelo ao raio incidente. A distância perpendicular d entre o raio incidente e o prolongamento do raio transmitido (veja a Fig.1) chama-se desvio lateral. Calcule d em função de n, h e θ_1.

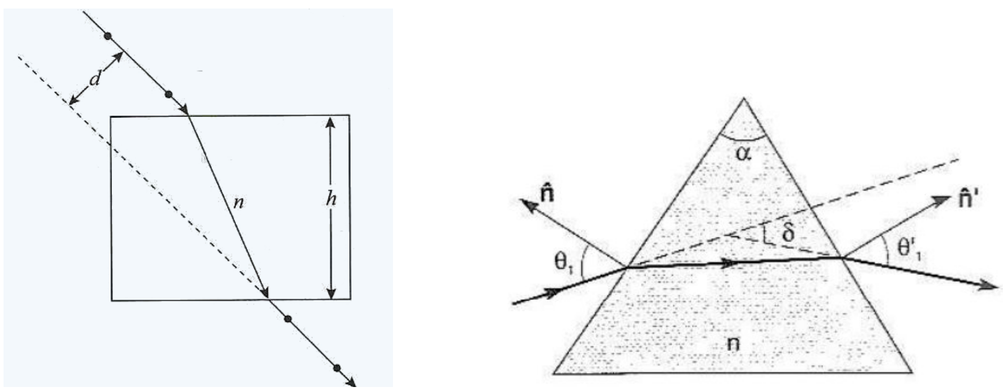


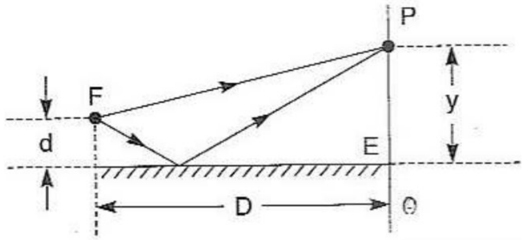
Figura 1: Exercícios 2 e 3

3. Considere um prisma de ângulo de abertura α e um raio incidente sobre uma face com ângulo de incidência θ_1, seja n o índice de refração do prisma. Chama-se desvio δ o ângulo entre as direções do raio emergente e do raio incidente (veja a Fig.1). Mostre que, para pequenos ângulos de abertura ($\alpha \ll 1$) e pequenos ângulos de incidência ($\theta_1 \ll 1$), o desvio é independente de θ_1 e é dado por $\delta = (n-1)\alpha$.

4. Repita a dedução vista em sala de aula para um espelho esférico, desta vez para o caso convexo, mostrando que a relação distância objeto, imagem e raio do espelho, permanece a mesma, mas com $R < 0$. Mostre também que a mesma expressão para o aumento lateral permanece válida nesse caso.

5. Repita a dedução vista em sala de aula para uma superfície refratora esférica, desta vez para o caso côncavo, mostrando que a relação distância objeto, imagem e raio, assim como o aumento lateral e a fórmula de Newton, permanecem as mesmas, mas com $R < 0$.

6. No experimento do *espelho de Lloyd*, observa-se num anteparo $\mathcal{O}$ a interferência entre a luz que vai diretamente de uma fonte puntiforme F para um ponto P do anteparo $\mathcal{O}$ e a luz que vai de F para P refletindo-se numa placa plana de vidro E (Fig.2). A distância de F ao plano da placa é d e a distância



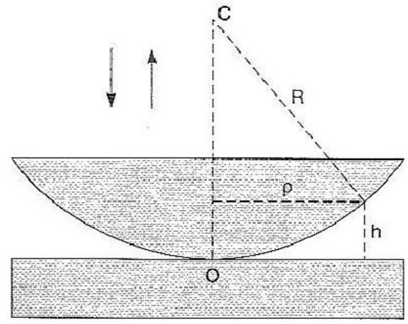
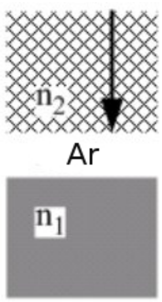


Figura 2: Exercícios 6 e 7

de F a $\mathcal{O}$ é $D \gg d$. Observa-se a primeira franja brilhante (máximo) de interferência num ponto P a uma distância y do plano da placa, usando luz monocromática de comprimento de onda λ. Calcule y em função de λ, d e D.

7. Considere a experiência dos anéis de Newton descrita em sala de aula. Uma lente plano-convexa de raio de curvatura R é colocada em contato com uma placa plana de vidro e iluminada na incidência perpendicular, como mostrado na Fig.2.
   (a) Calcule a relação entre as distâncias ρ e h da figura na vizinhança do ponto de contato O ($h \ll R$).
   (b) Calcule o raio ρ_m do m-ésimo anel escuro, visto na luz refletida, com luz monocromática de comprimento de onda λ.

