

SEL 0449 - Processamento Digital de
Imagens Médicas

SEL 5895 – Introdução ao
Processamento Digital de Imagens

Aula 9 – Restauração de Imagens
Parte 1

Prof. Dr. Marcelo Andrade da Costa Vieira

mvieira@sc.usp.br

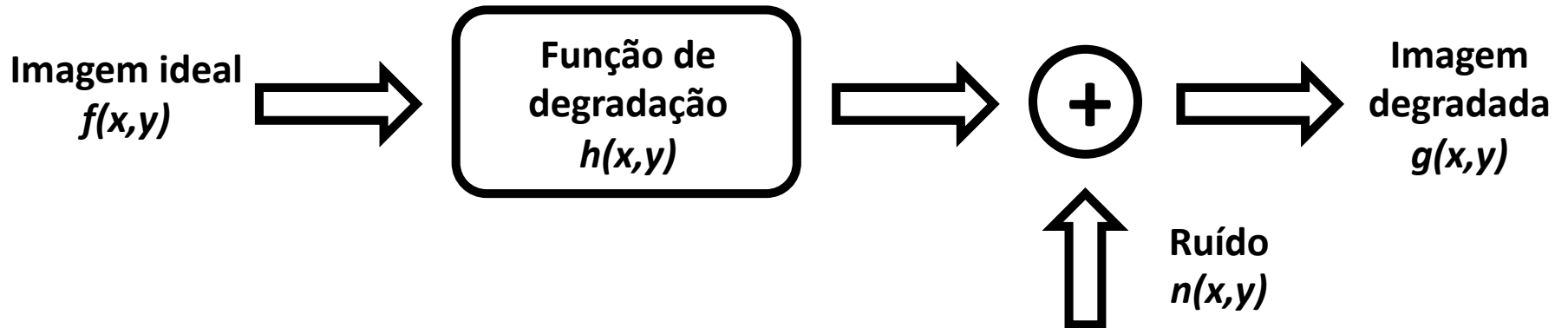
Realce X Restauração

- **Realce de imagens:**
 - Processar a imagem para obter um resultado mais apropriado para uma determinada aplicação;
 - Processo subjetivo.
- **Restauração de imagens:**
 - Recuperar a imagem corrompida com base em conhecimento *a priori* do fenômeno de degradação;
 - Processo objetivo.

Restauração

- O sucesso da restauração depende de alguns fatores:
 - A acurácia do modelo de degradação adotado;
 - A precisão na estimativa dos parâmetros de degradação do sistema.

Modelo clássico de degradação



$$g(x, y) = h(x, y) * f(x, y) + n(x, y)$$

← Domínio do espaço

$$G(u, v) = H(u, v) \cdot F(u, v) + N(u, v)$$

← Domínio da frequência

Restauração



$$G(u, v) = H(u, v) \cdot F(u, v) + N(u, v)$$

$$\hat{F}(u, v) = \frac{G(u, v) - N(u, v)}{H(u, v)}$$

Tipos de restauração

- Imagens corrompidas apenas pelo ruído;
- Imagens corrompidas apenas pela função de degradação;
- Imagens corrompidas pelo ruído e pela função de degradação.

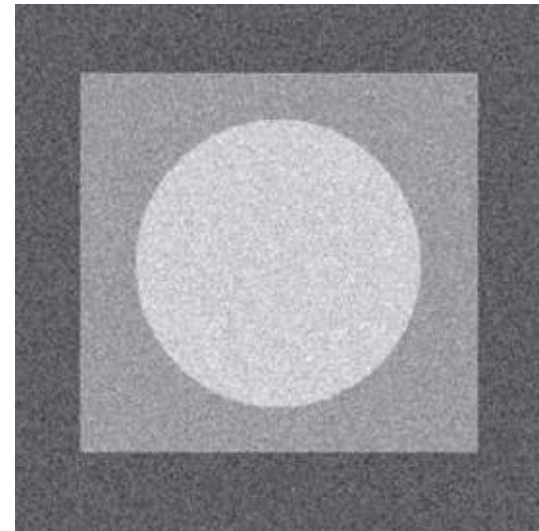
Restauração de imagens corrompidas apenas pelo ruído

O que é ruído em uma imagem?



O que é ruído em uma imagem?

- Ruído é uma variação aleatória ou sistemática das informações de brilho ou cor presentes em uma imagem;
- Geralmente é gerado no processo de captura da imagem e é originário dos sensores e componentes eletrônicos do sistema de aquisição.



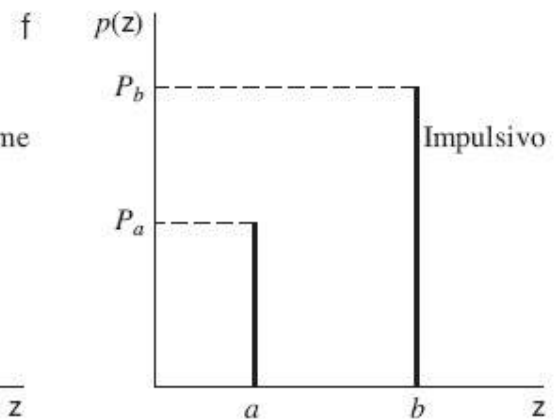
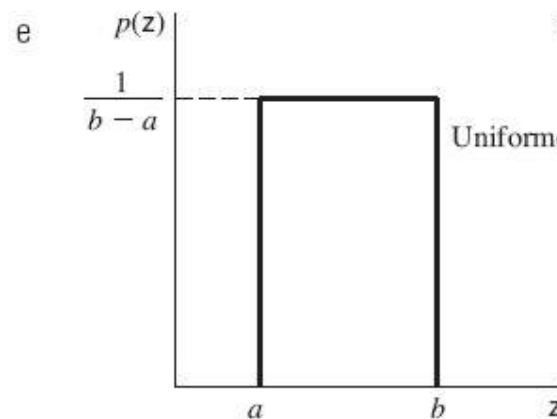
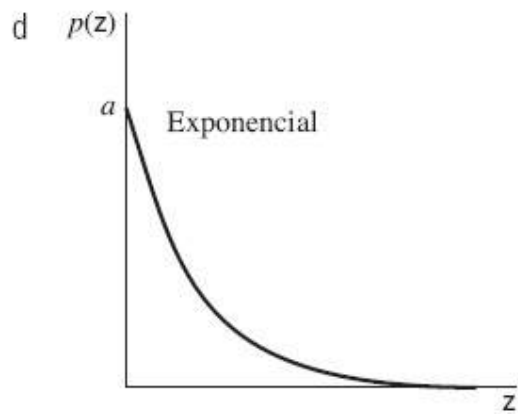
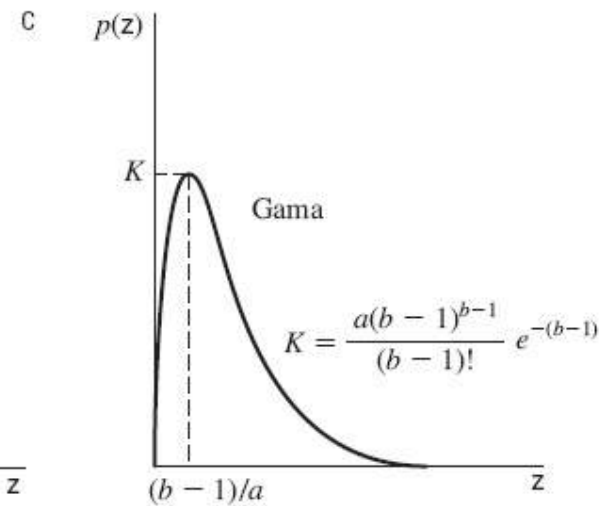
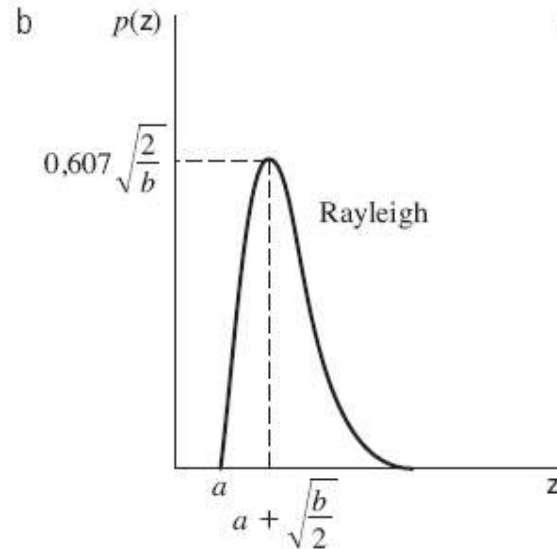
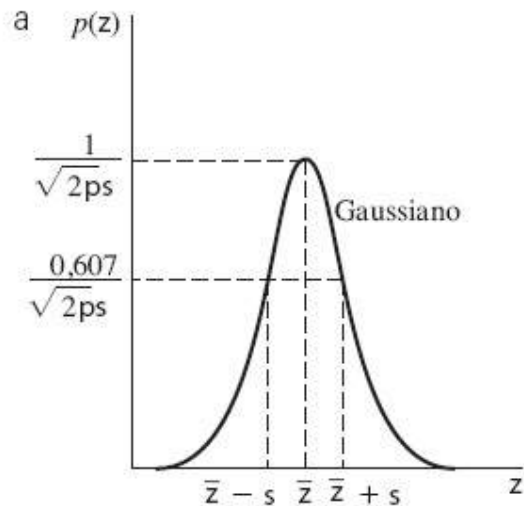
Tipos de Ruído

- Ruído Eletrônico ou Térmico
- Ruído Impulsivo
- Ruído Periódico
- Ruído Quântico
- Ruído Estrutural
- Ruído *speckle*

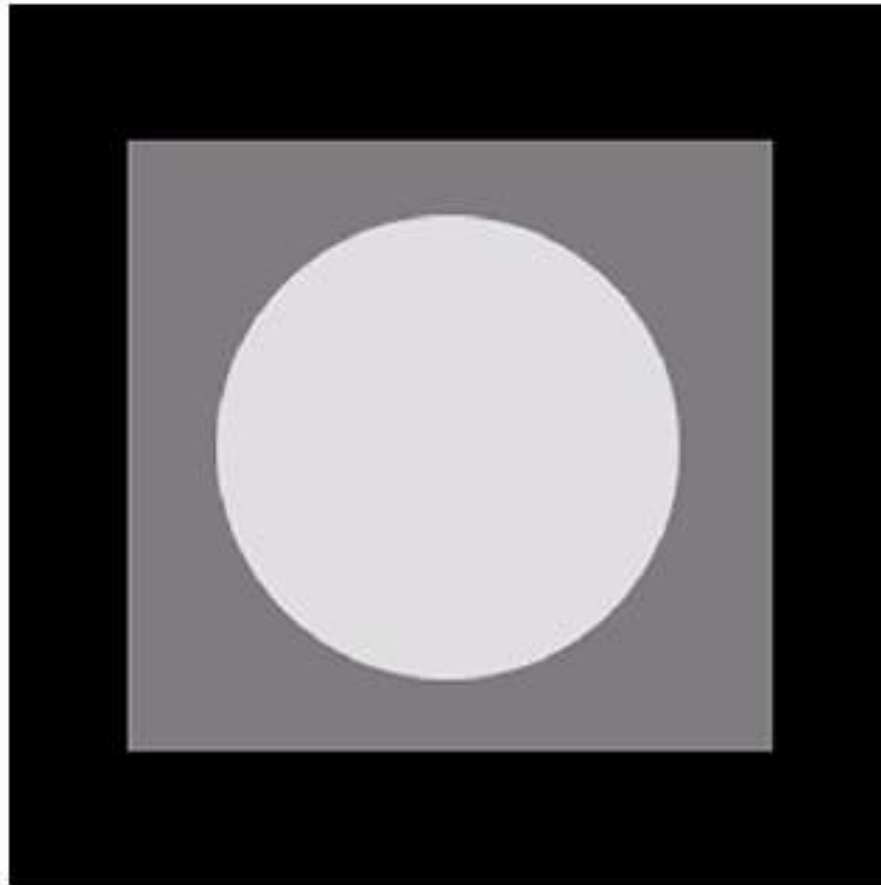
Classificação dos Ruídos

- Distribuição Estatística
- Aleatório ou Sistemático
- Se há Correlação Espacial
- I.I.D. (Independente e igualmente distribuído)
- Dependência do Sinal
- Homoscedástico ou Heteroscedástico
- Dependência do Espaço
- Estacionário ou não-estacionário

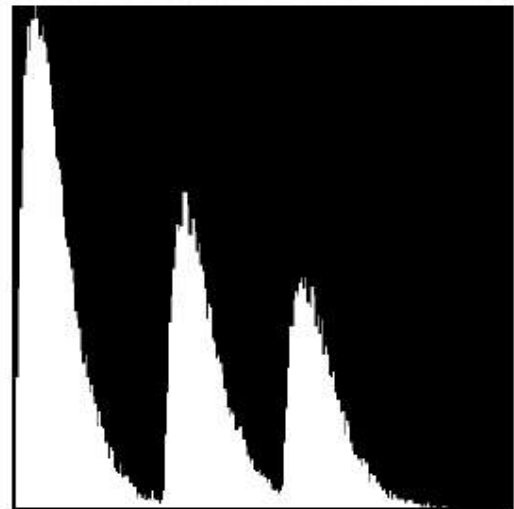
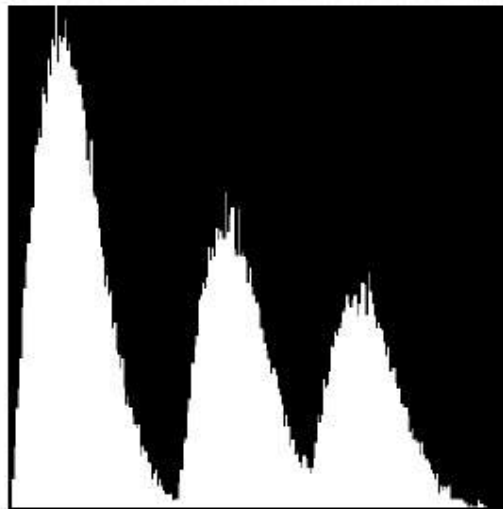
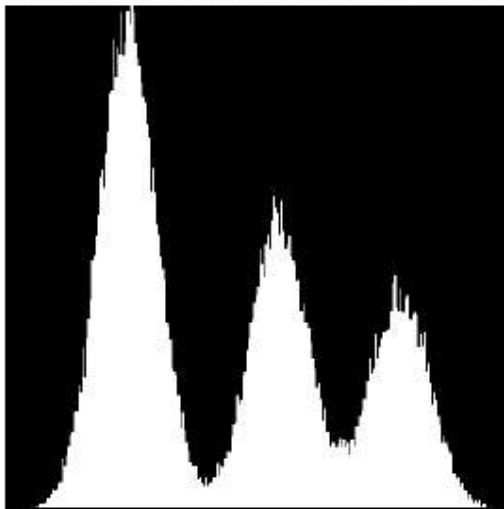
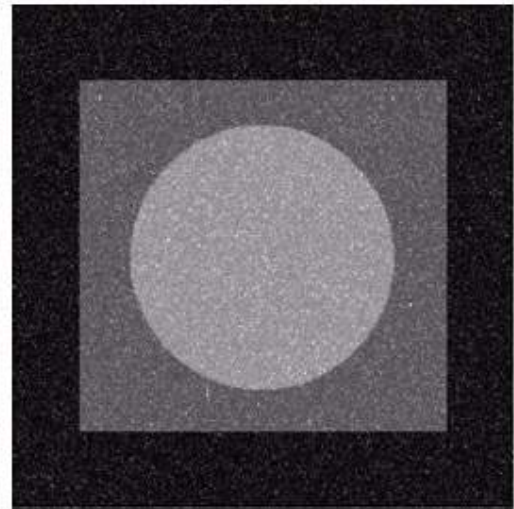
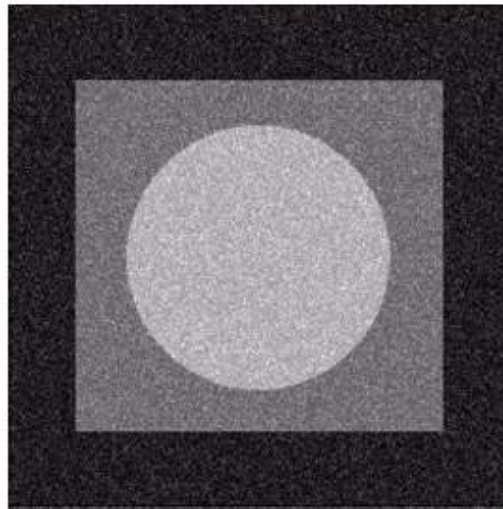
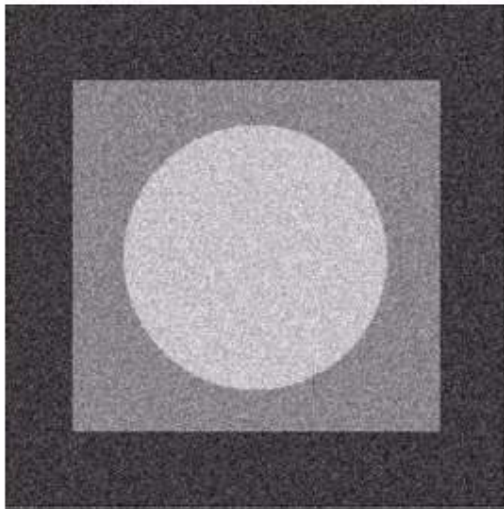
Distribuições Estatísticas do Ruído



Distribuições Estatísticas do Ruído



Distribuições Estatísticas do Ruído

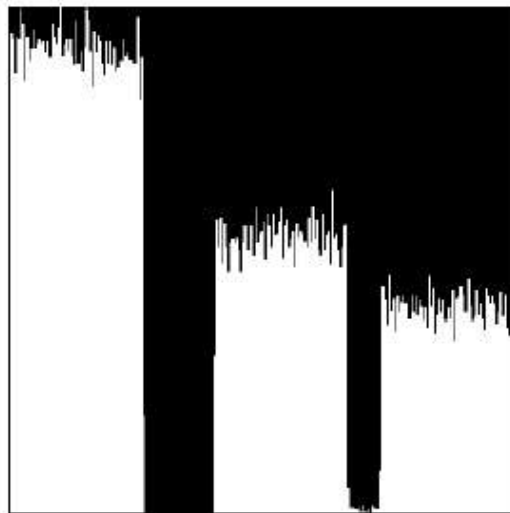
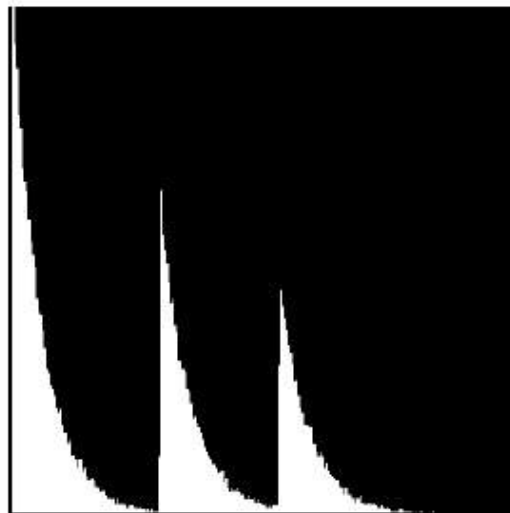
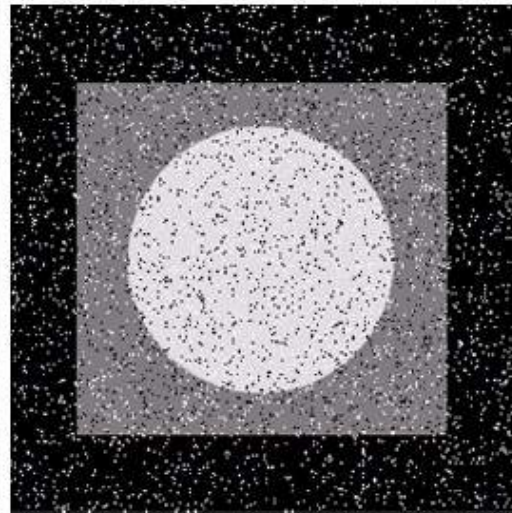
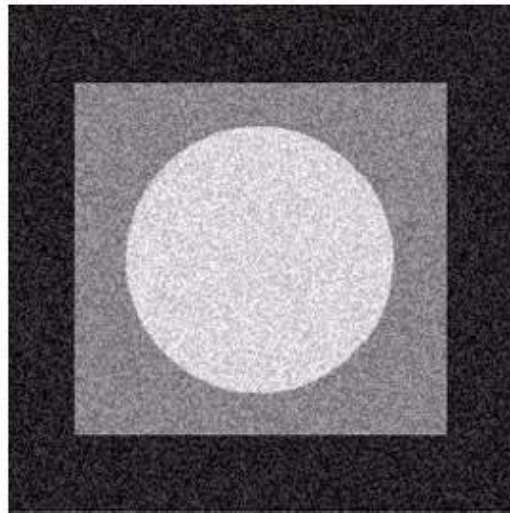
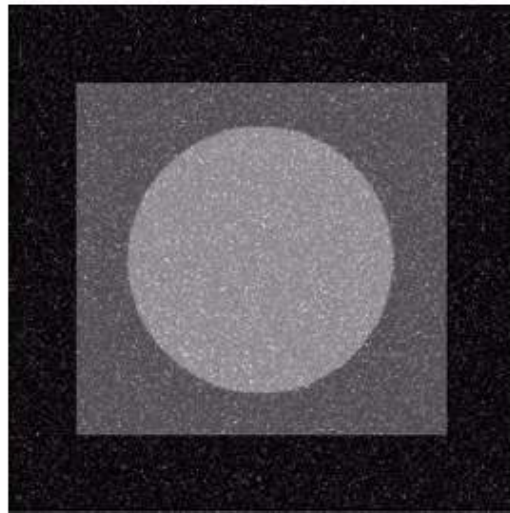


