SEM 538 - Sistemas de Controle II
Aula 8 - Resumo - PID Discreto

Adriano A. G. Siqueira

Universidade de São Paulo

Controlador PID Discreto

- Controlador PID Contínuo

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int e(\tau) d\tau + K_D \dot{e}(t)$$

- Função Transferência

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_P + K_I \frac{1}{s} + K_D s = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s}$$

Controlador PID Discreto

- Controlador PID Contínuo

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int e(\tau) d\tau + K_D \dot{e}(t)$$

- Para T_0 pequeno

$$u(k) = K_P e(k) + K_I T_0 \sum_{v=0}^{k} e(v) + \frac{K_D}{T_0} [e(k) - e(k-1)]$$

Controlador PID Discreto

- Para T_0 pequeno

$$u(k) = K_P e(k) + K_I T_0 \sum_{v=0}^{k} e(v) + \frac{K_D}{T_0} [e(k) - e(k-1)]$$

$$u(k) = K_P e(k) + K_I T_0 e(k) + K_I T_0 \sum_{v=0}^{k-1} e(v) + \frac{K_D}{T_0} [e(k) - e(k-1)]$$

- Considerando o instante anterior

$$u(k-1) = K_P e(k-1) + K_I T_0 \sum_{v=0}^{k-1} e(v) + \frac{K_D}{T_0} [e(k-1) - e(k-2)]$$

Controlador PID Discreto

-

$$u(k) = K_P e(k) + K_I T_0 e(k) + K_I T_0 \sum_{v=0}^{k-1} e(v) + \frac{K_D}{T_0} [e(k) - e(k-1)]$$

$$u(k-1) = K_P e(k-1) + K_I T_0 \sum_{v=0}^{k-1} e(v) + \frac{K_D}{T_0} [e(k-1) - e(k-2)]$$

- Subtraindo

$$u(k) - u(k-1) = K_P e(k) + K_I T_0 e(k) + \frac{K_D}{T_0} [e(k) - e(k-1)]$$

$$- K_P e(k-1) - \frac{K_D}{T_0} [e(k-1) - e(k-2)]$$

Controlador PID Discreto

- Forma recursiva

$$u(k) = u(k-1) + q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2)$$

$$\begin{aligned} q_0 &= K_P + K_I T_0 + \frac{K_D}{T_0} \\ q_1 &= -K_P - \frac{2K_D}{T_0} \\ q_2 &= \frac{K_D}{T_0} \end{aligned}$$

Controlador PID Discreto

- Função de tranferência

$$C(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}}$$

$$C(z) = \frac{q_0 z^2 + q_1 z + q_2}{z^2 - z} = \frac{q_0 (z - z_1)(z - z_2)}{z(z - 1)}$$

$$-(z_1 + z_2) = \frac{q_1}{q_0} \qquad z_1 z_2 = \frac{q_2}{q_0}$$

Controlador PID Discreto

- Função Transferência

$$G(s) = \frac{10}{s^2 + 20s + 10}$$

- Segurador de Ordem Zero com $T_0 = 0.005$ s

$$G(z) = \frac{0.0001209z + 0.000117}{z^2 - 1.905z + 0.9048}$$