8. A Fig.3 mostra um feixe de luz incidindo perpendicularmente numa lâmina muito fina de ar. Os índices de refração dos outros dois materiais seguem a seguinte relação: $n_2 > n_1 > 1$. Qual é a mínima espessura não nula que a lâmina de ar deve ter para produzir interferência destrutiva para a luz refletida, se a luz incidente possui comprimento de onda λ_0, medido no ar?



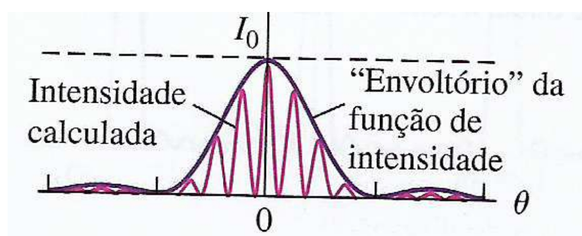


Figura 3: Exercícios 8 e 12

9. Uma fonte S de luz monocromática e um detetor D estão localizados ambos no ar, a uma distância h sobre uma folha de vidro plana horizontal, e estão separados por uma distância horizontal x. As ondas que atingem D diretamente desde S interferem com as ondas que se refletem no vidro. A distância x é pequena comparada a h tal que a reflexão acontece perto de incidência normal. Ache as condições para interferência construtiva e destrutiva.

10. Considere um experimento de interferência de duas fendas de largura diferente. Em um anteparo distante são medidas as amplitudes de onda de cada fenda. Para a primeira fenda é obtida uma amplitude E, e para a segunda a amplitude é dada por $2E$.

(a) Mostre que a intensidade em qualquer ponto no padrão de interferência é

$$I = I_0 \left(\frac{5}{9} + \frac{4}{9} \cos \phi \right) , \tag{1}$$

onde ϕ é a diferença de fase entre as duas ondas em um ponto particular sobre o anteparo e I_0 é a intensidade máxima no padrão (expresse essa intensidade em termos de E para achar (1)).

(b) Faça um gráfico de I em termos de ϕ. Qual o menor valor da intensidade e para quais valores de ϕ ela ocorre?

11. Considere a figura de interferência produzida por duas fendas paralelas de largura a e distância de separação $d = 3a$. As fendas são iluminadas por uma luz que incide normalmente com um comprimento de onda λ.

(a) Primeiro desprezaremos os efeitos de difração decorrentes da largura da fenda. Em que ângulos θ formados com o máximo central ocorrerão os próximos quatro máximos na figura de interferência em fenda dupla? Sua resposta deve ser dada em termos de d e λ.

(b) Agora incluiremos os efeitos de difração. Se a intensidade em $\theta = 0^o$ é I_0, qual é a intensidade em cada um dos ângulos no item (a)?

(c) Quais máximos da interferência em fenda dupla estão ausentes na figura?

12. Na Fig.3, o máximo central da difração contém exatamente sete franjas de interferência e, nesse caso, $d/a = 4$.

(a) Qual deve ser a razão d/a para que o máximo central da difração contenha exatamente cinco franjas?

(b) No caso considerado no item (a), quantas franjas há no primeiro máximo de difração existente de cada lado do máximo central?

13. Um padrão de interferência é produzido por 4 fendas estreitas, paralelas e igualmente espaçadas. Usando um diagrama de fasores, mostre que existe um mínimo de interferência quando a diferença de fase Δ entre 2 fendas adjacentes é

(a) $\pi/2$

(b) π

(c) $3\pi/2$

(d) Em cada caso para quais pares de fendas existe interferência totalmente destrutiva?

14. Dois comprimentos de onda λ e $\lambda + \Delta\lambda$ (com $\Delta\lambda \ll \lambda$) incidem em uma rede de difração. Mostre que a separação angular entre as linhas espectrais no espectro de ordem m é

$$\Delta\theta = \frac{\Delta\lambda}{\sqrt{(d/m)^2 - \lambda^2}} , \tag{2}$$

onde d é o espaçamento entre as fendas.

15. A partir da lei de Ampère em ausência de fontes, determine a relação de Maxwell $n = \sqrt{k}$. Dica: Pode ser útil a identidade vetorial $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{X}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{X}) - \nabla^2 \vec{X}$, válida para qualquer vetor $\vec{X}$.

16. (a) Mostre que as equações de Maxwell num meio dielétrico não se alteram pela substituição:

$$\vec{E}' = \frac{1}{a}\vec{B} , \quad \vec{B}' = -a\vec{E} , \tag{3}$$

desde que a constante a seja escolhida apropiadamente (determine o valor de a).

(b) Que acontece com o vetor de Poynting $\vec{S}$ nessa substituição?

(c) Como ficam as densidades de energia u_E e u_M?

17. Uma placa transparente de índice de refração n_2 é imersa num meio de índice n_1. A luz que viaja no meio 1 atinge a superfície superior da placa com um ângulo que corresponde ao ângulo de polarização do meio (ângulo de Brewster). Mostre que somente quando as superfícies superior e inferior da placa são paralelas, a luz refratada atingirá a superfície inferior da placa com o ângulo de Brewster para aquela interface.