Gaussian

Rayleigh

Gamma

Distribuições Estatísticas do Ruído



Exponential

Uniform

Salt & Pepper

Dependência do sinal

Imagem sem ruído

10	25	50
100	150	250
500	750	1000

Imagem com ruído gaussiano, i.i.d., homoscedástico e estacionário

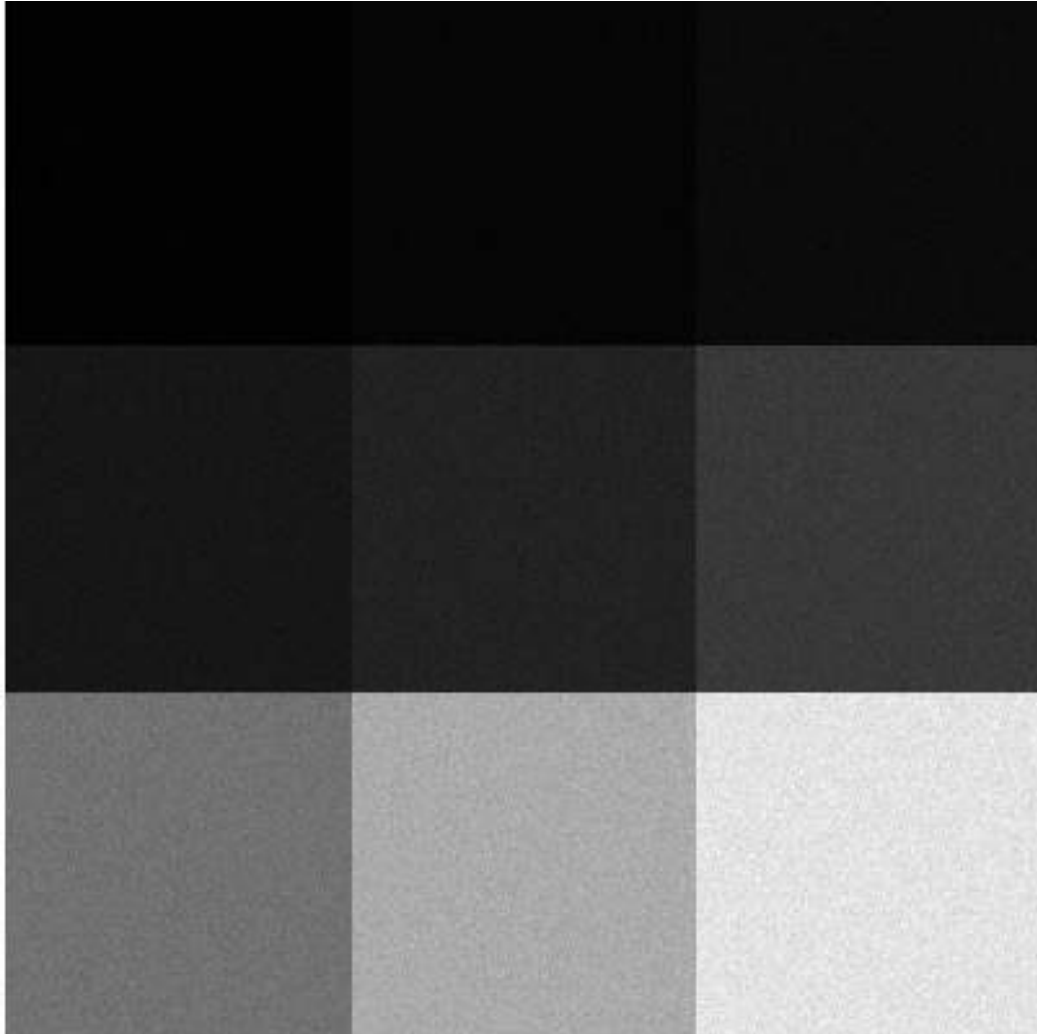


Imagem com ruído gaussiano, i.i.d., homoscedástico e estacionário

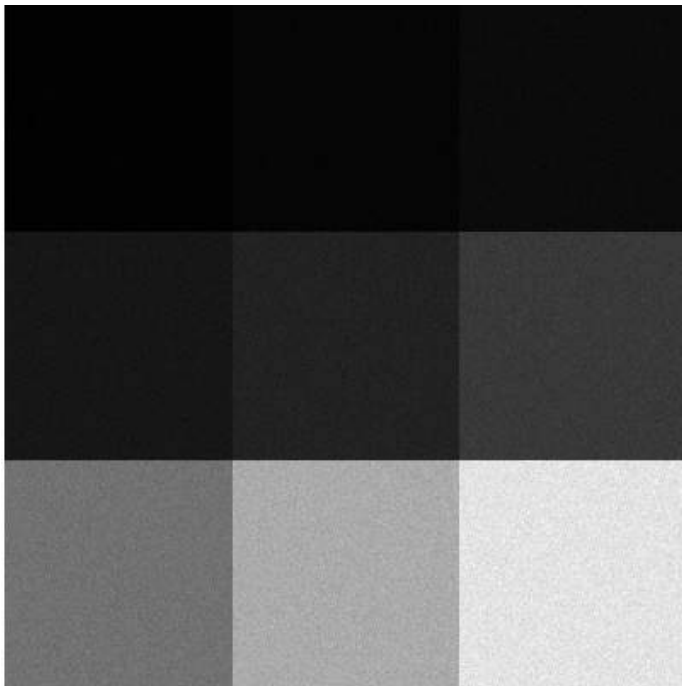


Imagem ruidosa

—

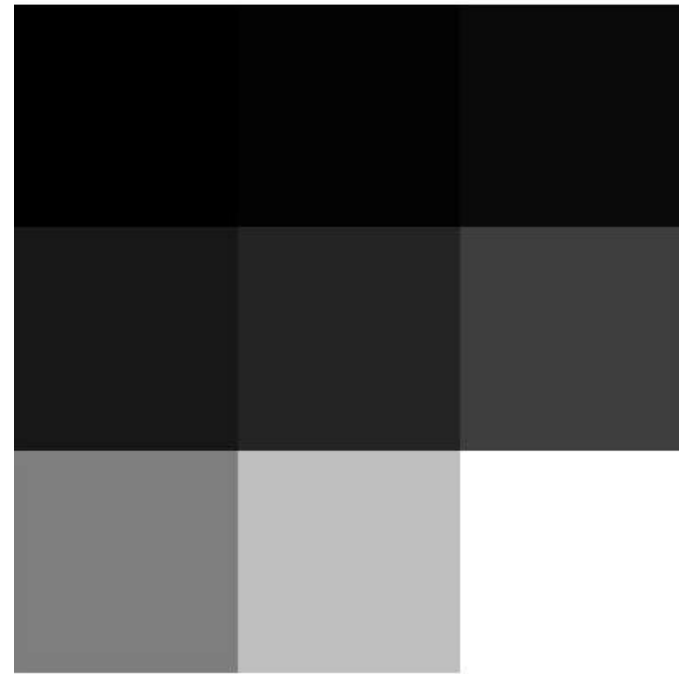
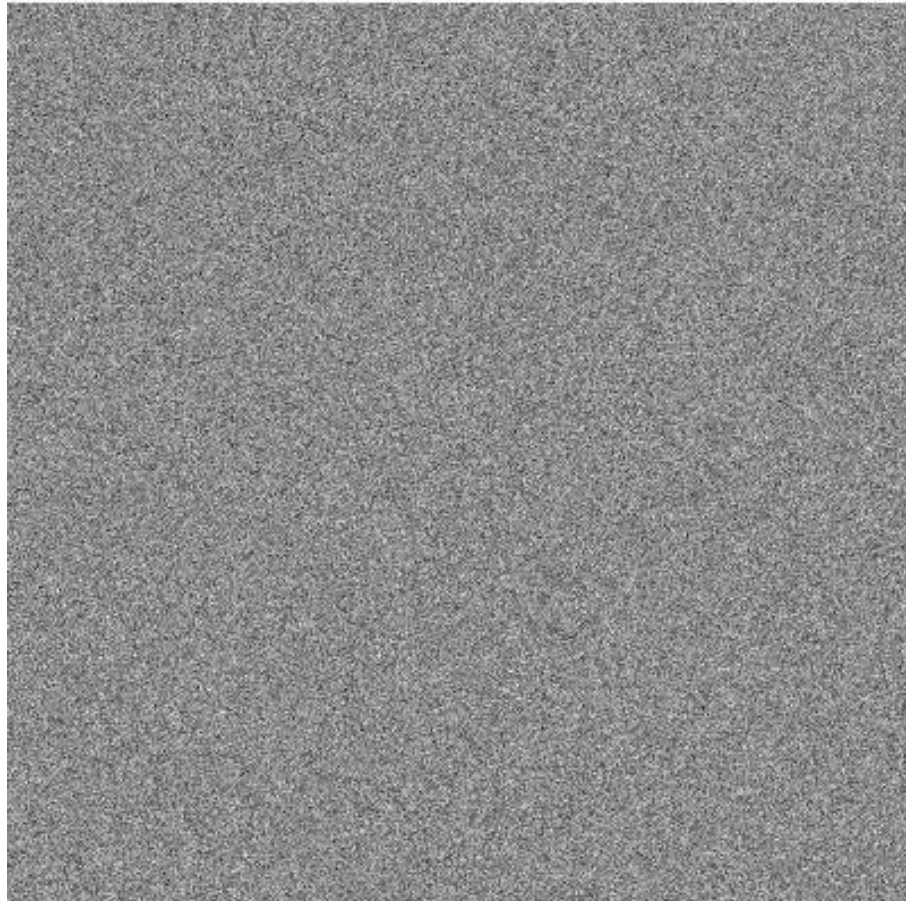


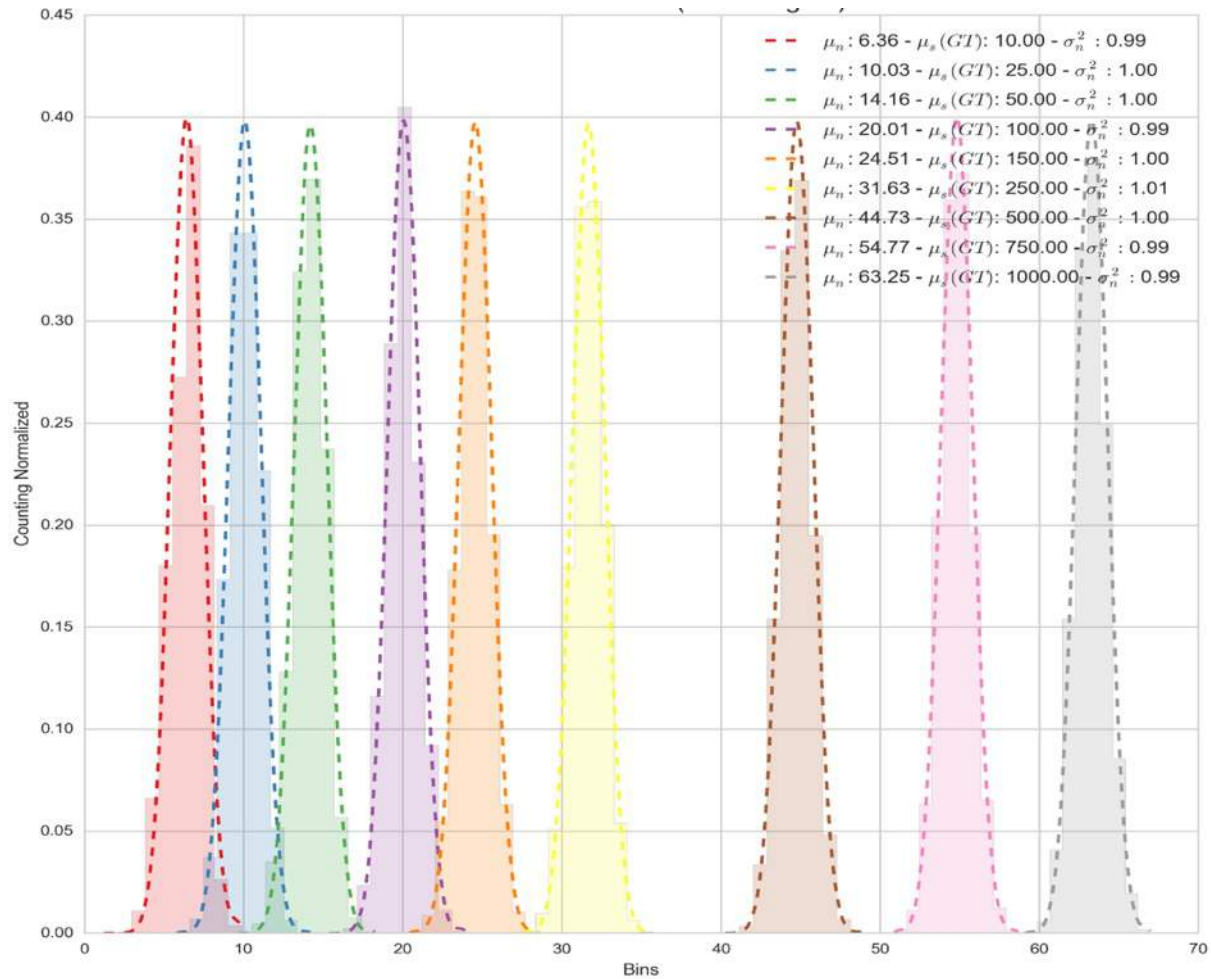
Imagem sem ruído

=

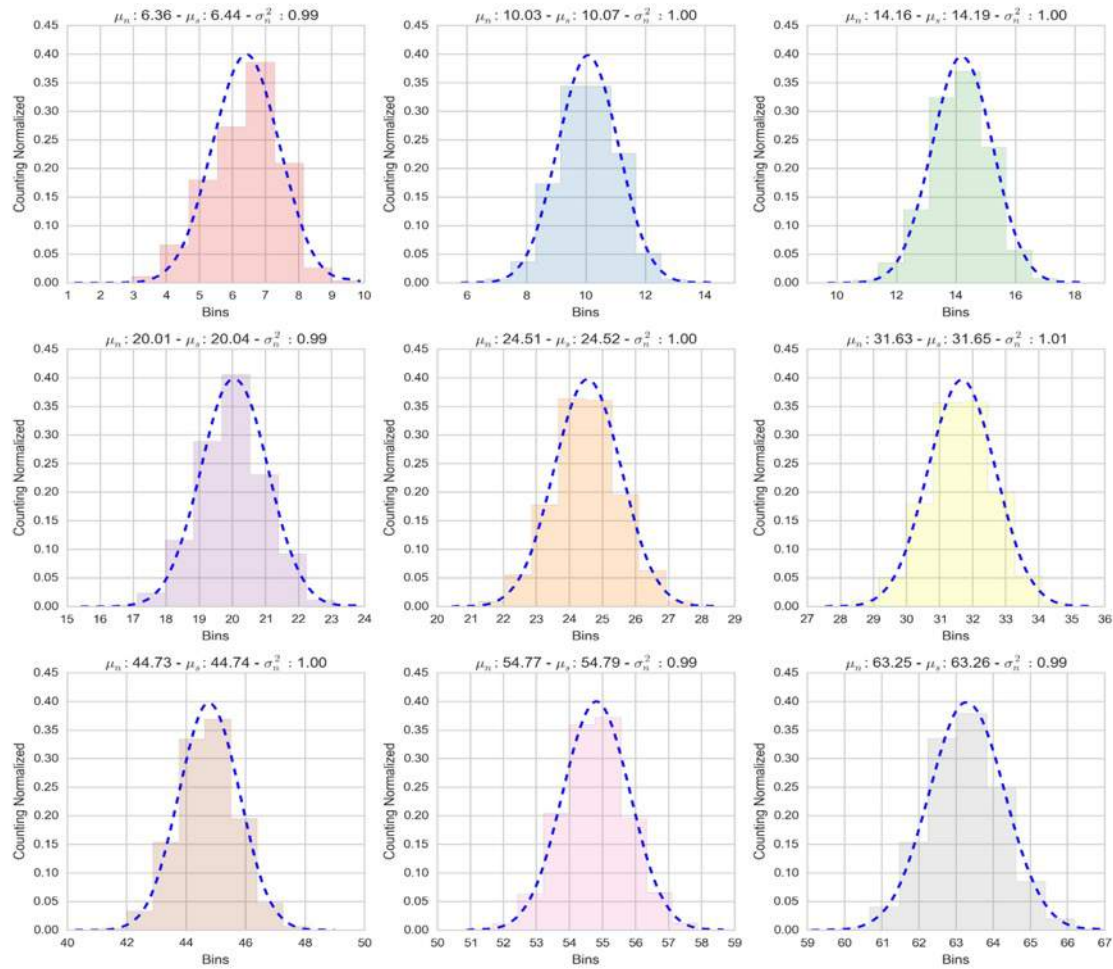
Ruído gaussiano, i.i.d., homoscedástico e estacionário



Histograma



Histograma



Homoscedasticidade

Ruído Homoscedástico, i.i.d.

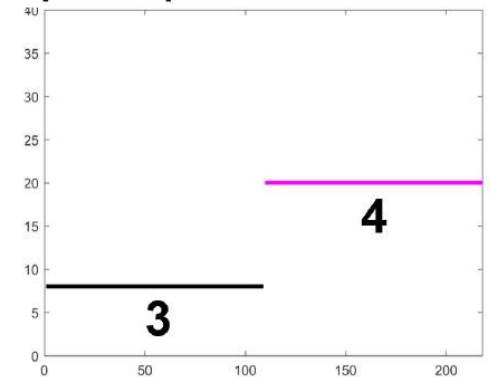
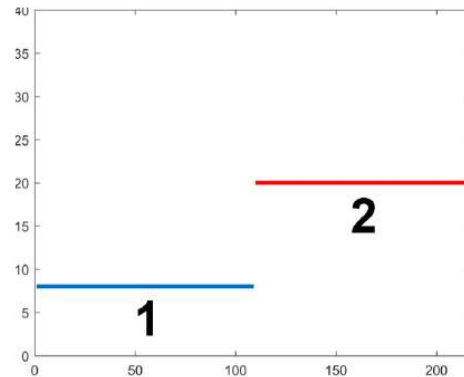
$$g(x, y) = f(x, y) + n(x, y)$$

Desvio padrão do ruído (σ_n) é constante em toda a imagem: $n(x, y) = \sigma_n$

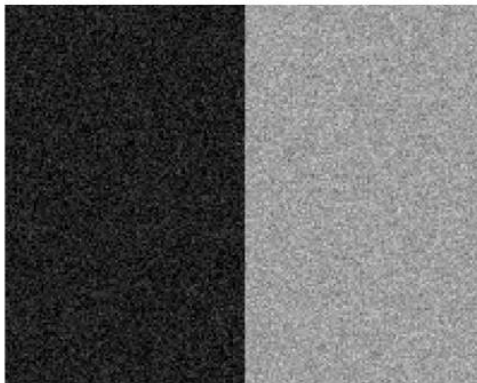
Sem ruído



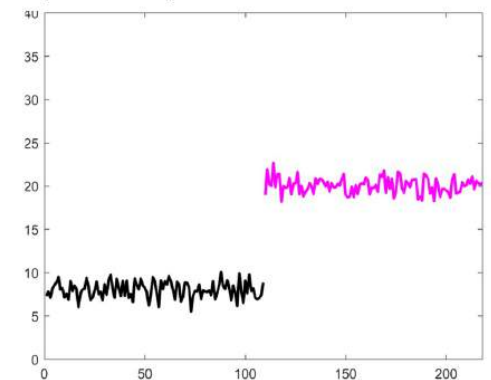
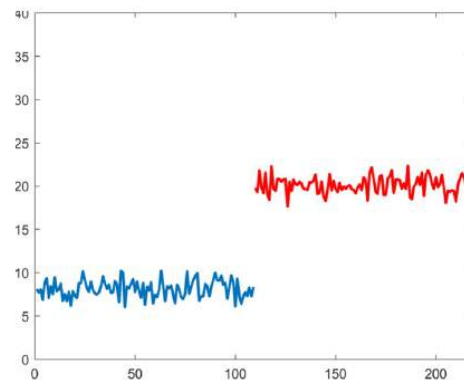
Perfil radiométrico dos quatro quadrantes



Ruído homoscedástico



Perfil radiométrico dos quatro quadrantes



Heteroscedasticidade e Estacionariedade

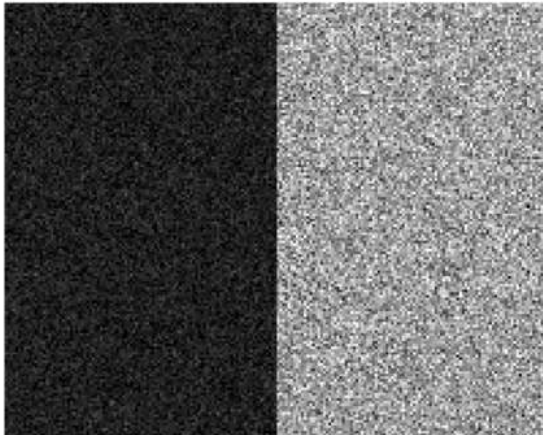
Heteroscedástico e Estacionário

$$g(x, y) = f(x, y) + n(x, y)$$

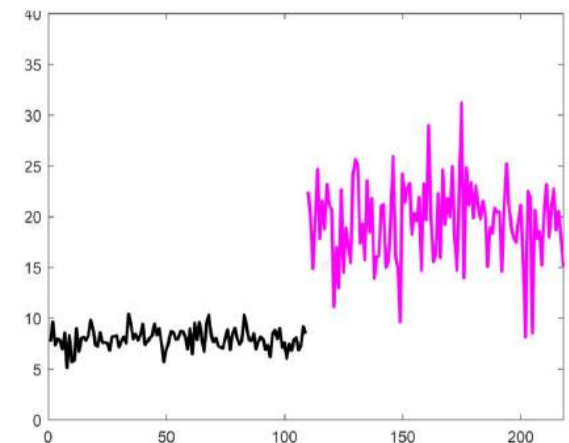
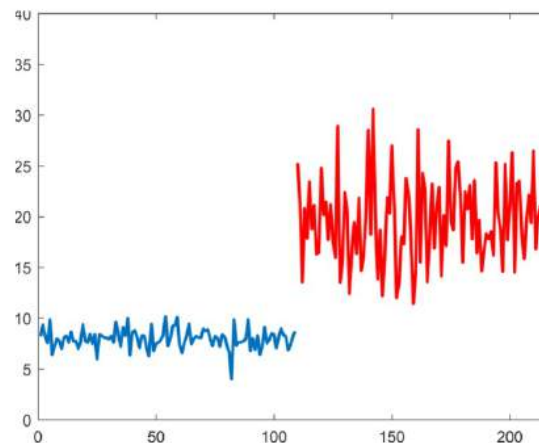
Heteroscedástico e Estacionário:

Desvio padrão (σ_n) depende do nível de cinza: $n(x, y) \approx \sigma_n(f) = \alpha \cdot f(x, y)$

**Ruído heteroscedástico
Estacionário
(Depende do sinal)**



Perfil radiométrico dos quatro quadrantes



Heteroscedástico e Não-Estacionário

$$g(x, y) = f(x, y) + n(x, y)$$

Não-Estacionário: Desvio padrão (σ_n) depende da posição espacial:

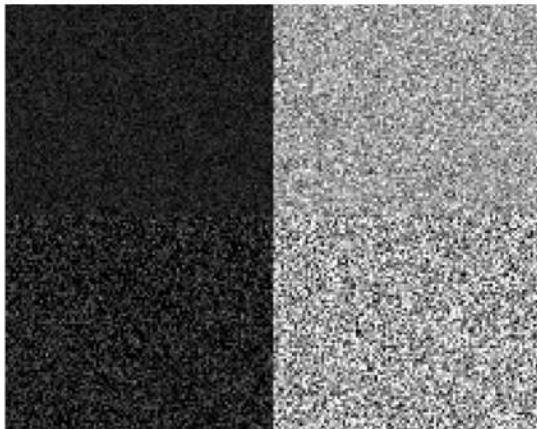
$$n(x, y) = \sigma_n(x, y) = \alpha(x, y)$$

