

SEM 538 - Sistemas de Controle II

Aulas 4, 5 e 6 - Resumo - Sistemas Discretos

Adriano A. G. Siqueira

Universidade de São Paulo

Sistemas Contínuos	Sistemas Discretos
Tempo: t	Tempo: kT_0
Eq. Diferenciais Ordinárias (EDOs): $\dot{x}(t) + \lambda x(t) = u(t)$	Equações a Diferenças (EDs): $x(k) - \mu x(k - 1) = u(k)$
Solução EDO homogênea: $x(t) = x(0)e^{-\lambda t}$	Solução ED homogênea: $x(k) = x(0)\mu^k$

Sistemas Contínuos	Sistemas Discretos
Transformada de Laplace: $sX(s) + \lambda X(s) = U(s)$	Transformada Z: $X(z) - \mu z^{-1}X(z) = U(z)$
Função Transferência: $G(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{1}{s+\lambda}$	Função Transferência: $G(z) = \frac{X(z)}{U(z)} = \frac{z}{z-\mu}$
Estabilidade (Plano s): $\Re(-\lambda) < 0$	Estabilidade (Plano z): $ \mu < 1$

$$z = e^{sT_0}$$

- Seja $s = \sigma \pm j\omega$

$$\begin{aligned} z &= e^{(\sigma T_0 \pm i\omega T_0)} \\ &= e^{\sigma T_0} [\cos(\omega T_0) \pm j\text{sen}(\omega T_0)] \end{aligned}$$

- Relações importantes

$$|z| = e^{\sigma T_0} \quad \angle z = \pm \omega T_0$$

Plano s	Plano z
Eixo real negativo: $\infty < \sigma \leq 0, \omega = 0$	Eixo real: $0 \leq z \leq 1$
Eixo real positivo: $0 \leq \sigma < \infty, \omega = 0$	Eixo real: $1 \leq z < \infty$
Eixo imaginário: $-\pi/T_0 \leq \omega \leq \pi/T_0, \sigma = 0$	Círculo de raio 1: $ z = 1$
ω constante: $\omega = c$	Reta radial: $0 \leq z \leq 1, \angle z = cT_0$
σ constante: $\sigma = c$	Círculo raio $0 \leq r \leq 1$: $ z = e^{cT_0}$

$$z = e^{sT_0}$$