Não-Estacionário: Desvio padrão (σ_n) depende da posição espacial e do sinal:

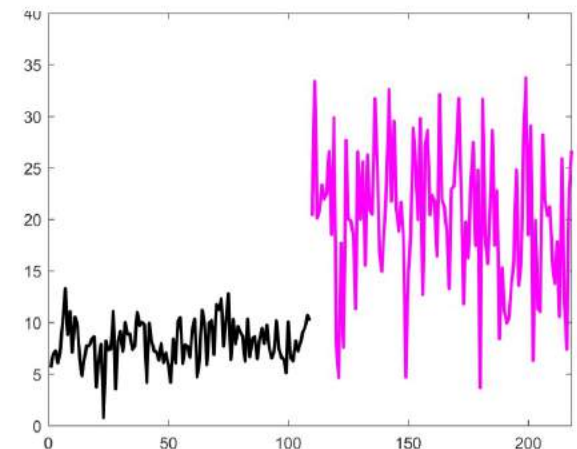
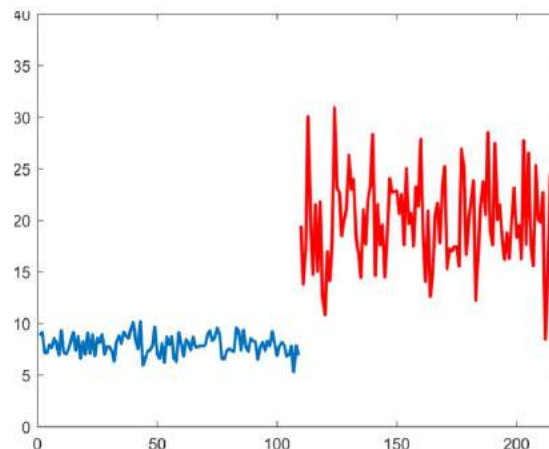
$$n(x, y) = \sigma_n(f, x, y) = \alpha(x, y) \cdot f(x, y)$$

**Ruído heteroscedástico
Não-estacionário**

(Depende do sinal e espaço)

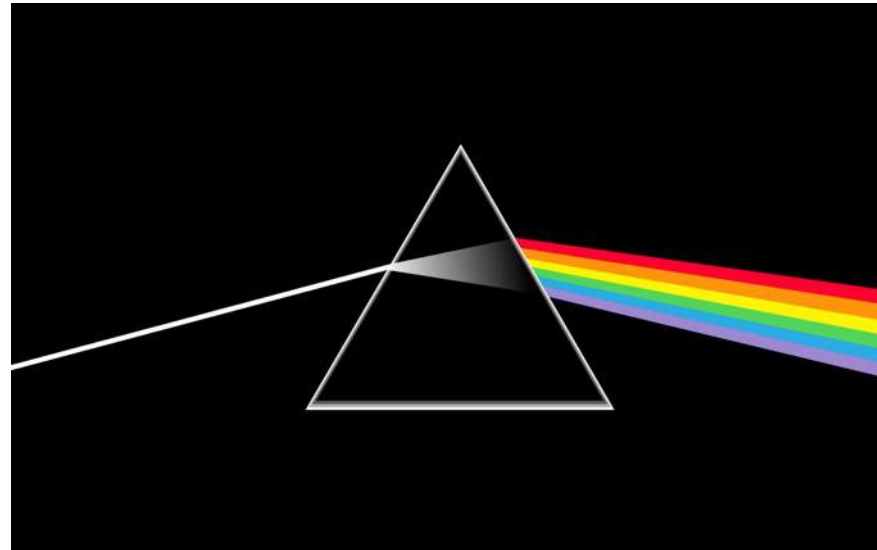


Perfil radiométrico dos quatro quadrantes



Cor do ruído

Ruído branco



- É um sinal aleatório com igual intensidade em diferentes frequências;
- Densidade espectral de potência do ruído (NPS) é constante;
- Termo deriva das propriedades da luz branca.

Ruído Branco



Imagem uniforme
Sem ruído

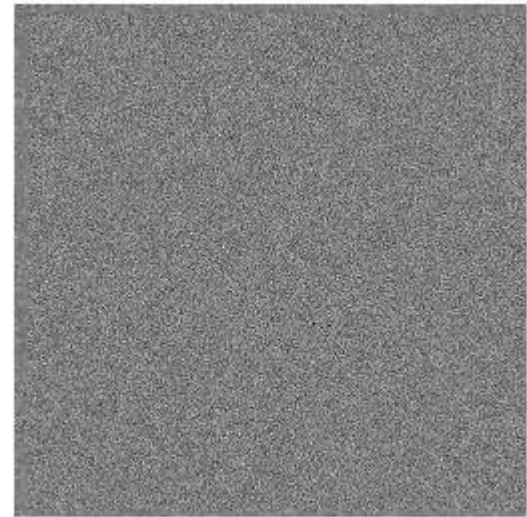


Imagem uniforme
Com ruído AWGN

Histogramas

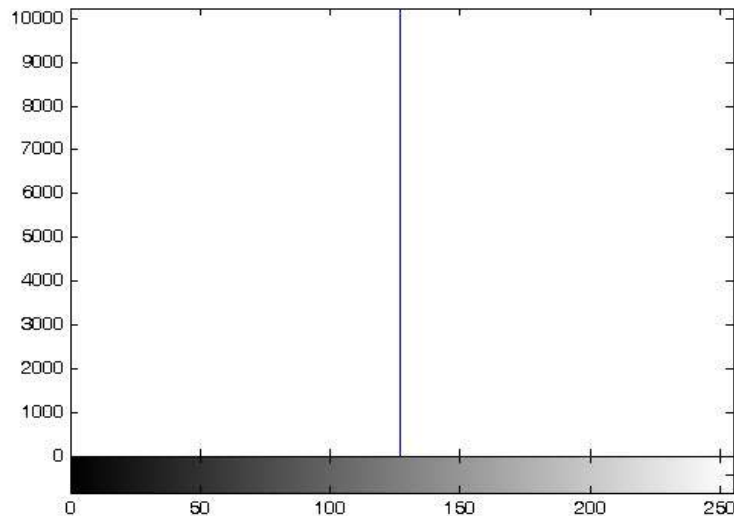


Imagem uniforme
Sem ruído

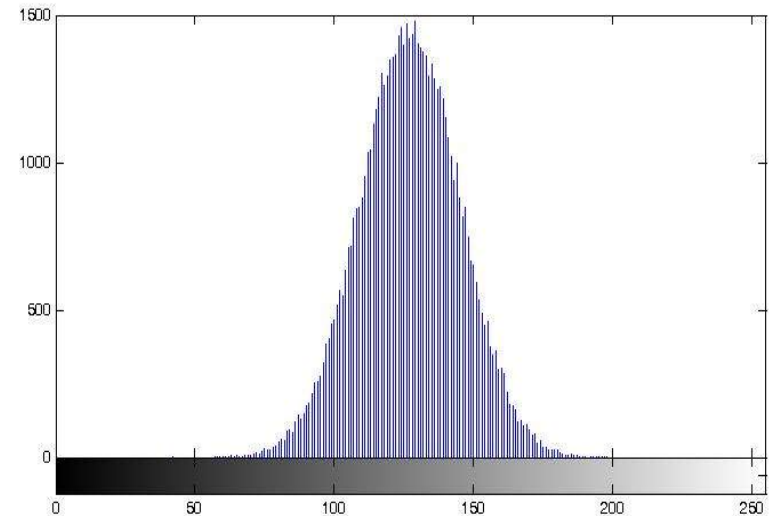


Imagem uniforme
com ruído branco
Gaussiano i.i.d.
homoscedástico
estacionário

Espectro de Fourier

No domínio da frequência

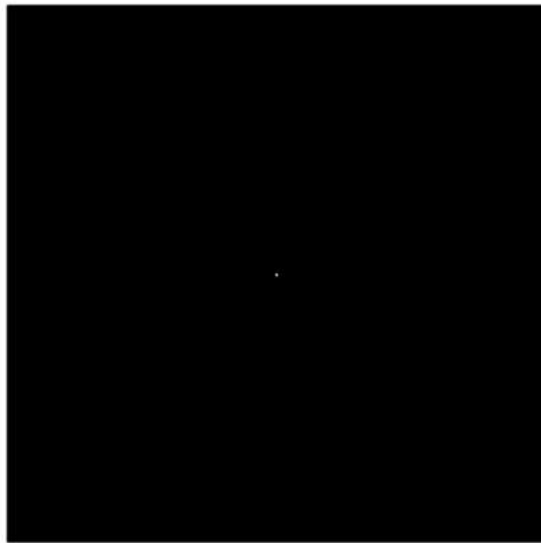


Imagem uniforme
Sem ruído

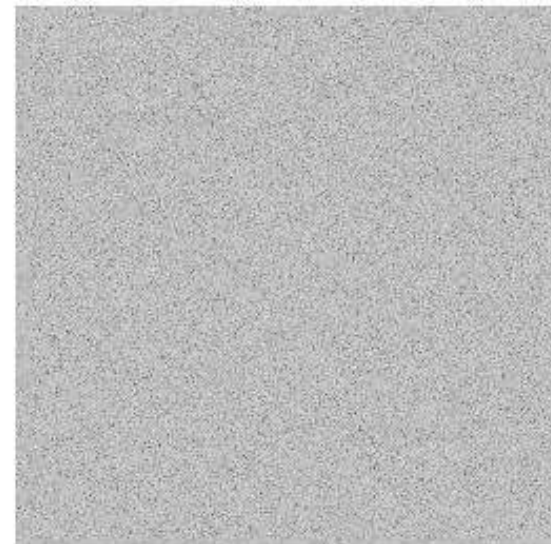
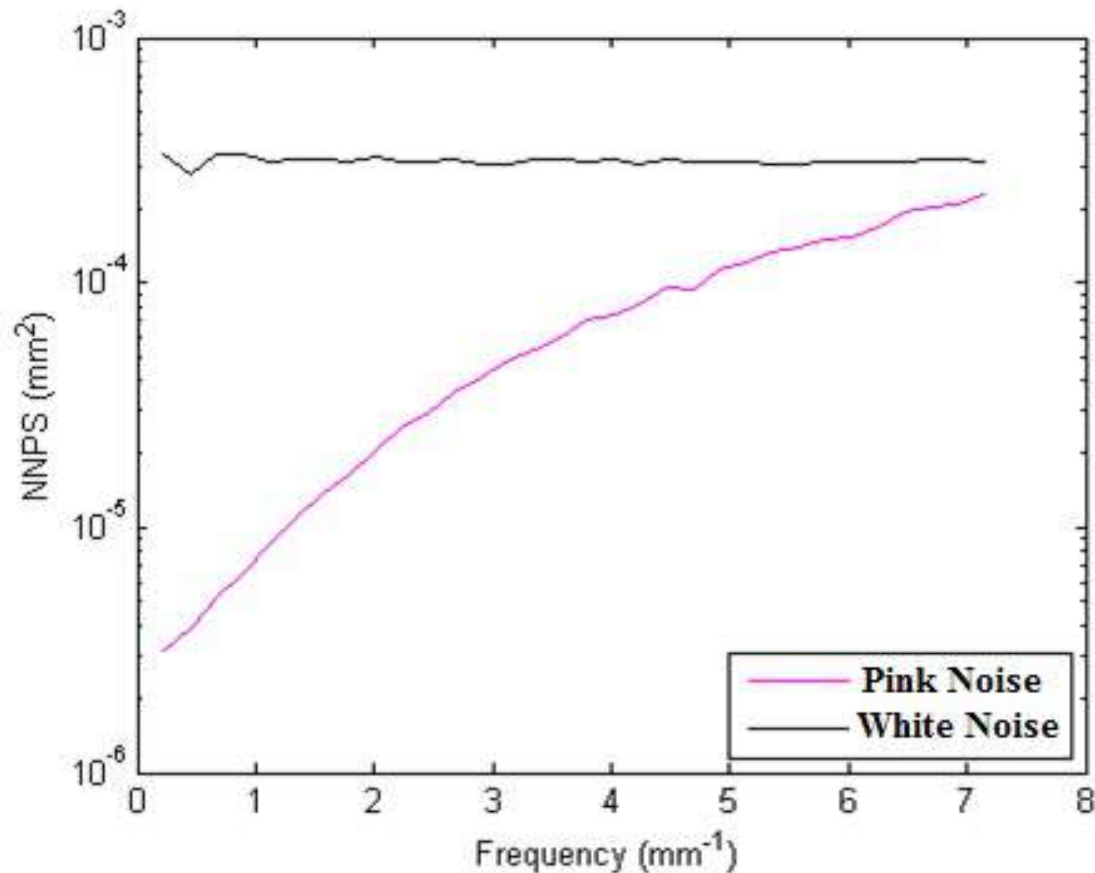


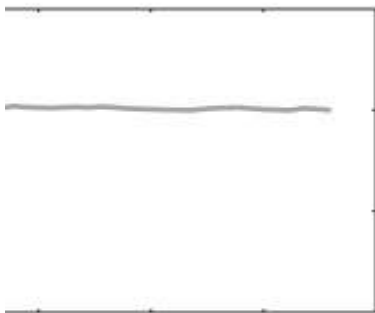
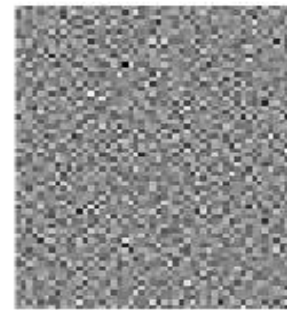
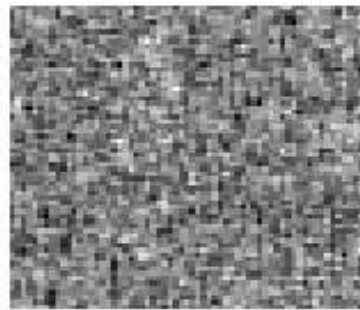
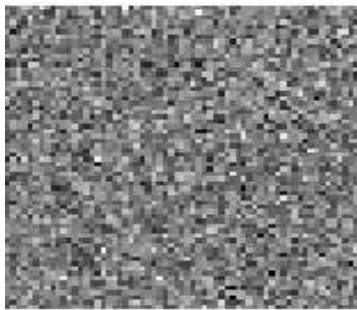
Imagem uniforme
com ruído branco
Gaussiano i.i.d.
homoscedástico
estacionário

Densidade espectral de potência

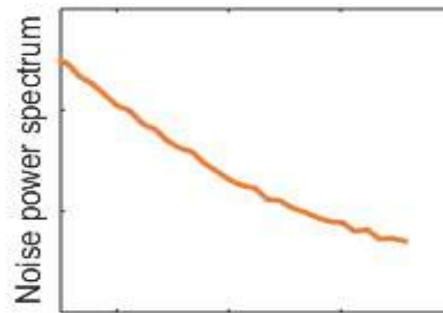


Ruído branco x Ruído colorido

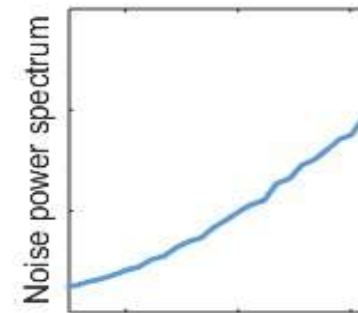
Todas as imagens foram contaminadas por ruído gaussiano aditivo com média zero e variância unitária



Frequency



Frequency



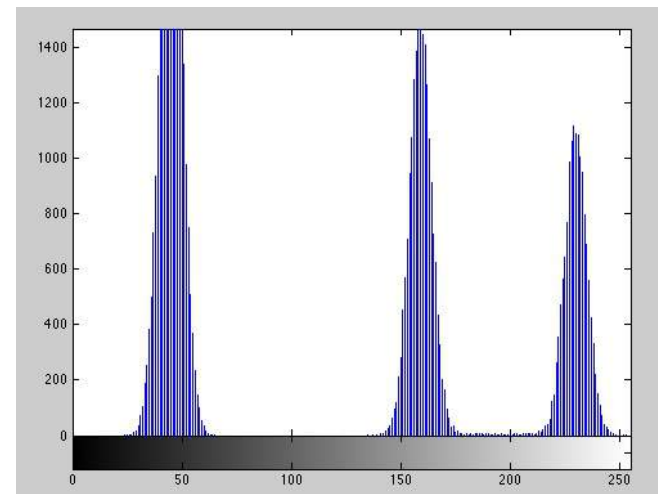
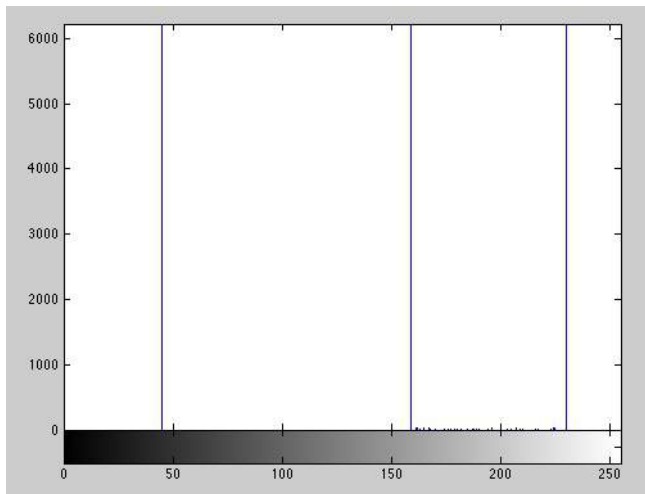
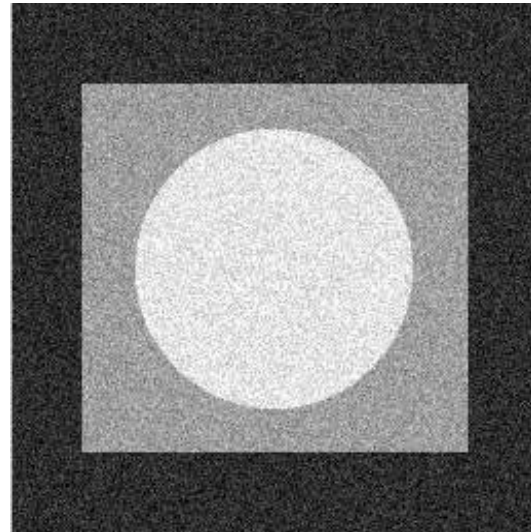
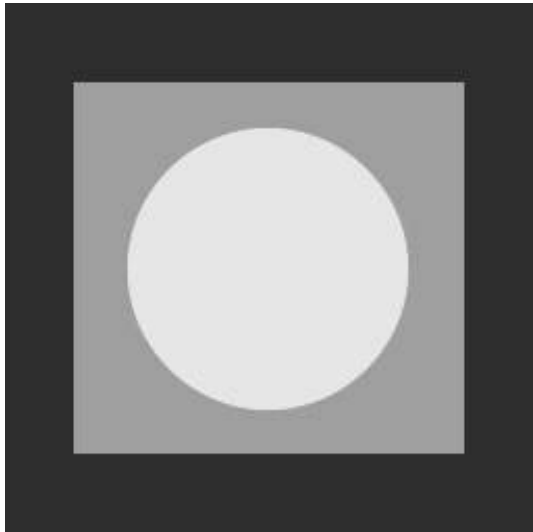
Frequency

Modelo AWGN

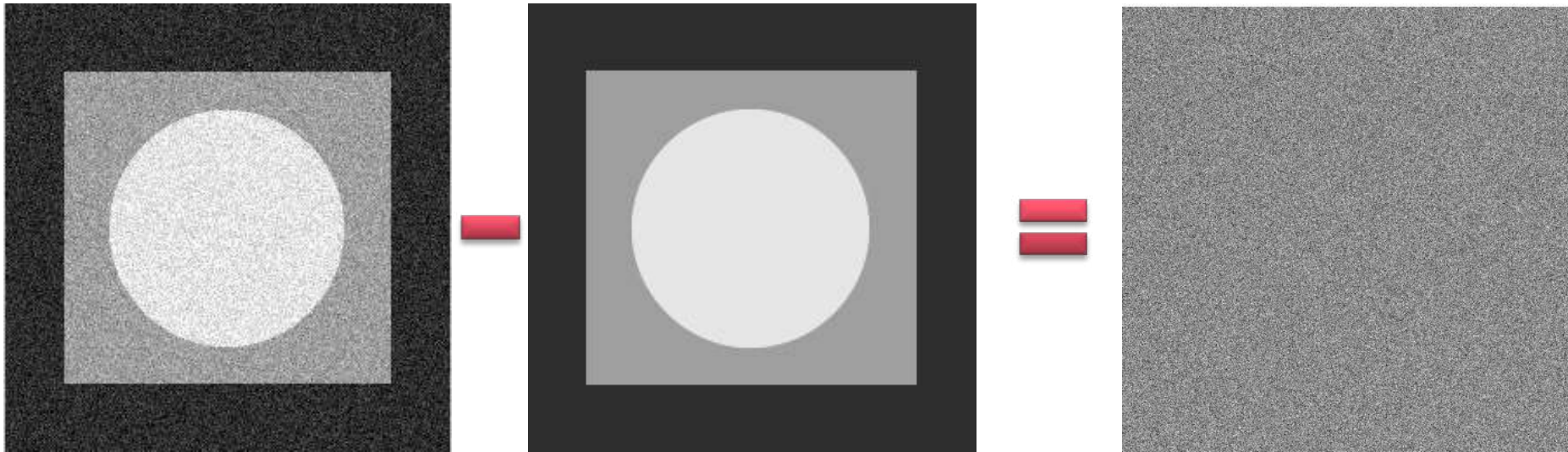
Modelo AWGN

- Usado para modelar o ruído eletrônico (térmico) da maioria dos sistemas de aquisição de imagens
- Aleatório
- Aditivo, estacionário, homoscedástico, I.I.D.
- Independente do sinal e do espaço
- Sem correlação espacial: possui espectro de Fourier constante (ruído branco)
- **AWGN** – *Additive White Gaussian Noise*

Ruído AWGN



Ruído AWGN



Como remover o ruído AWGN?



Restauração apenas do ruído

$$g(x, y) = h(\cancel{x}, y) * f(x, y) + n(x, y)$$

$$g(x, y) = f(x, y) + n(x, y) \longrightarrow \hat{f}(x, y) = g(x, y) - n(\cancel{x}, y)$$

$$G(u, v) = F(u, v) + N(u, v) \longrightarrow \hat{F}(u, v) = G(u, v) - N(\cancel{u}, v)$$

Não funciona se o ruído for aleatório!

Ruído AWGN



Imagem uniforme
Sem ruído

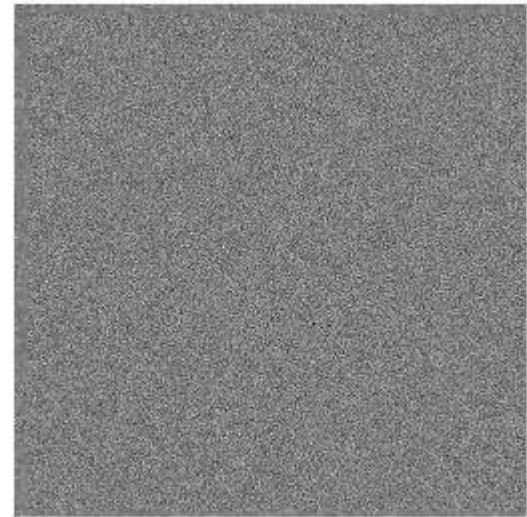


Imagem uniforme
Com ruído AWGN

Histogramas

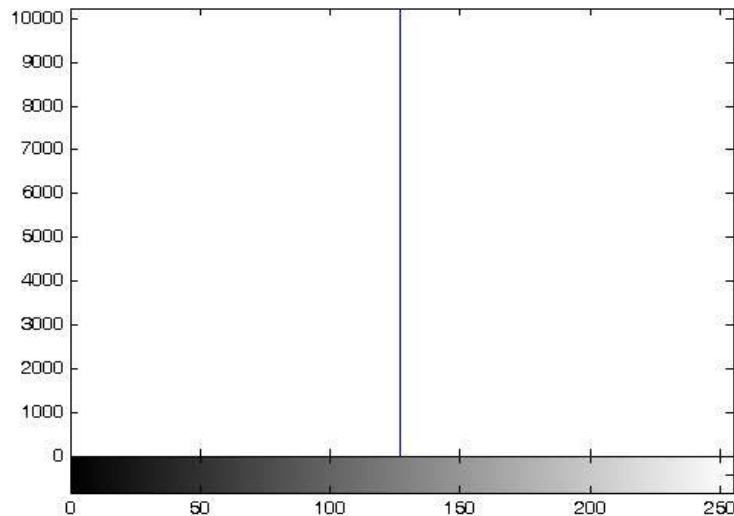


Imagem uniforme
Sem ruído

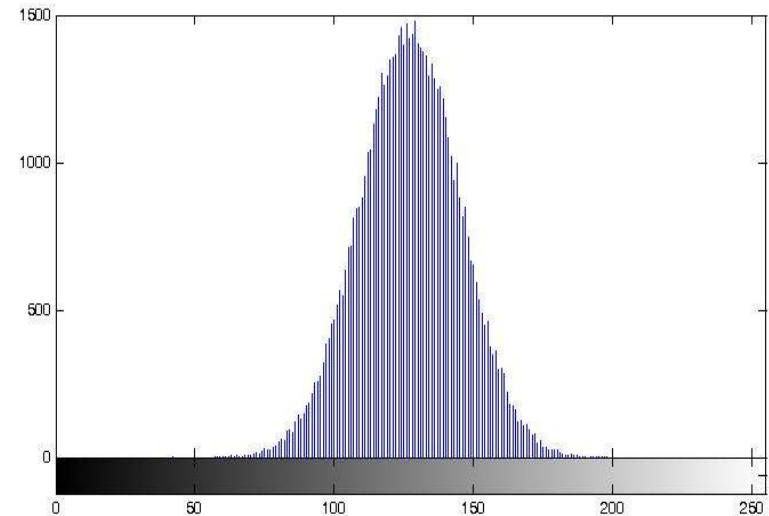


Imagem uniforme
Com ruído AWGN

Realizar a **MÉDIA** do sinal ruidoso!

Filtro da média (aritmética)

$$\hat{f}(x, y) = \frac{\sum_{s,t \in S_{xy}} g(s, t)}{MN}$$

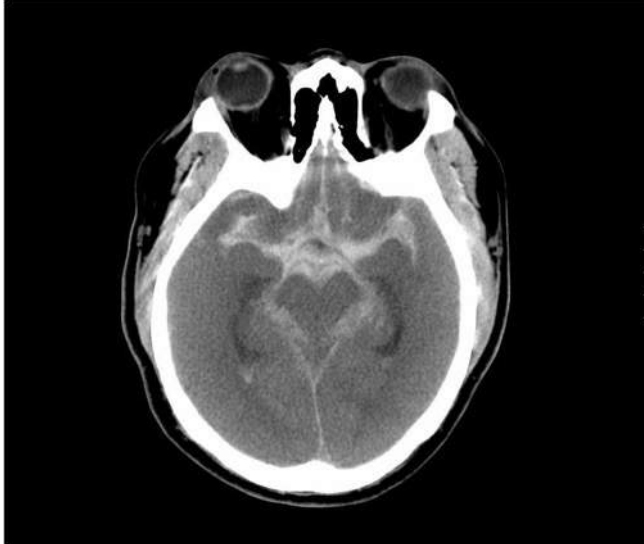
Exemplo:

10	20	20
20	13	20
20	25	100

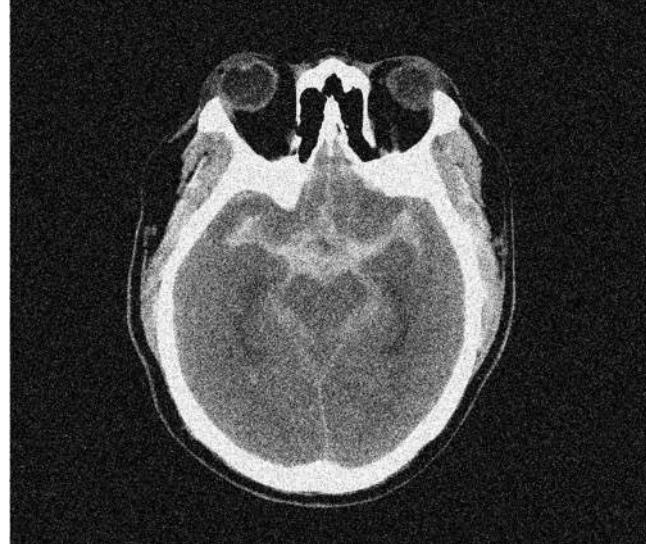
$$\begin{aligned}\hat{f}(x, y) &= \frac{10 + 20 + 20 + 20 + 13 + 20 + 20 + 25 + 100}{9} \\ &= 27,55 \sim \mathbf{28}\end{aligned}$$

Filtro da média (aritmética)

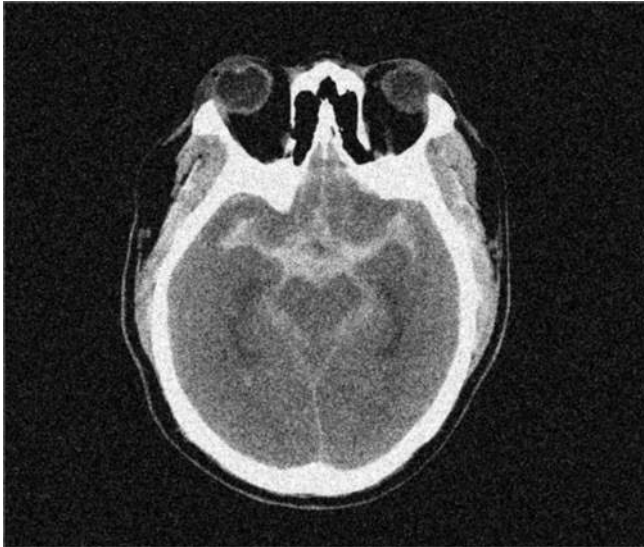
Original



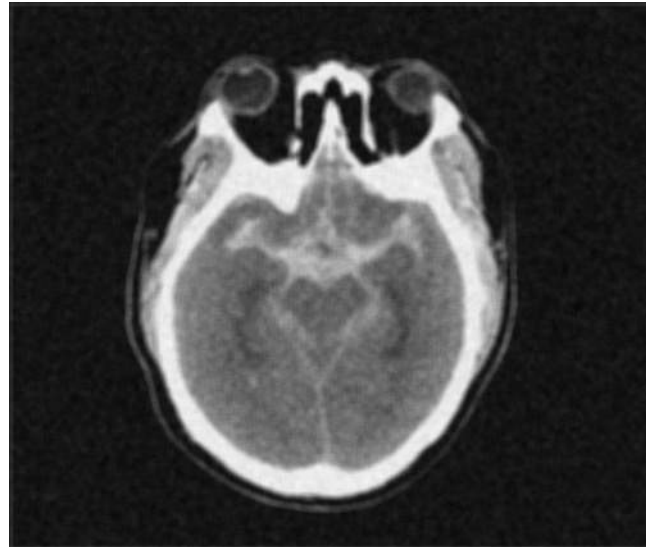
Ruidosa



Média 3x3



Média 9x9



Filtro da média (aritmética)

- Processamento no domínio do espaço
- Filtragem espacial por vizinhança (convolução)
- Filtro espacial passa-baixa é implementado através de uma máscara (*kernel*) que realiza a média da vizinhança:

$$\frac{1}{5} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \frac{1}{32} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 3 & 16 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



Média Aritmética

Filtros de Média Geométrica

$$\hat{f}(x, y) = \left[\prod_{s, t \in S_{xy}} g(s, t) \right]^{\frac{1}{MN}}$$

Exemplo:

10	20	20
20	13	20
20	25	100

$$\begin{aligned} \hat{f}(x, y) &= [10 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 13 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 25 \cdot 100]^{\frac{1}{9}} \\ &= 21,64 \sim \mathbf{22} \end{aligned}$$

Imagem Original

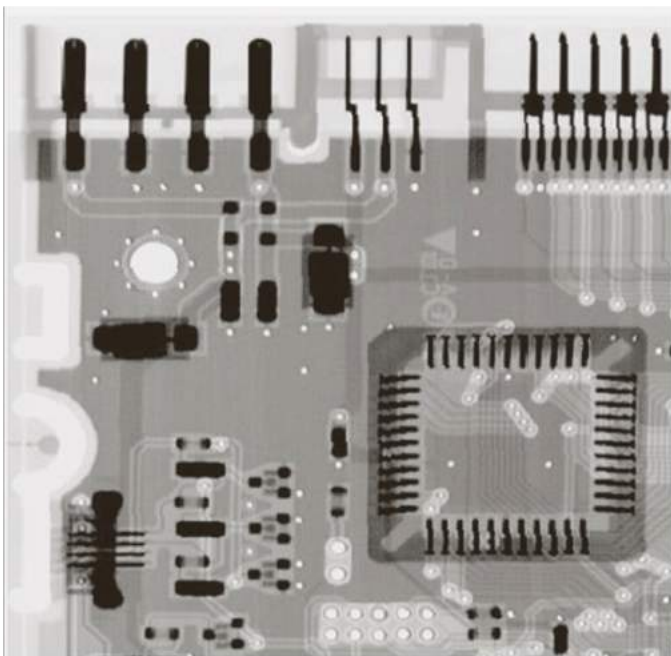
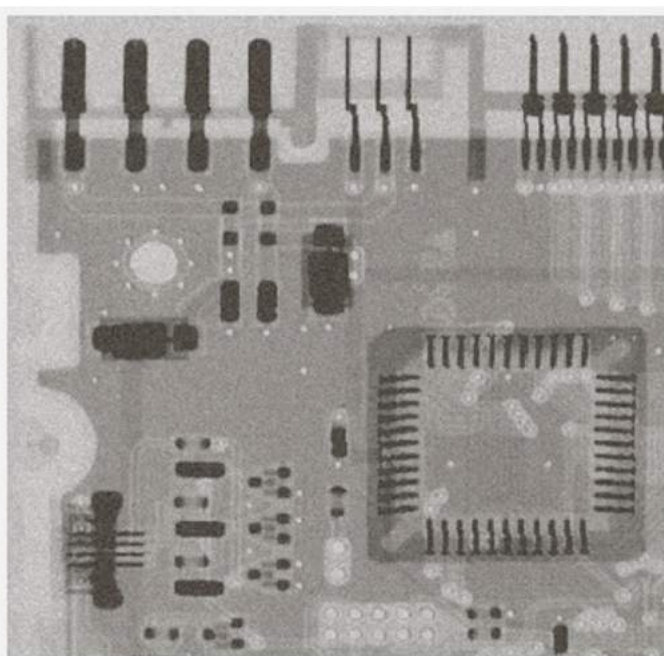
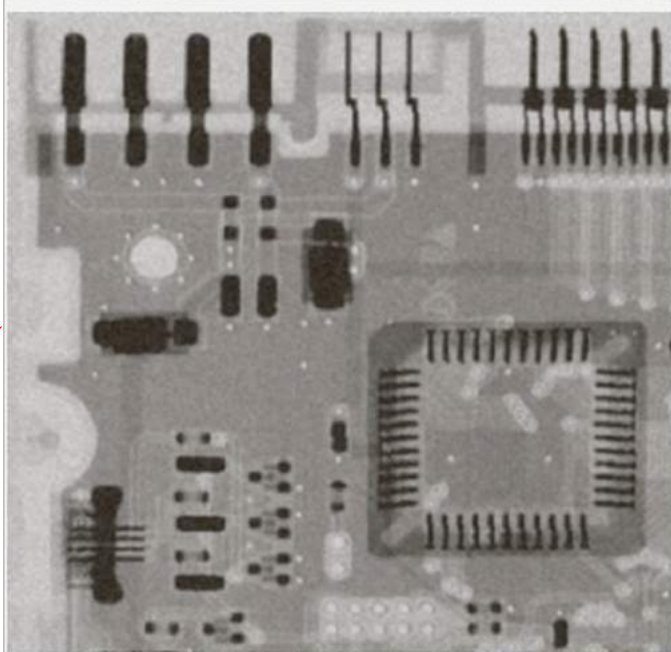


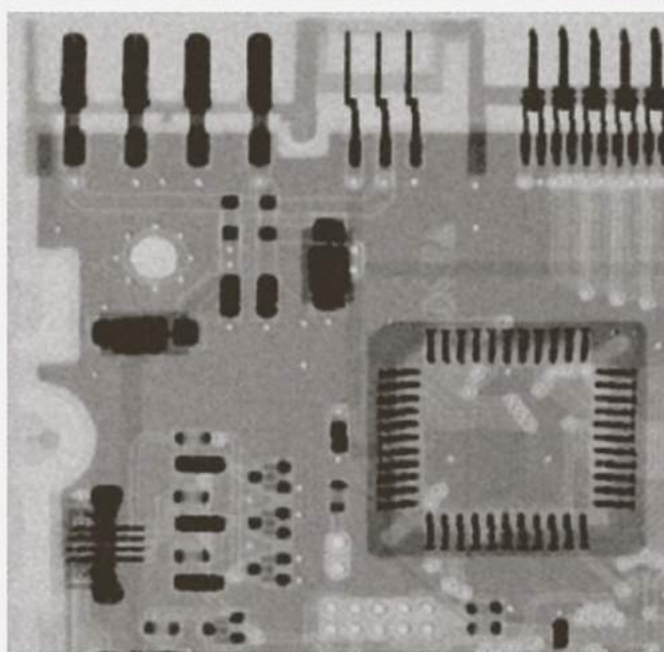
Imagem Corrompida por ruído Gaussiano Aditivo



Filtragem pela Média Aritmética com janela 3x3



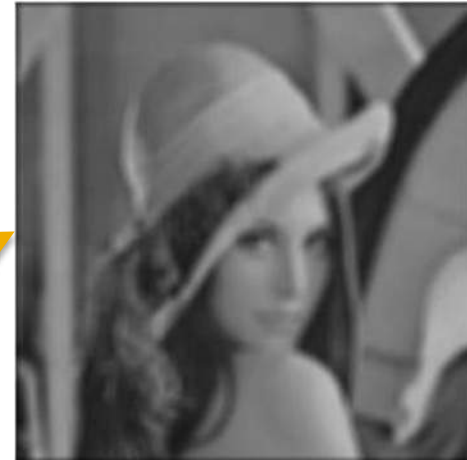
Filtragem pela Média Geométrica com janela 3x3



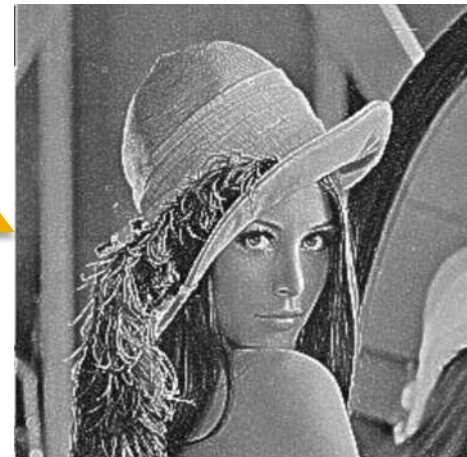
O ruído é componente de alta frequência?



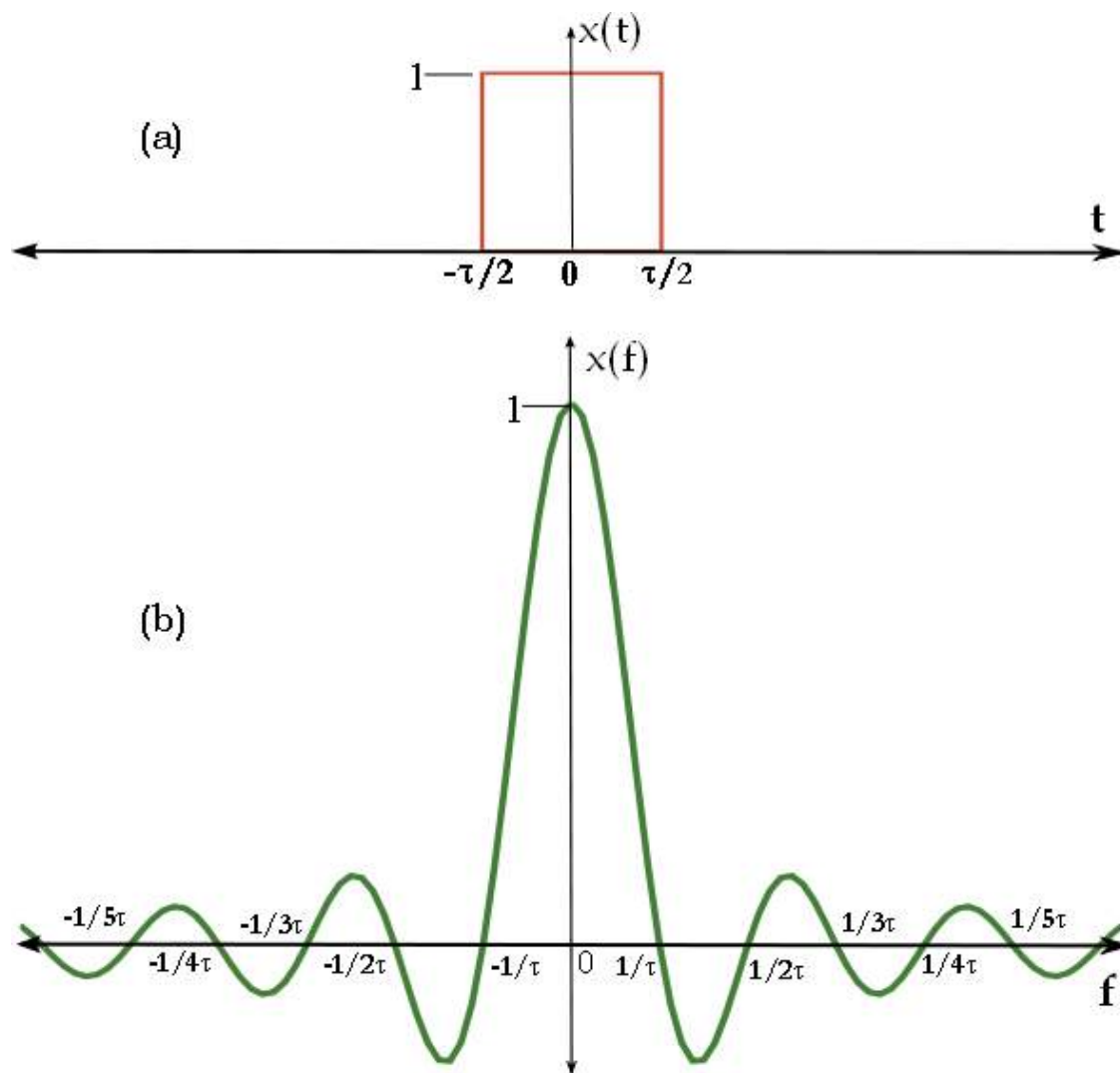
Passa-Baixa



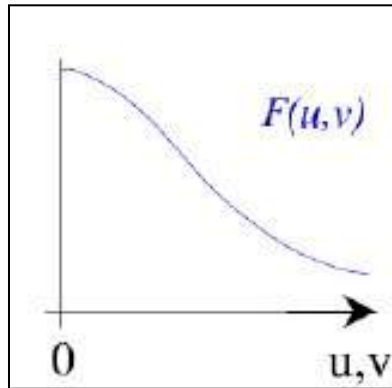
Realce nas altas frequências



Processo de aquisição – passa-baixas

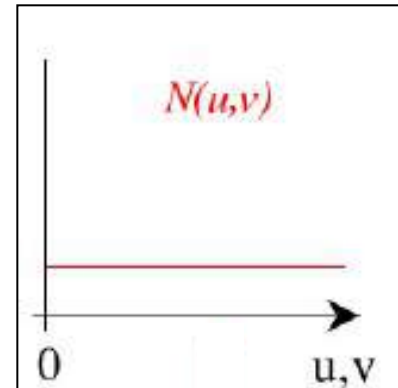


Sinal x Ruído

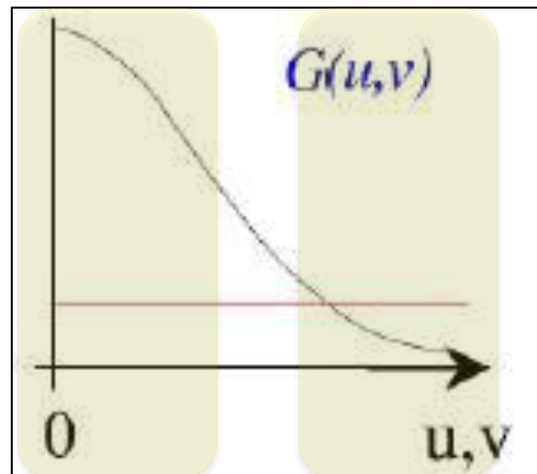


Sinal

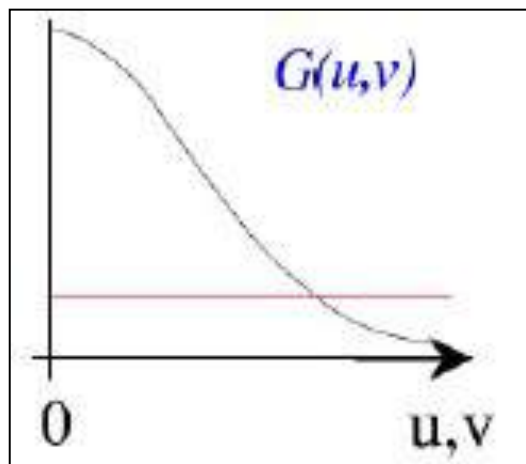
+



Ruído branco



Sinal x Ruído



Passa-Baixa

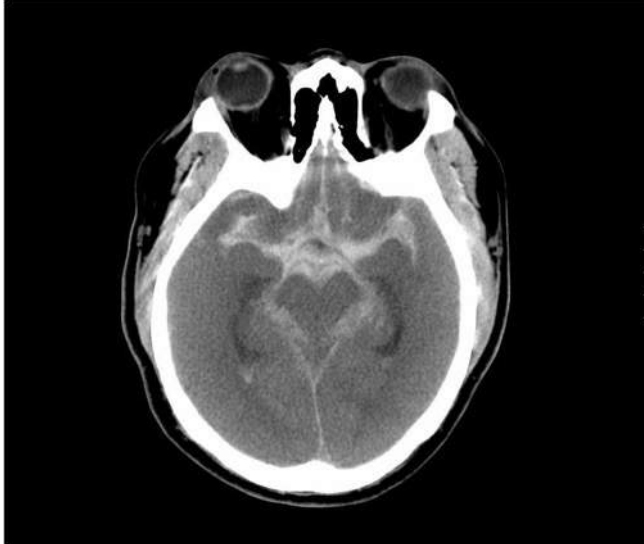


Realce nas altas frequências

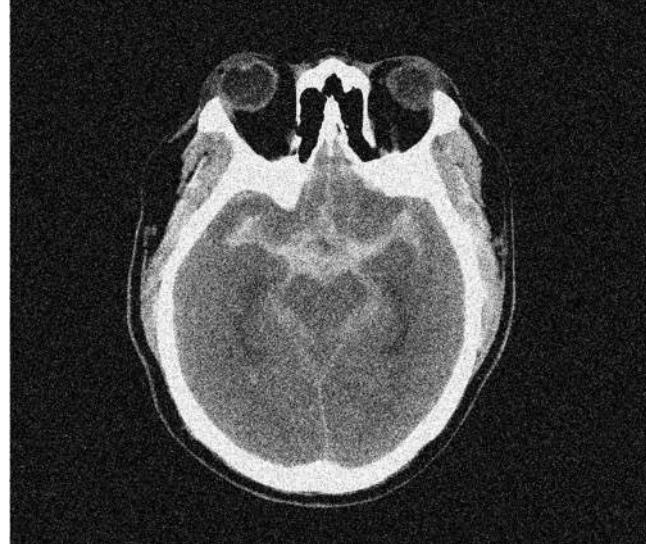


Filtro da média (aritmética)

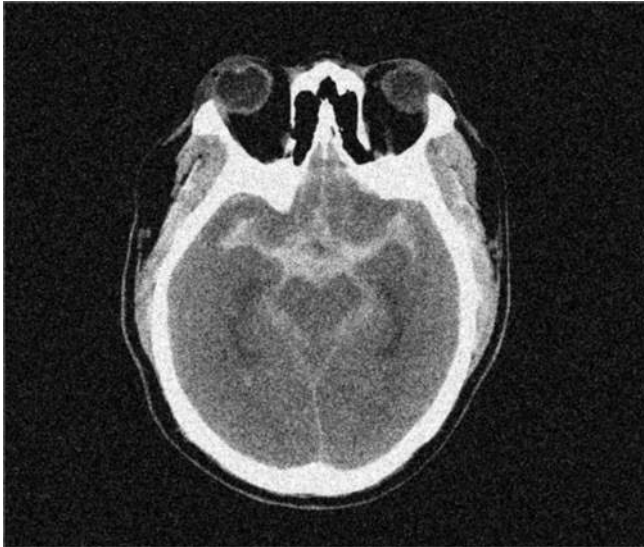
Original



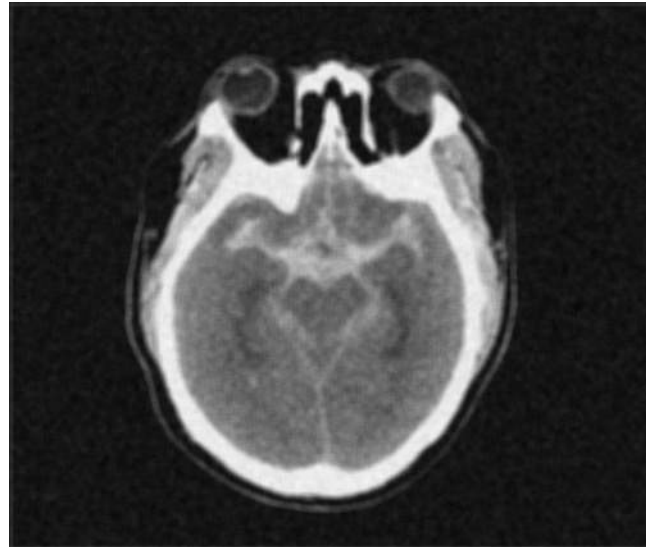
Ruidosa



Média 3x3



Média 9x9



Por que não funciona tão bem?



Ruído AWGN



Imagem sem ruído

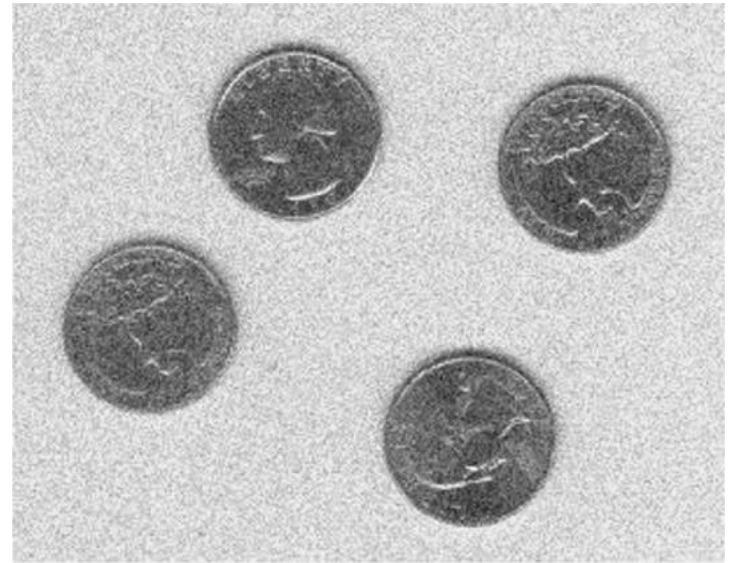


Imagem com ruído
AWGN

Histogramas

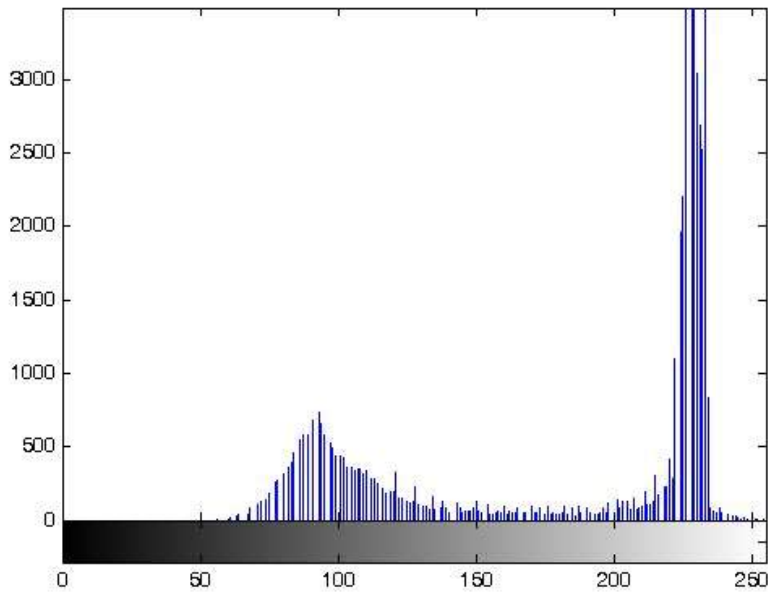


Imagem sem ruído

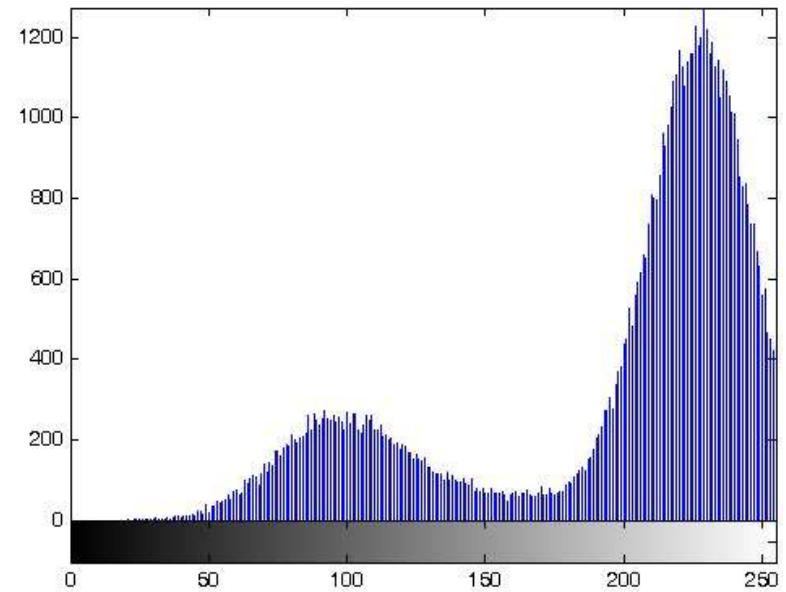


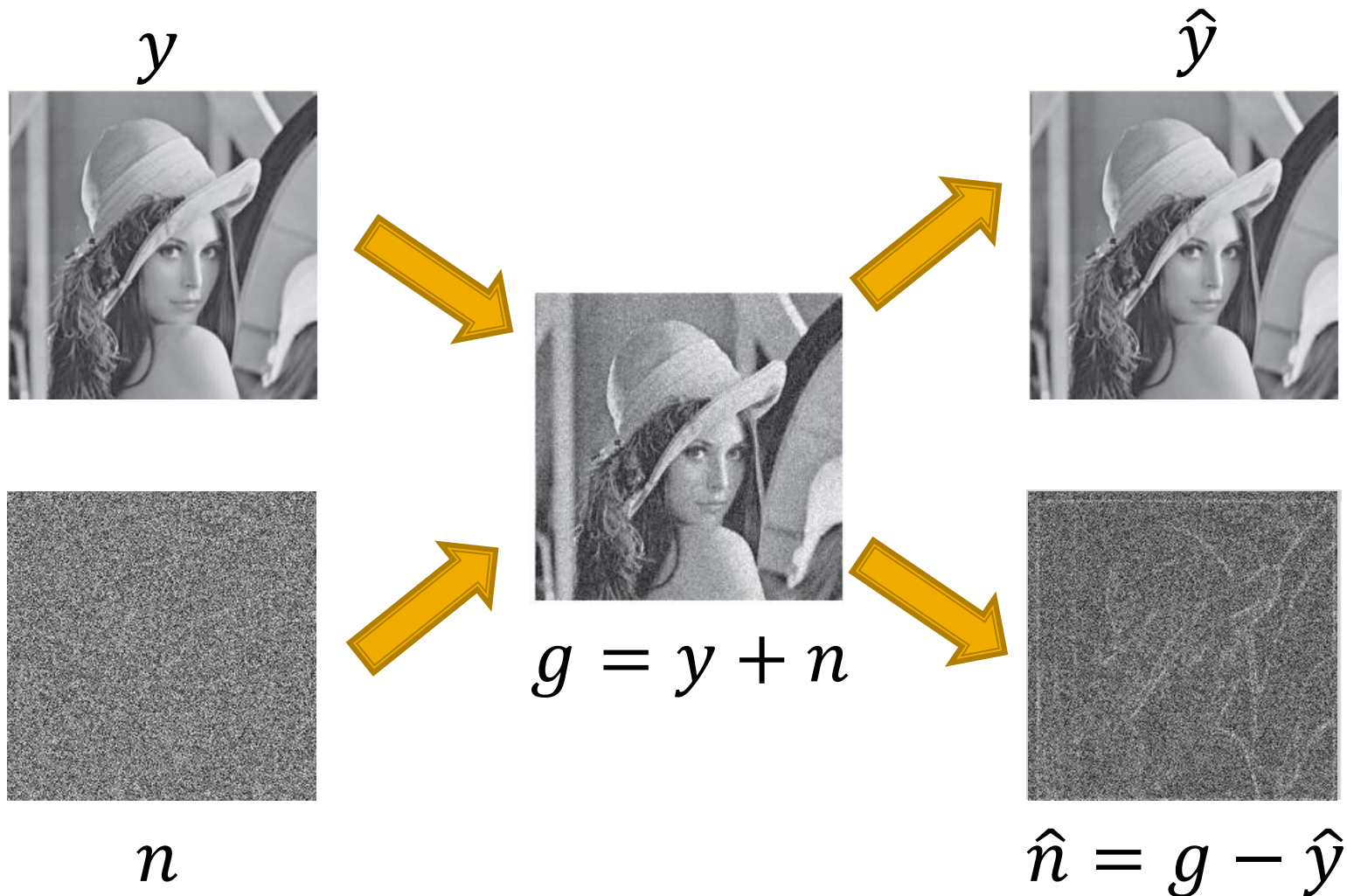
Imagem com ruído
AWGN

O sinal e o ruído são misturados!

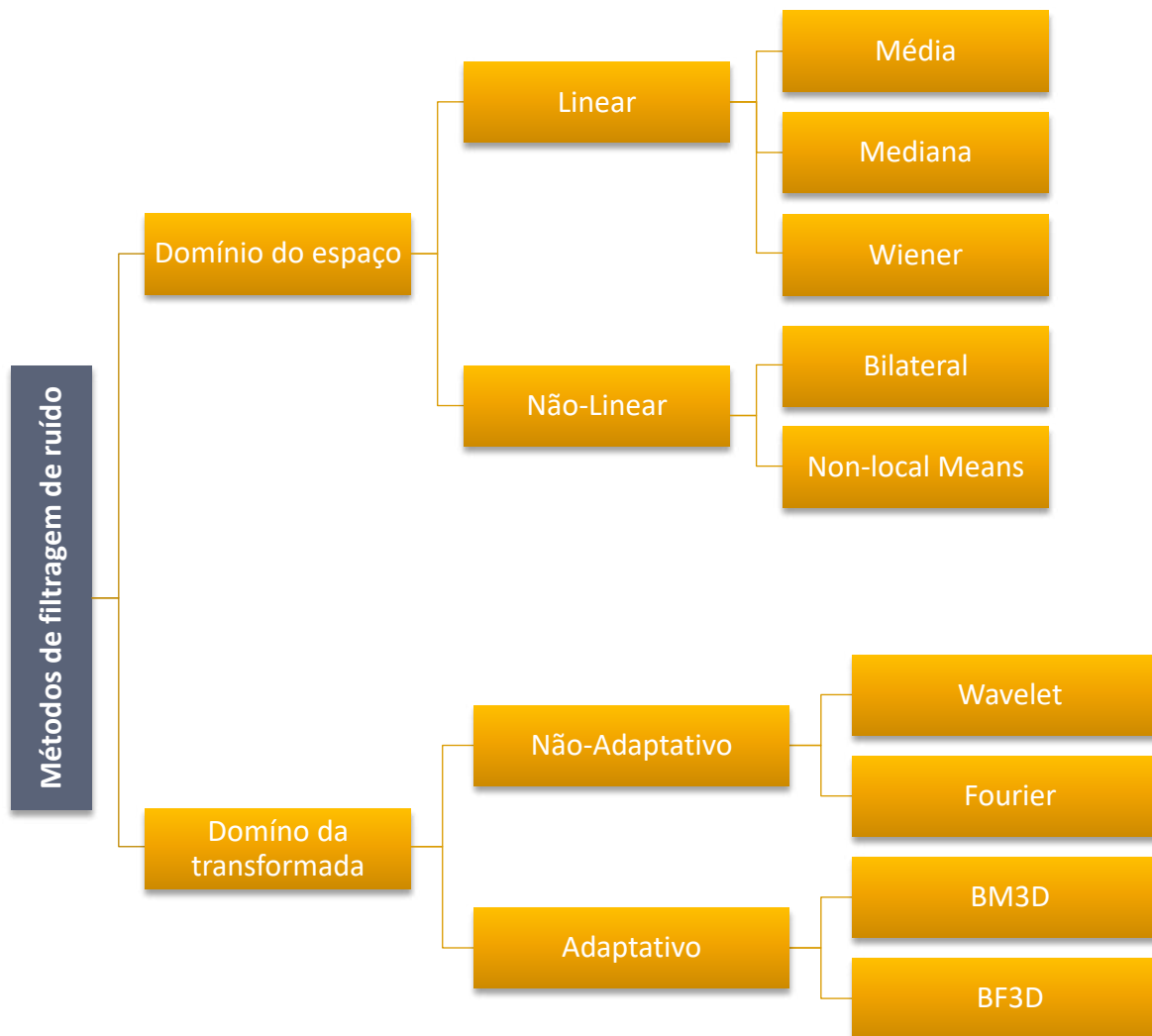
Filtros de média local

- Quando calculamos a média do ruído, fazemos também a média do sinal;
- Em regiões uniformes funciona bem;
- Em regiões com detalhes não funciona;
- Causa borramento (perda de detalhes).

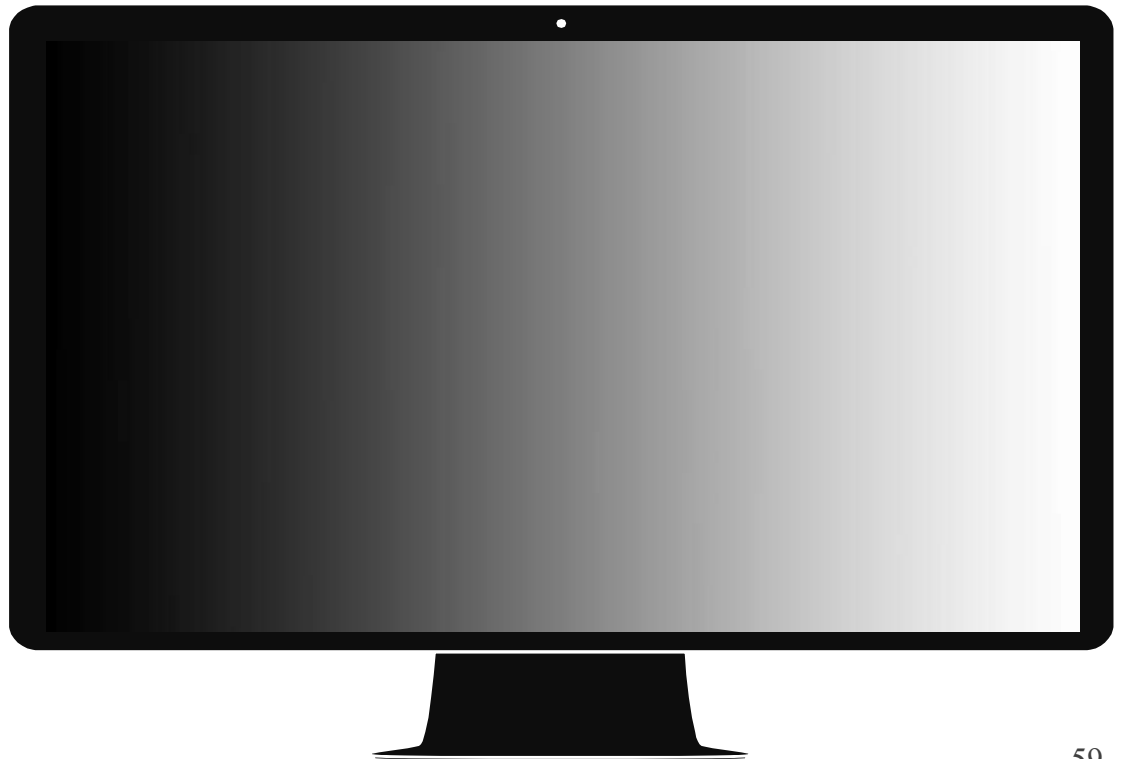
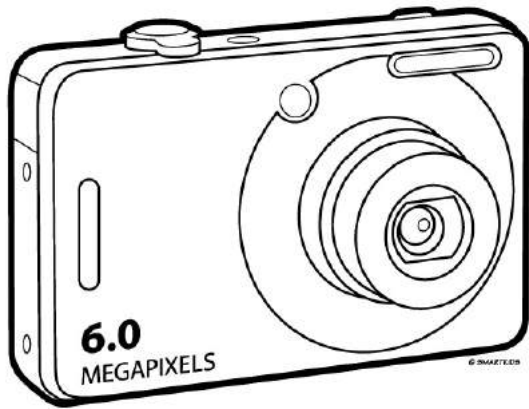
Problema da filtragem de ruído AWGN



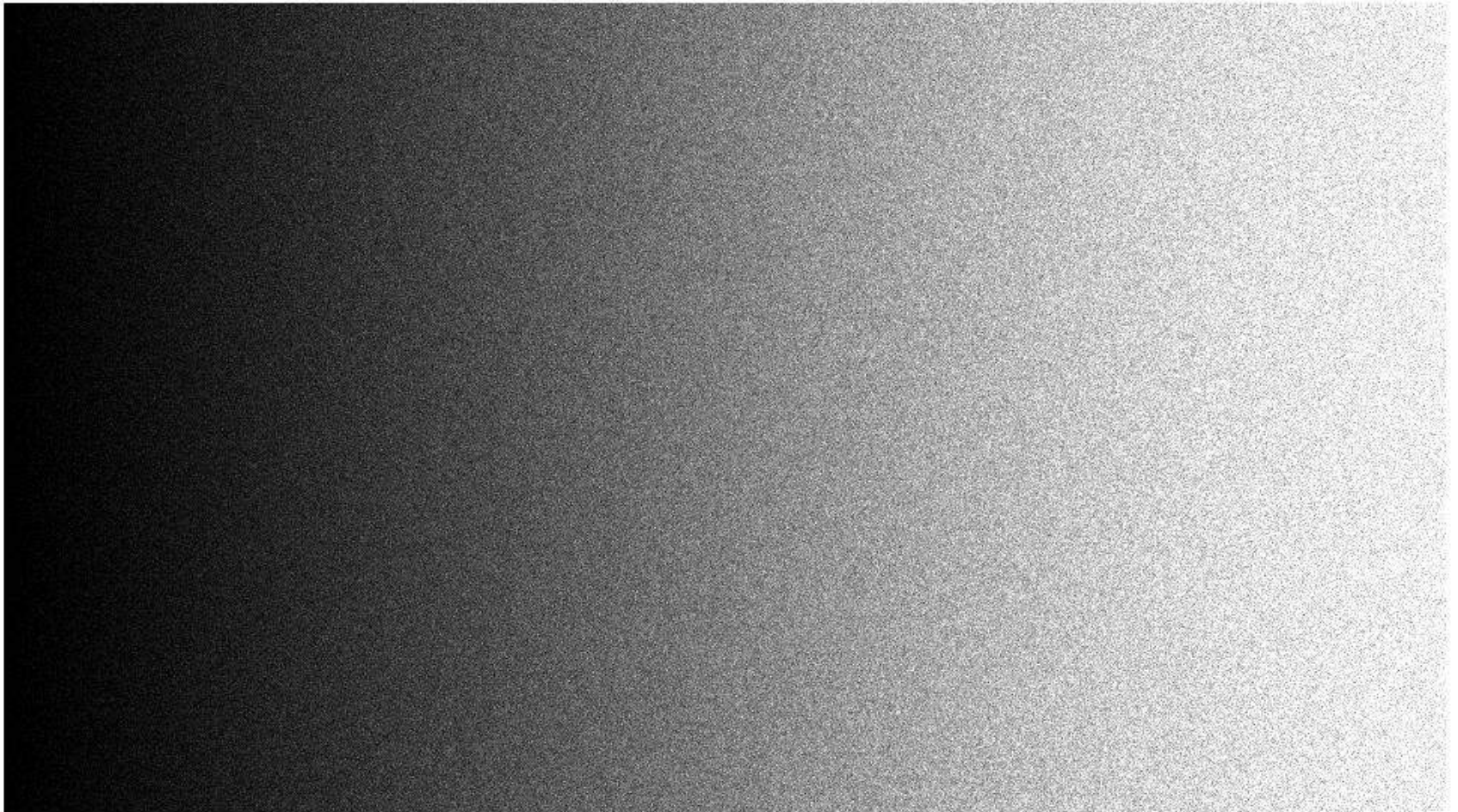
Métodos para filtragem de ruído AWGN



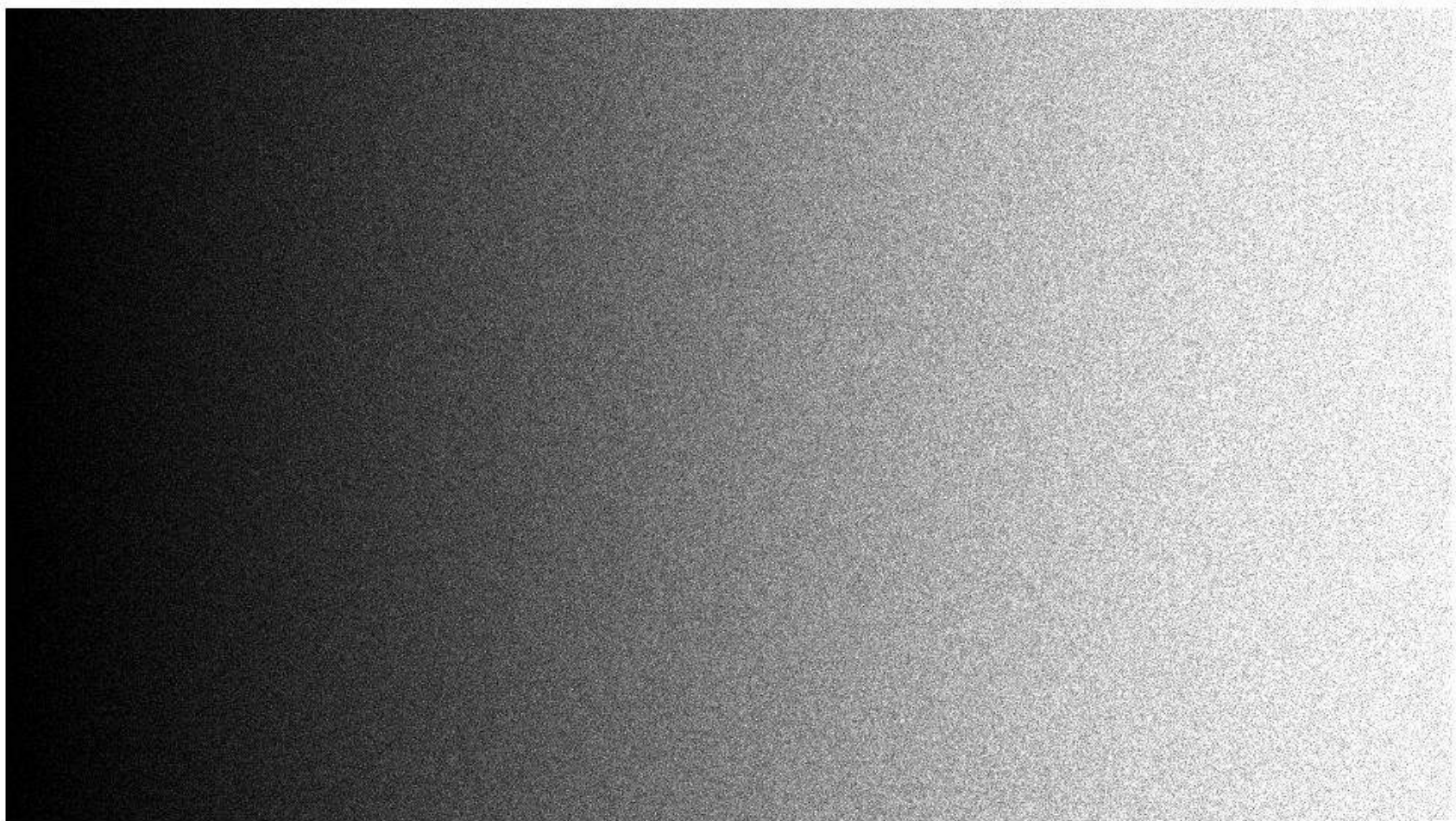
Método ideal filtragem de ruído



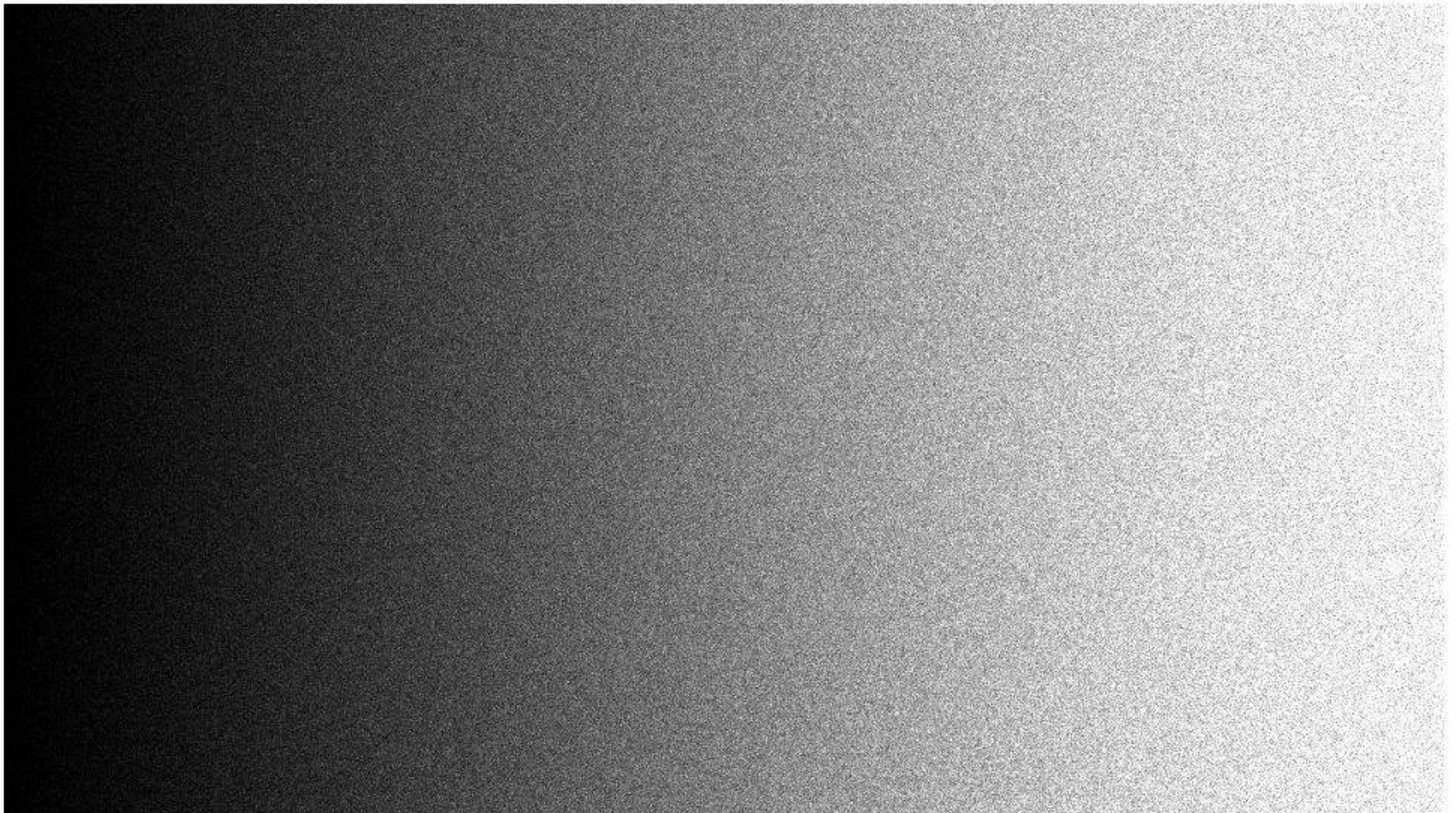
Fotografia #1



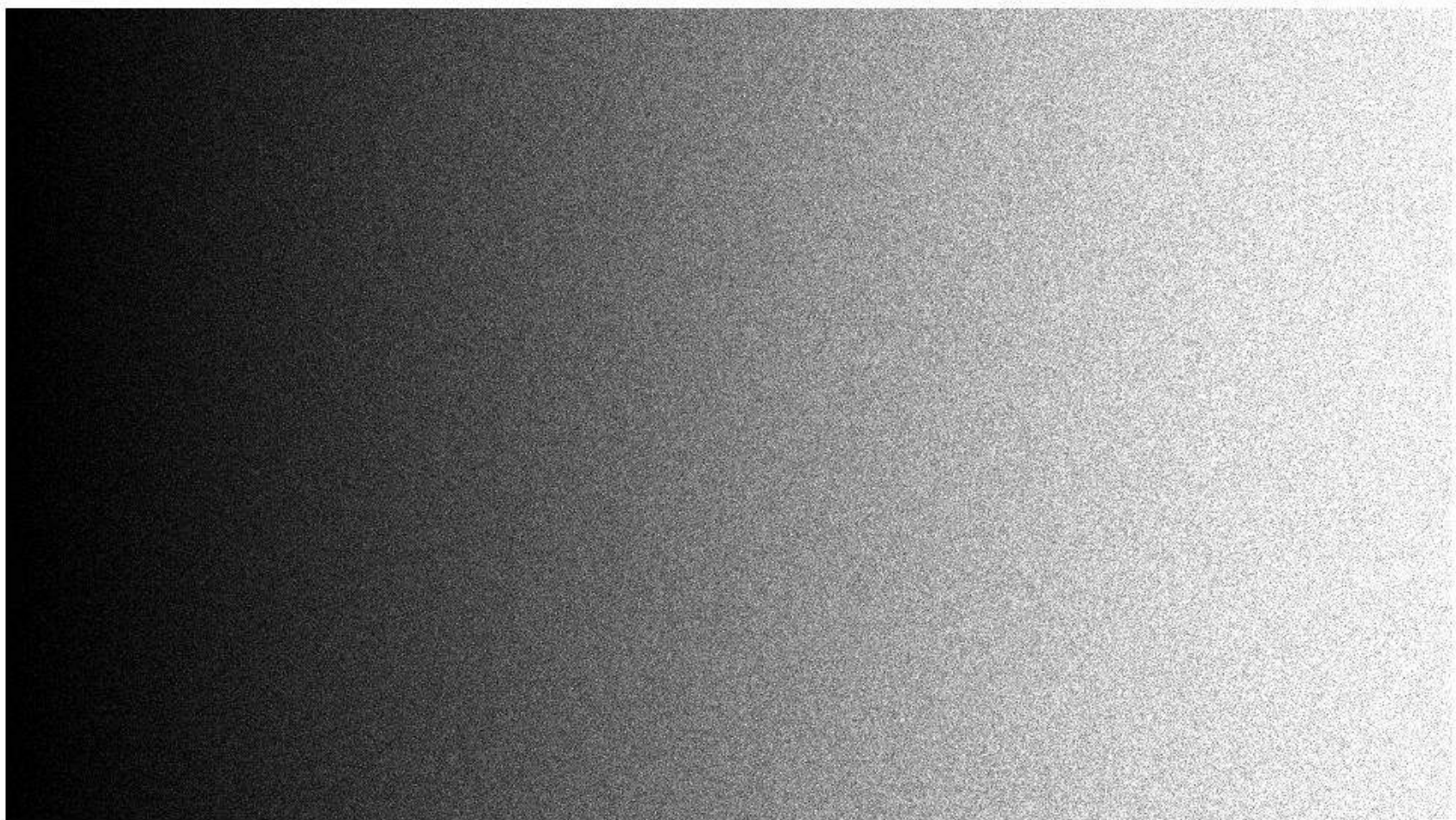
Fotografia #2



Fotografia #3



Fotografia #4



Média de todas as exposições

$$\frac{1}{N} \sum \text{[Image 1]} + \text{[Image 2]} + \dots + \text{[Image N]}$$

=

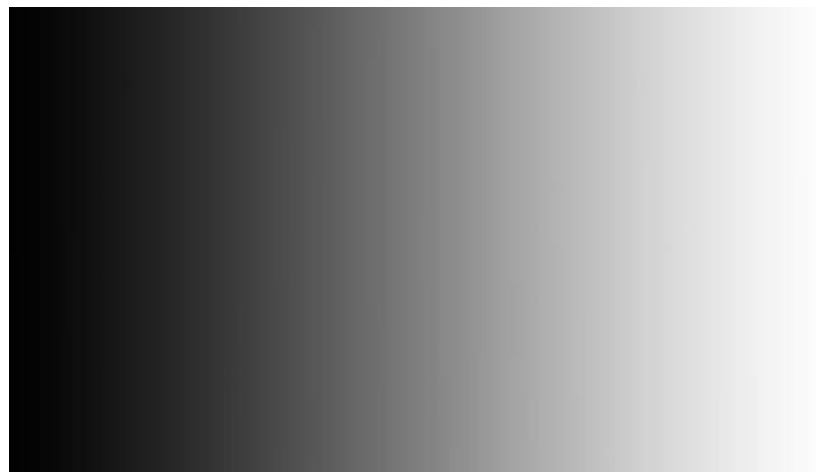


Imagem filtrada

Problemas?

- Só é útil para ruído de média zero;
- Nem sempre é possível obter várias exposições da mesma cena;
- Movimento – causa "borramento";
- Imagens médicas – exposição à radiação;

Desafio:

- Filtrar o ruído a partir de uma única imagem com o mínimo borramento

Filtro de média não-local

Filtro de média não-local



A. Buades

Afiliação desconhecida

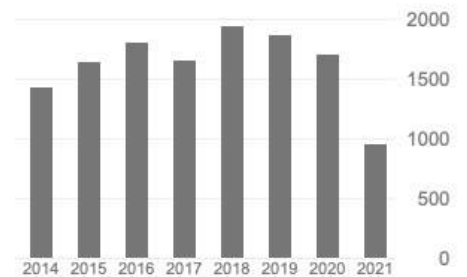
E-mail confirmado em uib.es - [Página inicial](#)

SEGUIR

TÍTULO	CITADO POR	ANO
A non-local algorithm for image denoising A Buades, B Coll, JM Morel 2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern ...	6988	2005
A review of image denoising algorithms, with a new one A Buades, B Coll, JM Morel Multiscale Modeling & Simulation 4 (2), 490-530	5049	2005
Nonlocal image and movie denoising A Buades, B Coll, JM Morel International journal of computer vision 76 (2), 123-139	879	2008
Non-local means denoising A Buades, B Coll, JM Morel Image Processing On Line 1, 208-212	462	2011
Image denoising methods. A new nonlocal principle A Buades, B Coll, JM Morel SIAM review 52 (1), 113-147	440	2010

Citado por [VISUALIZAR TODOS](#)

	Todos	Desde 2016
Citações	17962	9929
Índice h	31	28
Índice i10	45	39



Acesso público [VISUALIZAR TODOS](#)

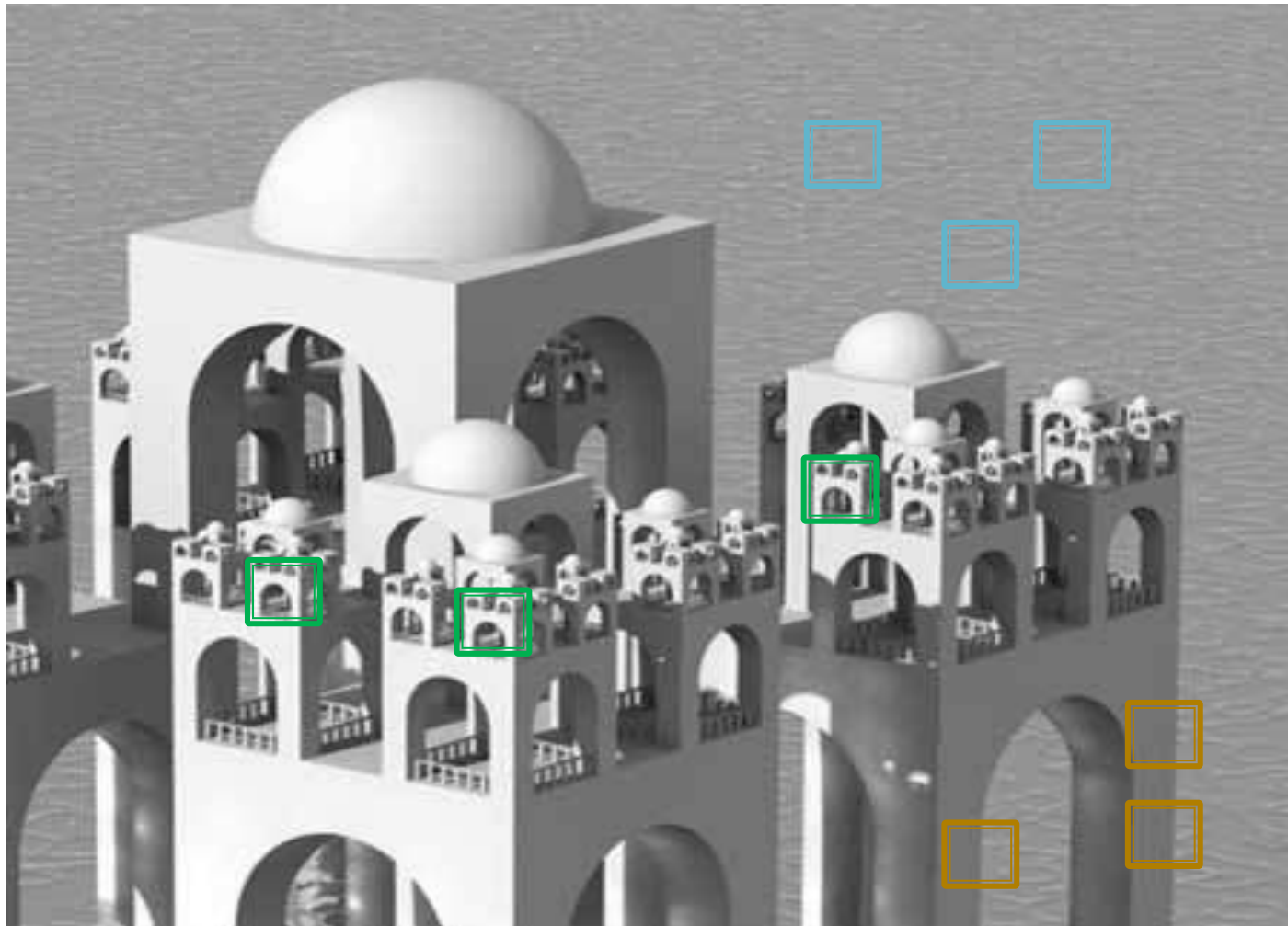
10 artigos	16 artigos
não disponível	disponível

Com base nas autorizações de financiamento

Algoritmo Non-Local Means

- **Premissa principal:** Imagem é redundante.
 - Pequenas regiões tendem a se repetir ao longo da imagem, não necessariamente próximas umas das outras.
- **Portanto:** Buscar por amostras em toda a imagem.
 - Não apenas na vizinhança do pixel sendo processado.

Algoritmo Non-Local Means



Algoritmo Non-Local Means

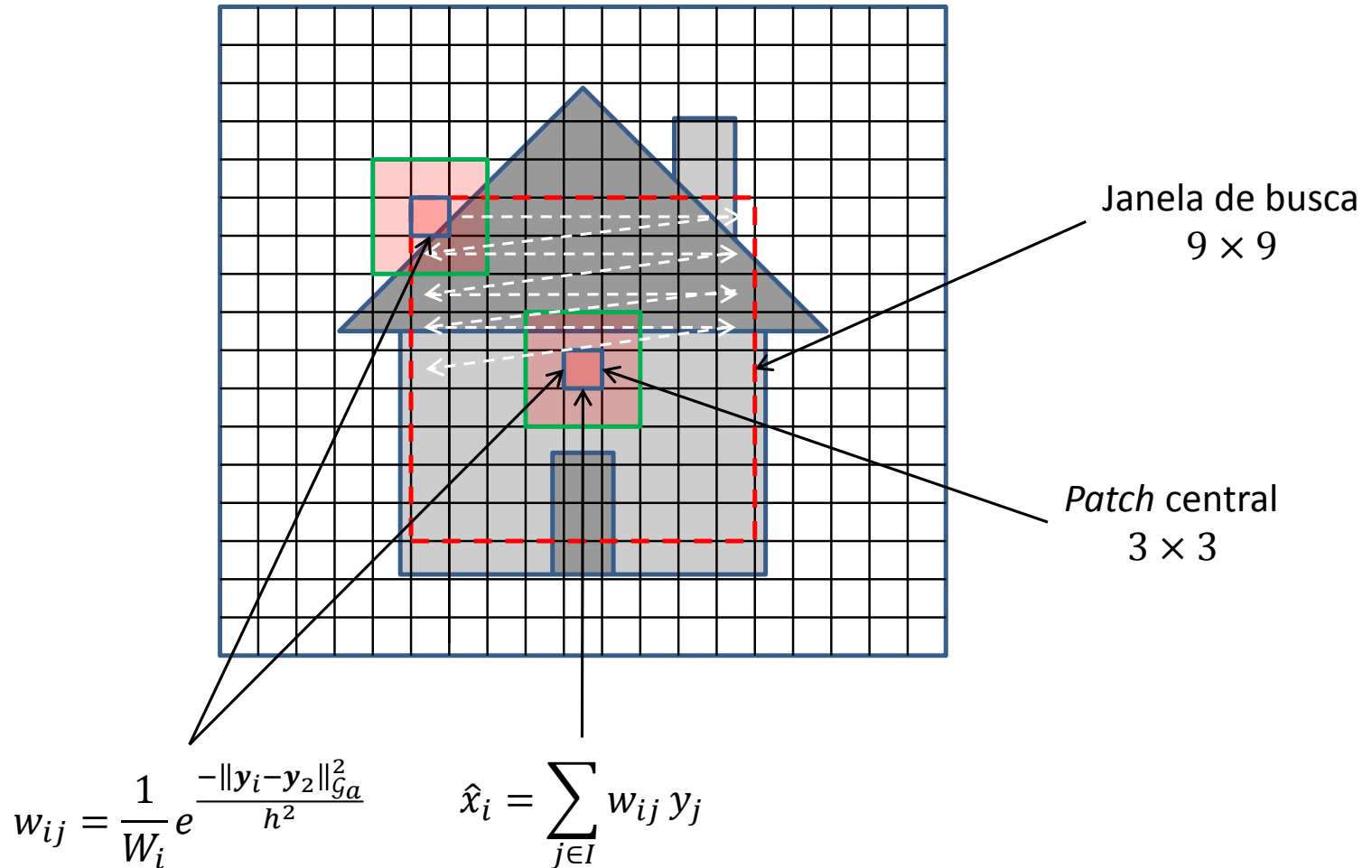
- Estima o valor de um pixel como a média ponderada de todos os outros pixels.

$$\hat{x}_i = \sum_{j \in I} w_{ij} y_j$$

- Os coeficientes do filtro se adaptam aos dados (filtro variante no espaço).

$$w_{ij} = \frac{1}{W_i} e^{\frac{-\|y_i - y_j\|_{G_a}^2}{h^2}}$$

Algoritmo Non-Local Means



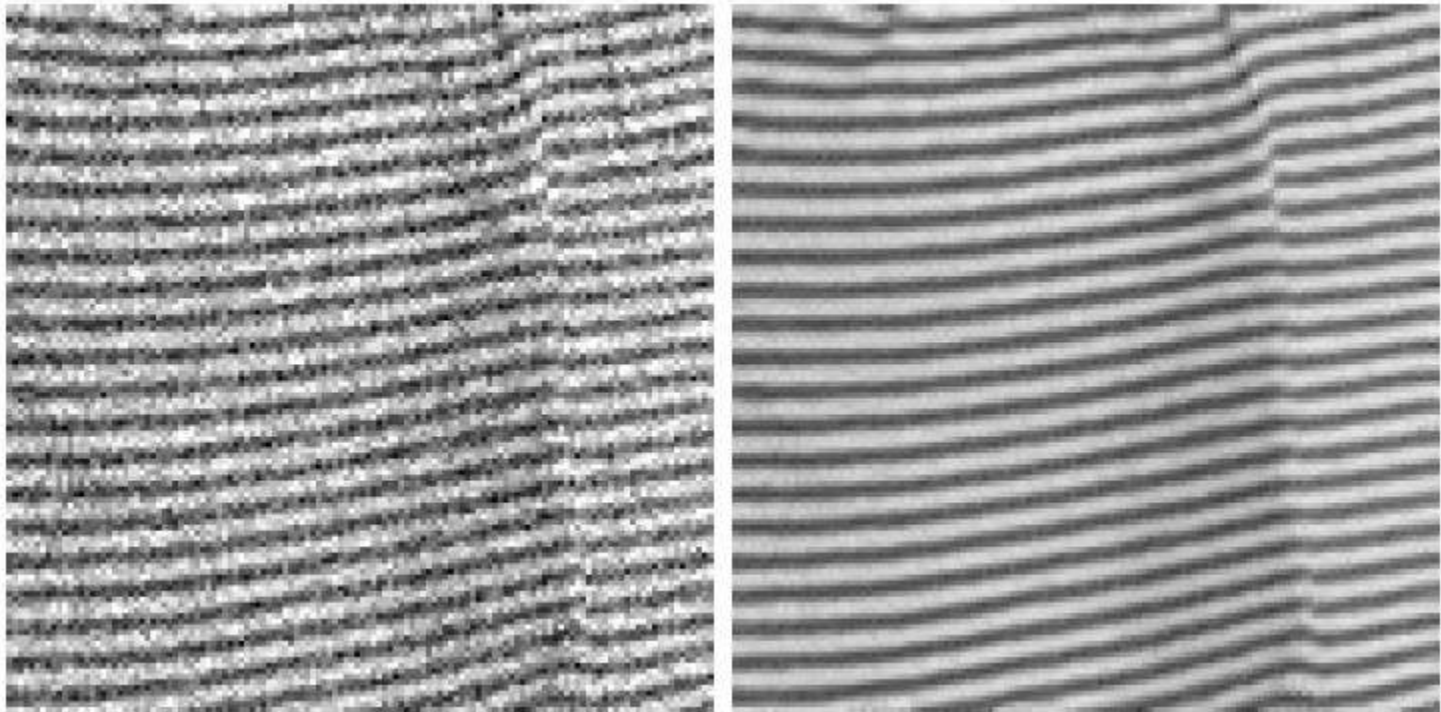
Algoritmo Non-Local Means

- Imagem natural com $\sigma = 20$.



Algoritmo Non-Local Means

Imagem quase periódica com $\sigma = 30$.



Resultados comparativos

Imagem ruidosa



Média local



Filtragem
Anisotrópica



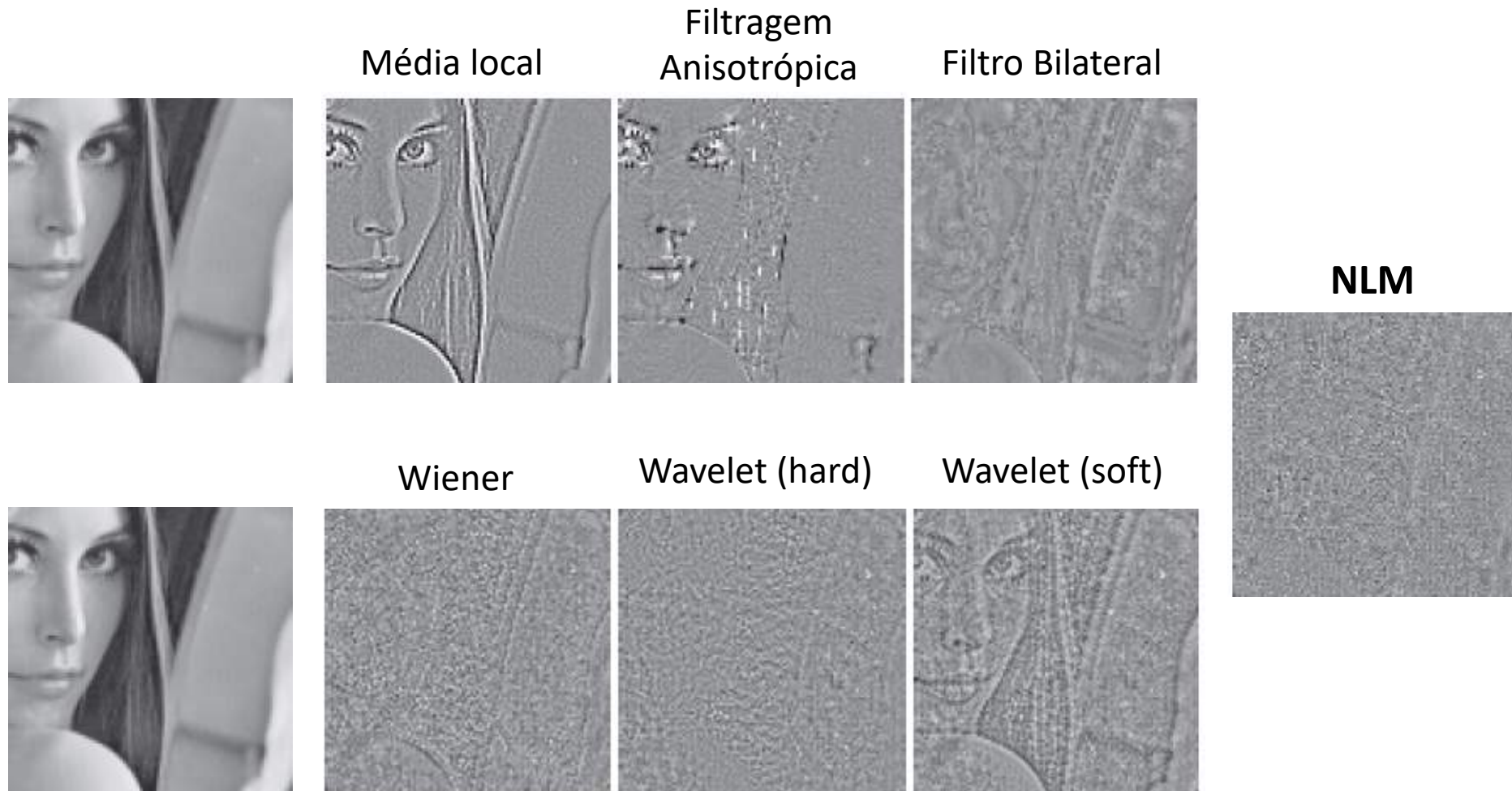
Total Variation



NLM

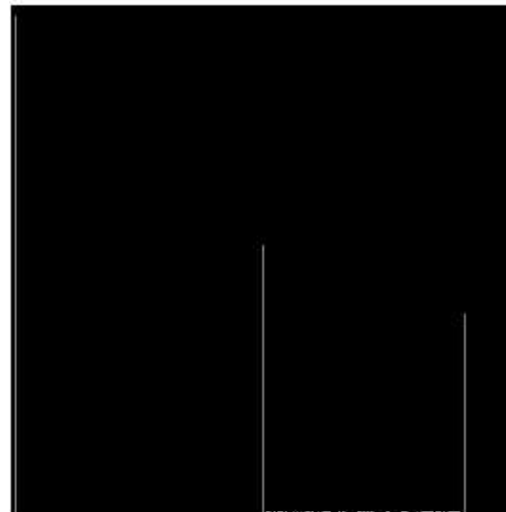
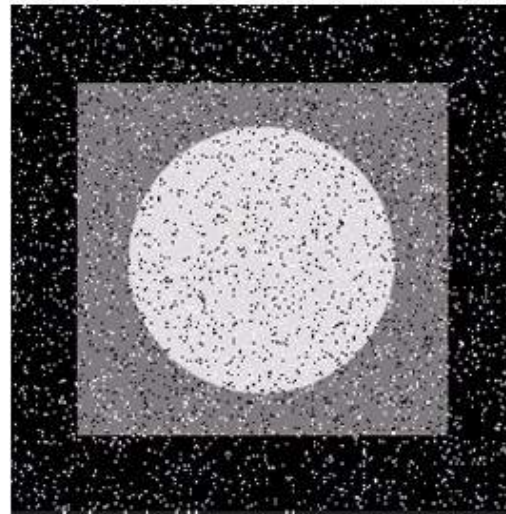


Resultados comparativos - resíduos



Ruído impulsivo ("sal e pimenta")

Ruído impulsivo



Salt & Pepper

Ruído “sal e pimenta”

Imagem original

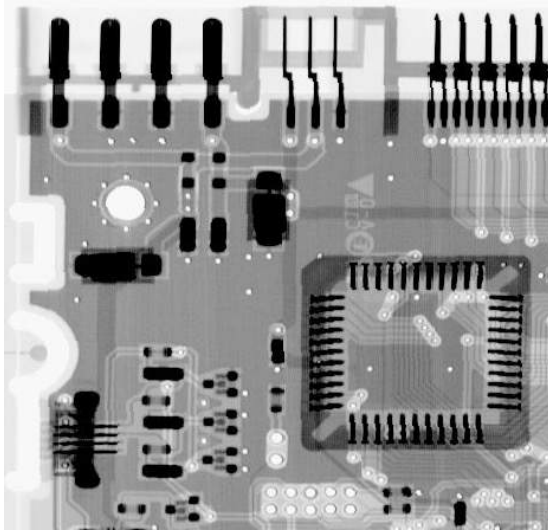
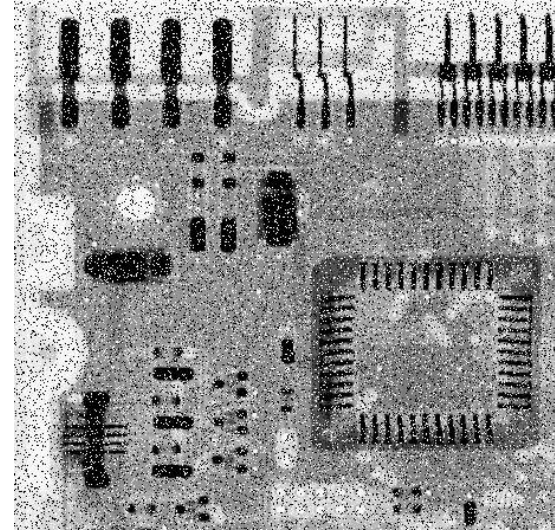
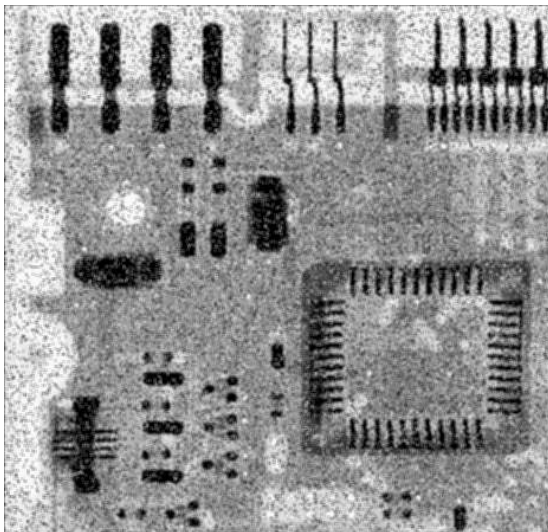


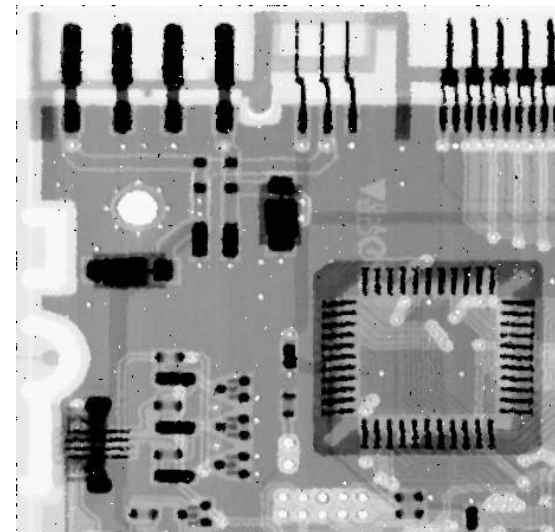
Imagem com ruído “sal e pimenta”



Média da Vizinhança 3 x 3



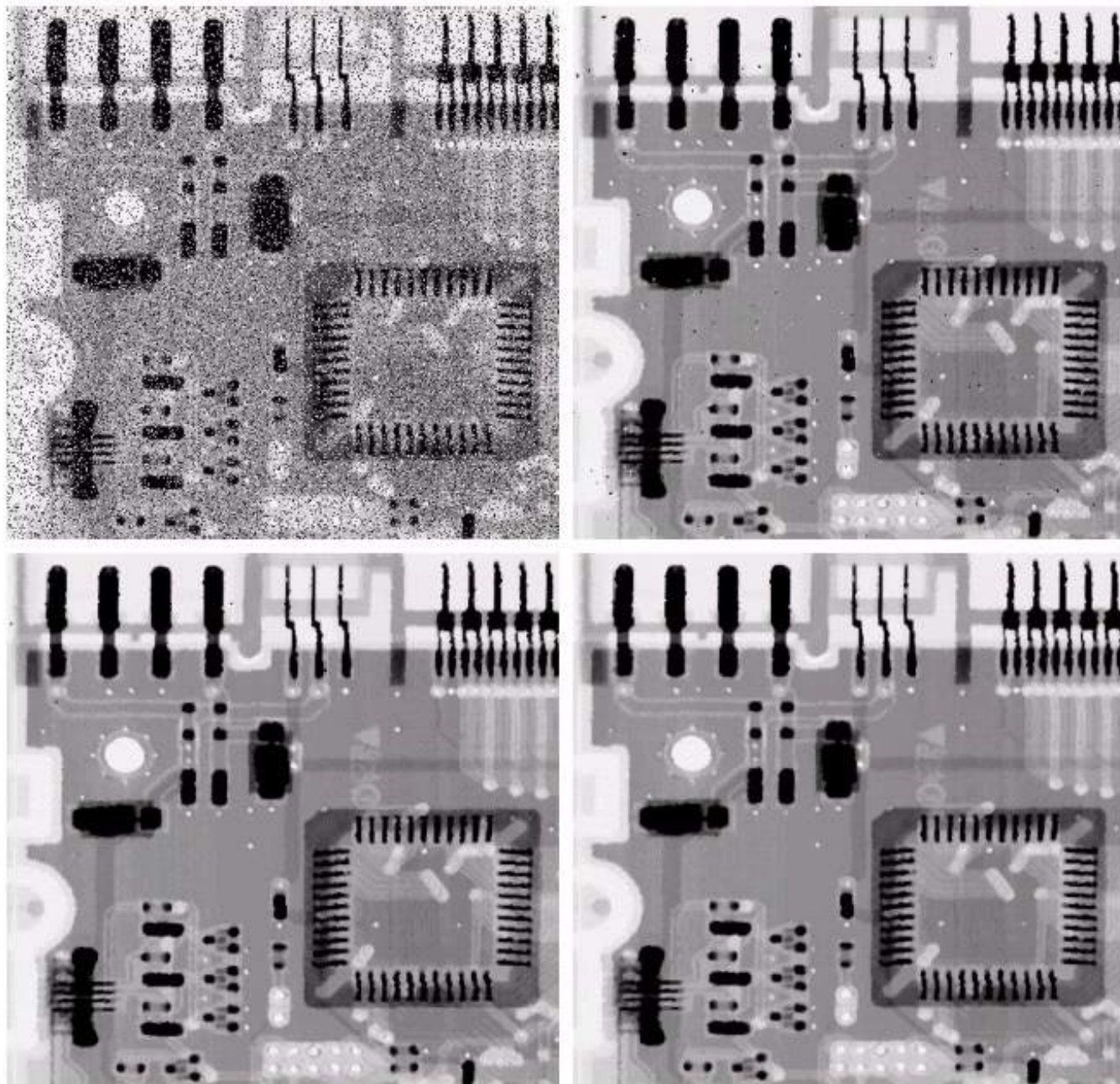
Filtragem Mediana 3 x 3



a b
c d

FIGURE 5.10

(a) Image corrupted by salt-and-pepper noise with probabilities $P_a = P_b = 0.1$.
(b) Result of one pass with a median filter of size 3×3 .
(c) Result of processing (b) with this filter.
(d) Result of processing (c) with the same filter.

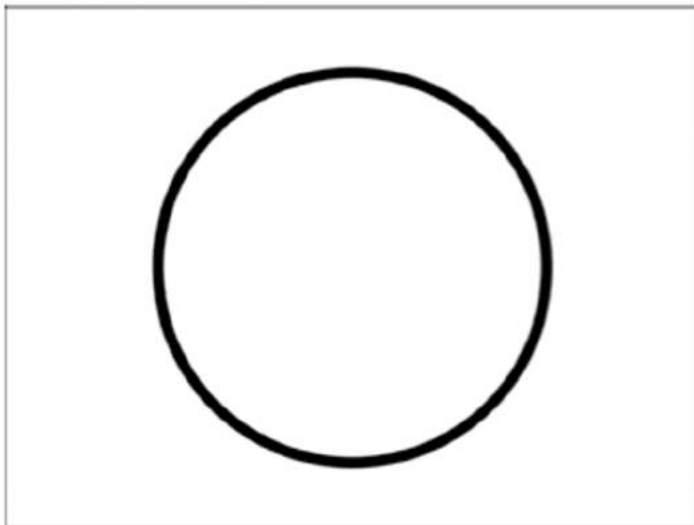
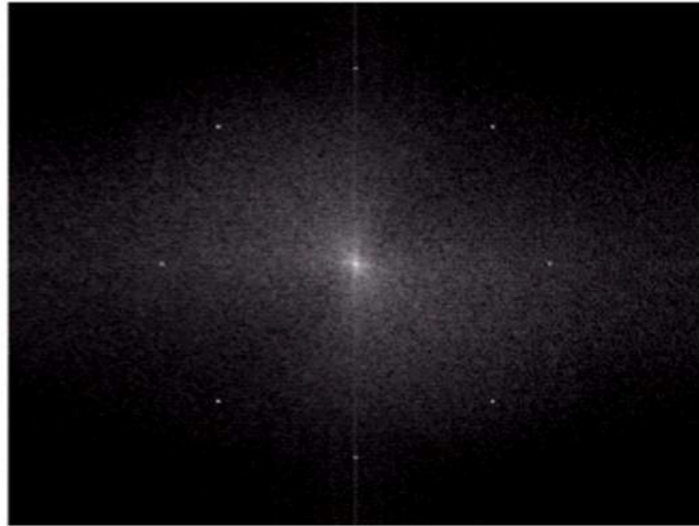
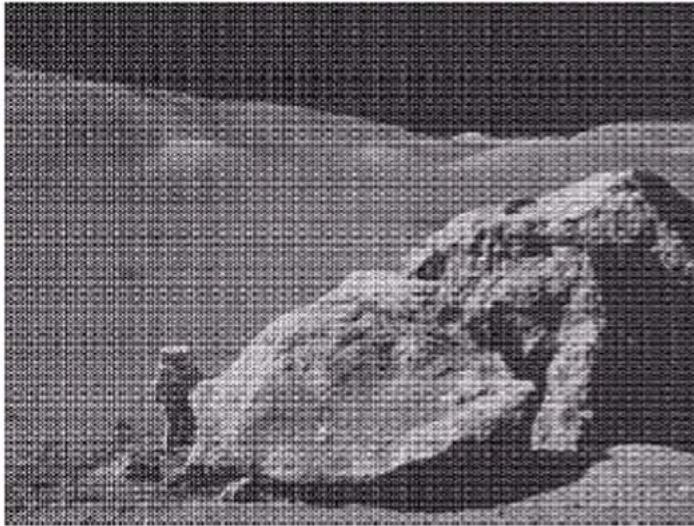


Ruído periódico

Ruído periódico

- Causado por interferências eletromagnéticas ou mecânicas
- Ruído sistemático: não aleatório
- Remover ruído periódico - filtros no domínio da frequência:
 - Rejeita Banda
 - Notch

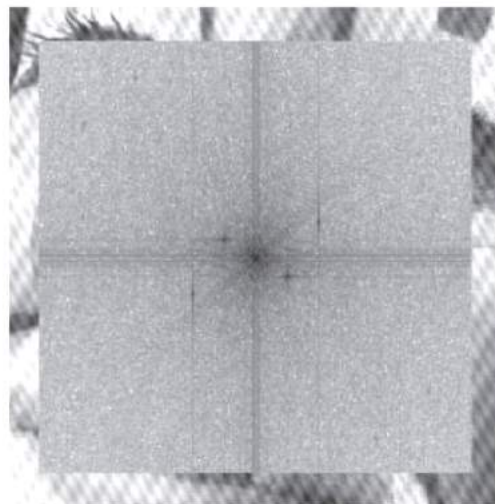
Filtro Rejeita-Banda Ideal



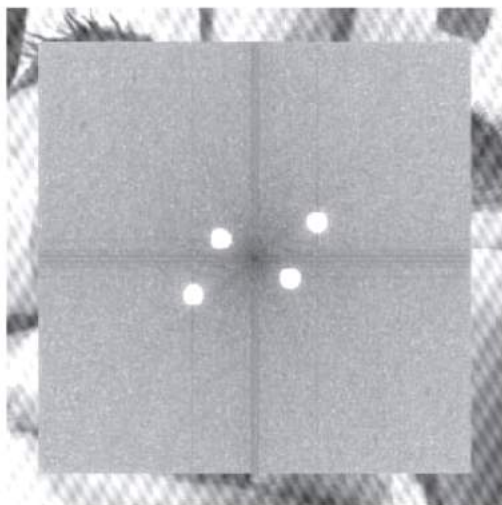
Filtros *Notch Reject*



(a)

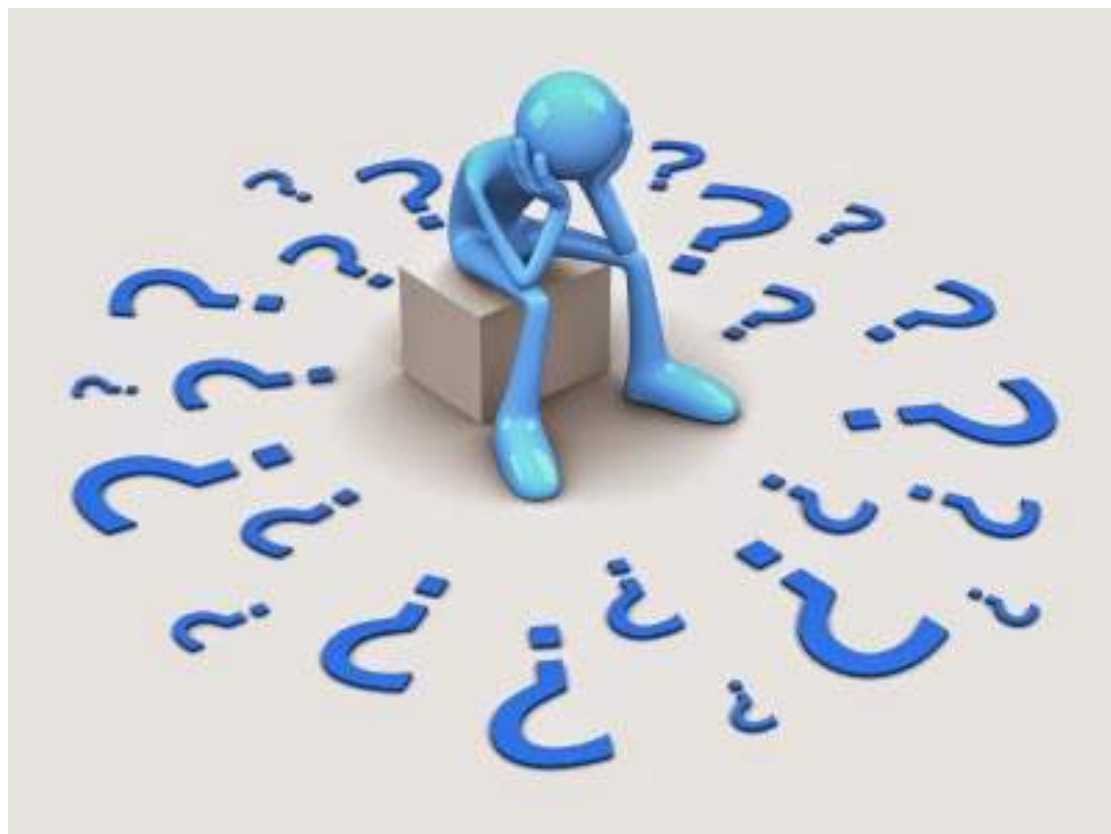


(b)

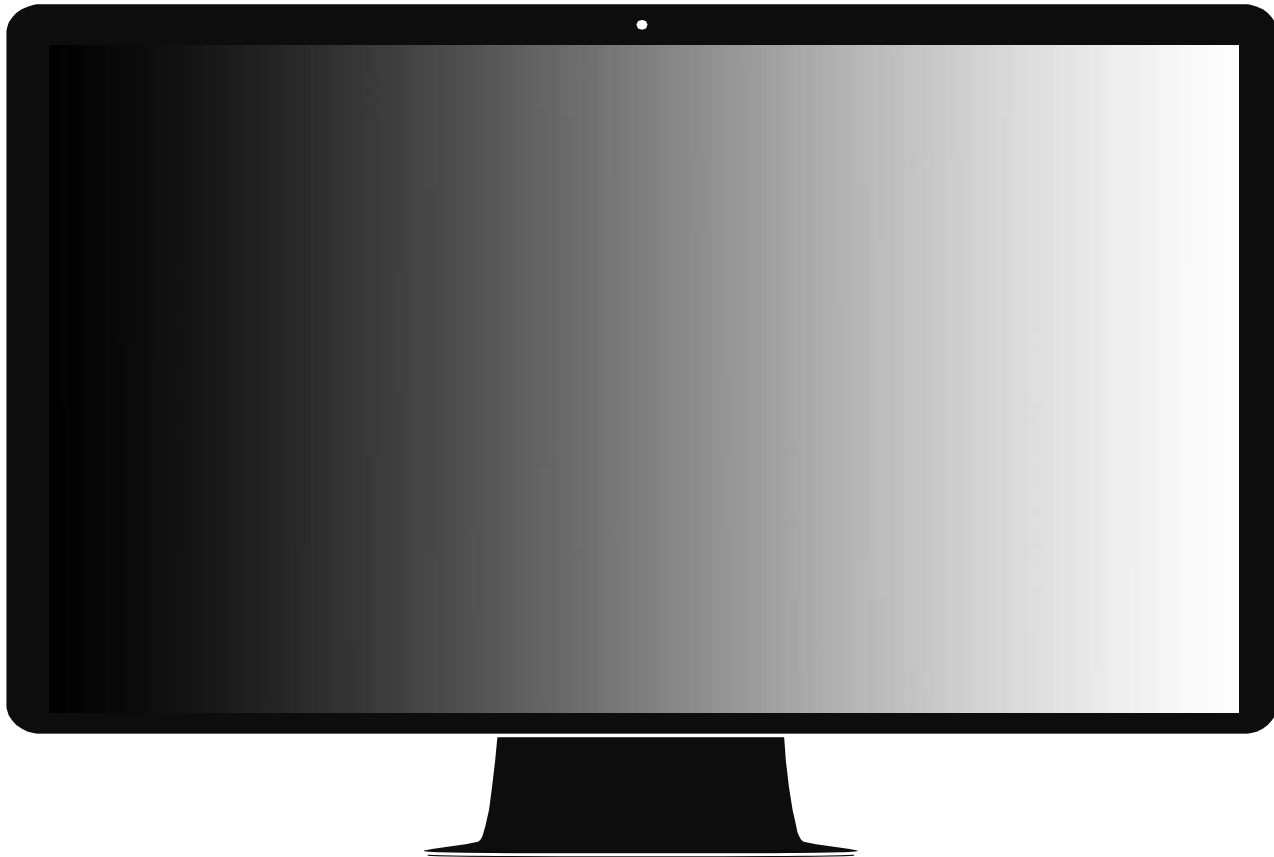


Ruído quântico

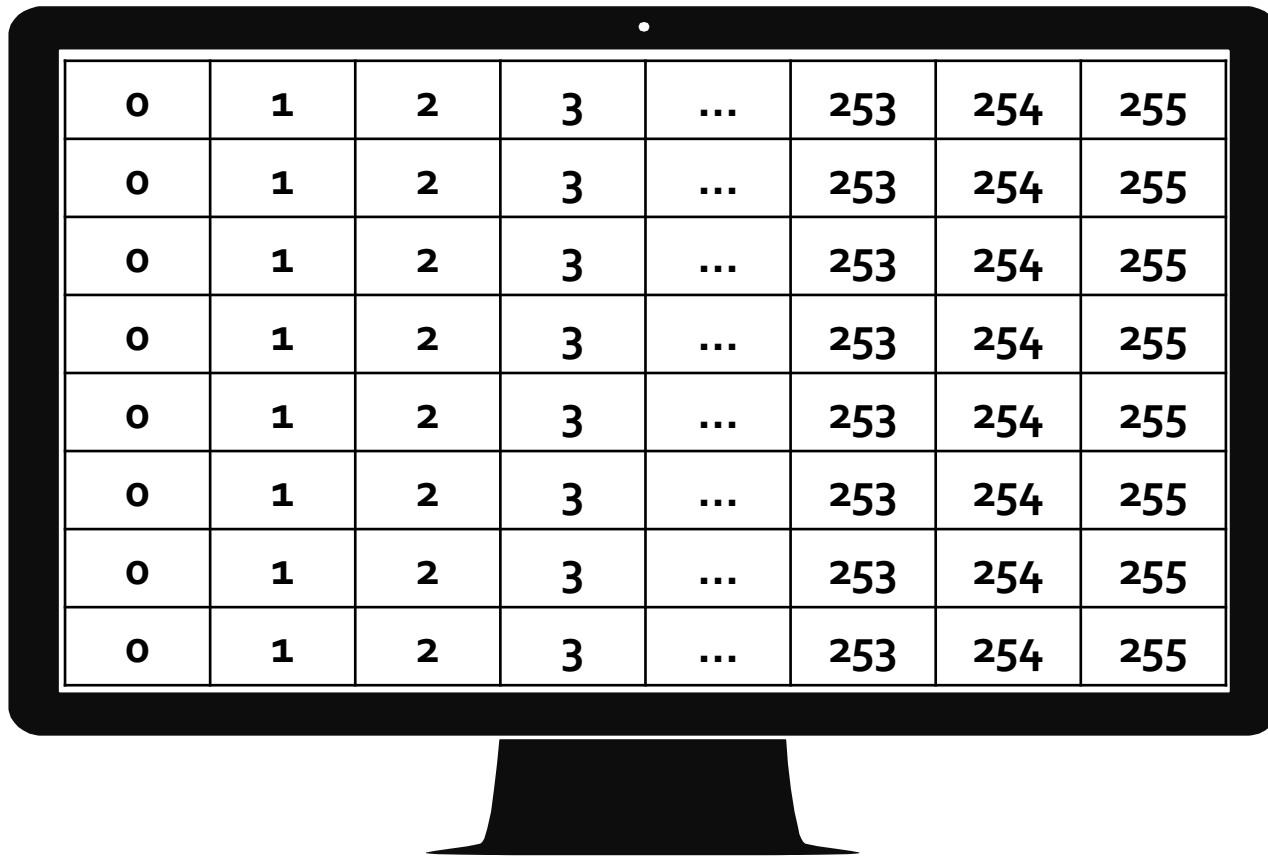
O que é o ruído quântico?



Considere uma imagem digital feita em computador (sintética)



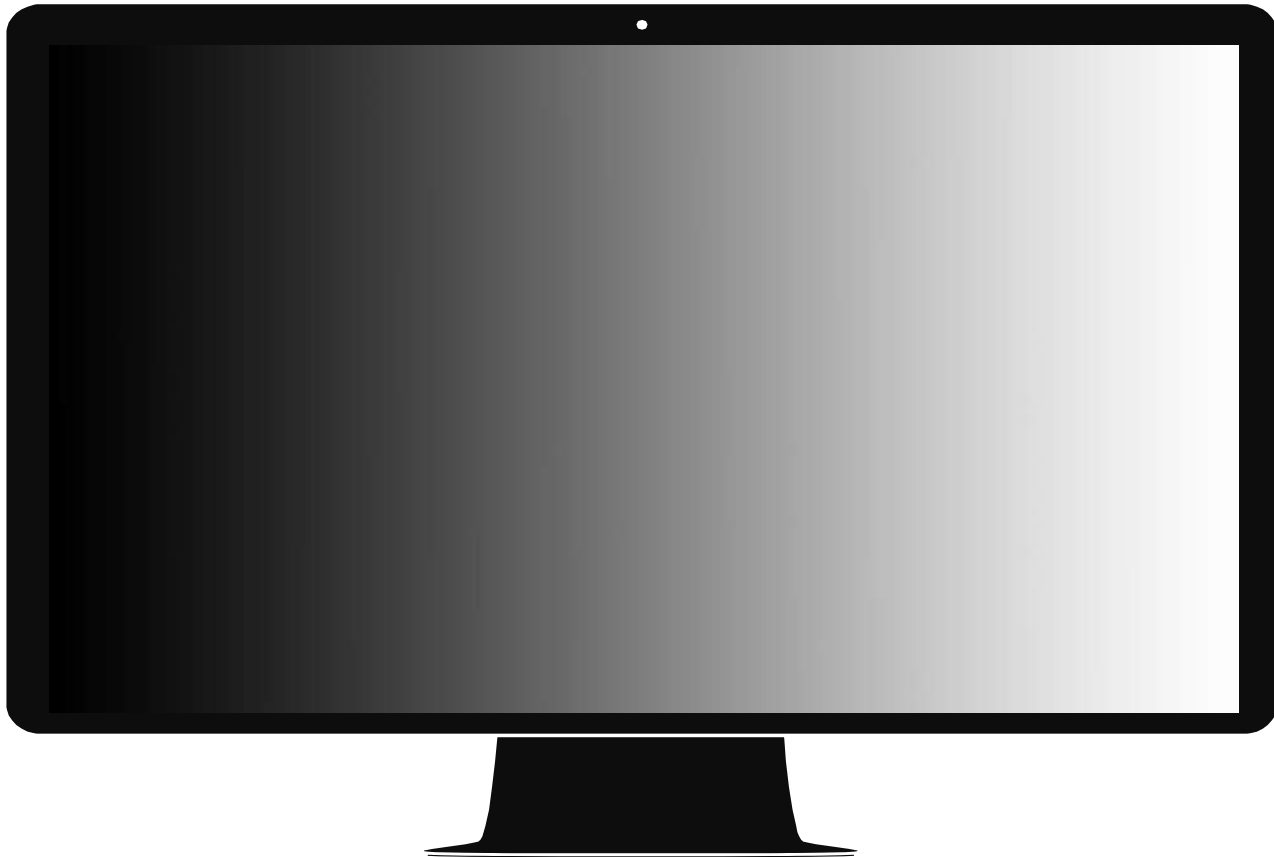
Considere uma imagem digital feita em computador (sintética)



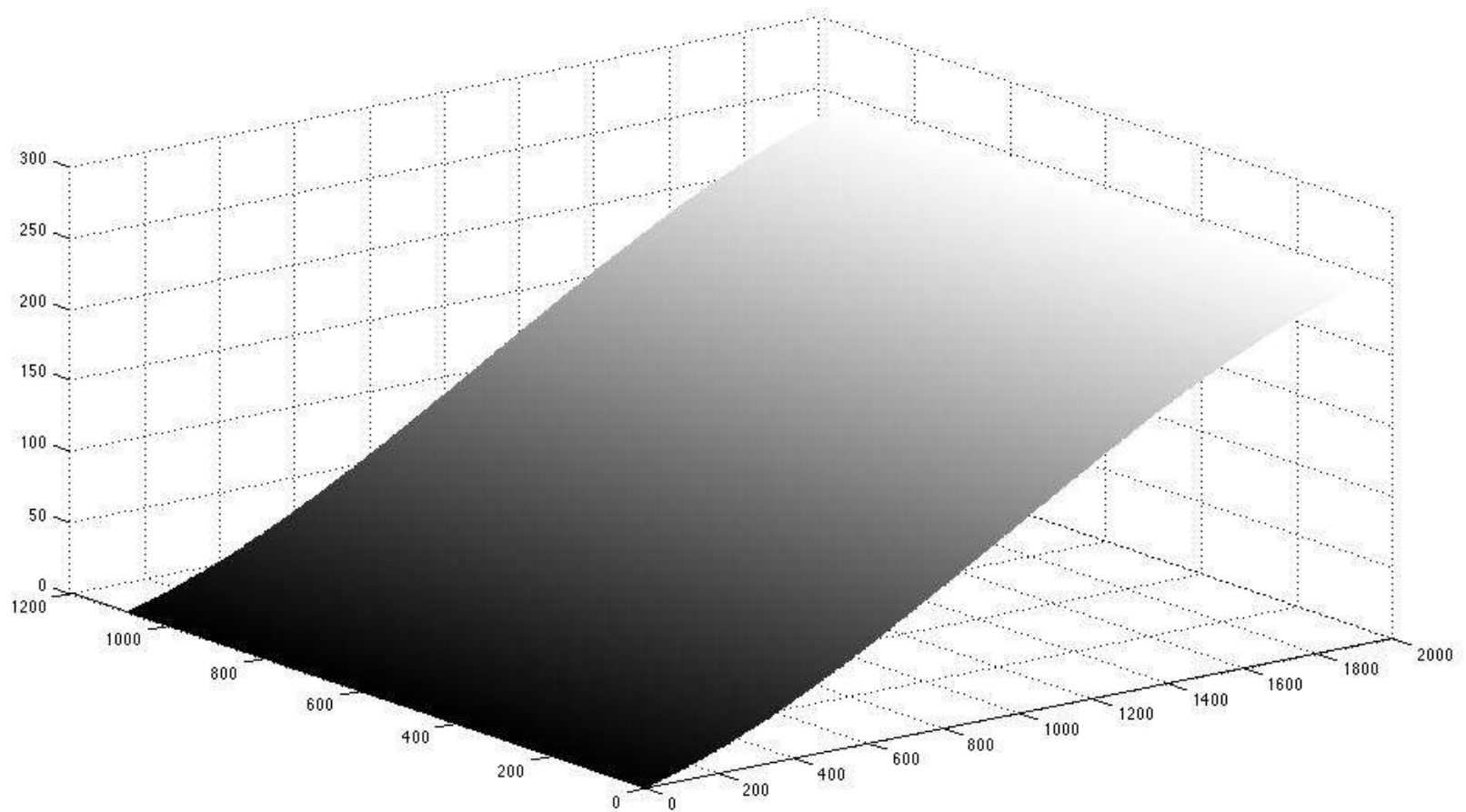
A computer monitor is shown with a grid of pixel values on its screen. The grid consists of 8 rows and 8 columns. The first four columns are labeled 0, 1, 2, and 3. The fifth column contains an ellipsis (...). The last three columns are labeled 253, 254, and 255. All cells in the grid contain the same values: 0, 1, 2, 3, ..., 253, 254, 255.

0	1	2	3	...	253	254	255
0	1	2	3	...	253	254	255
0	1	2	3	...	253	254	255
0	1	2	3	...	253	254	255
0	1	2	3	...	253	254	255
0	1	2	3	...	253	254	255
0	1	2	3	...	253	254	255
0	1	2	3	...	253	254	255

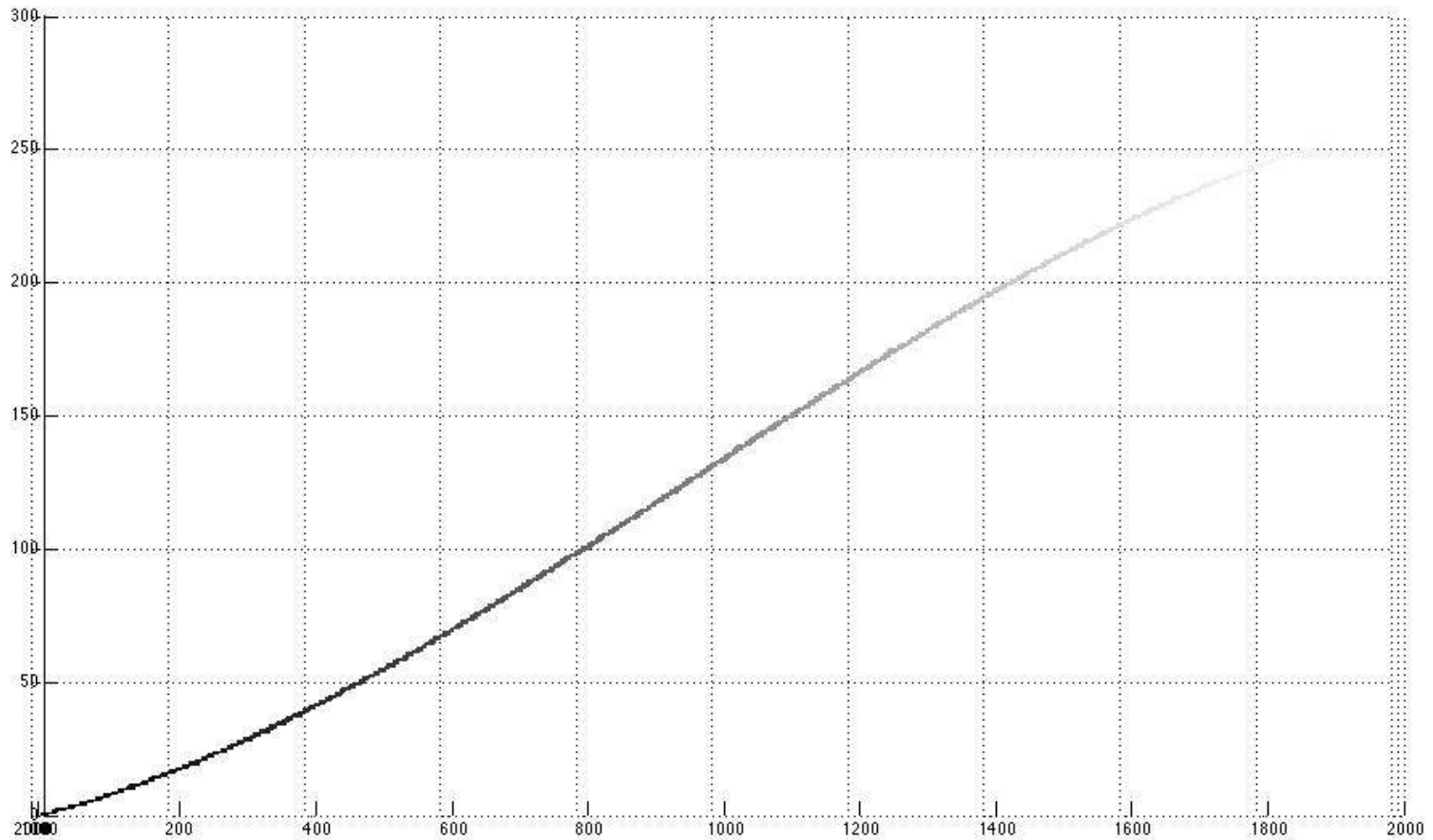
Considere uma imagem digital feita em computador (sintética)



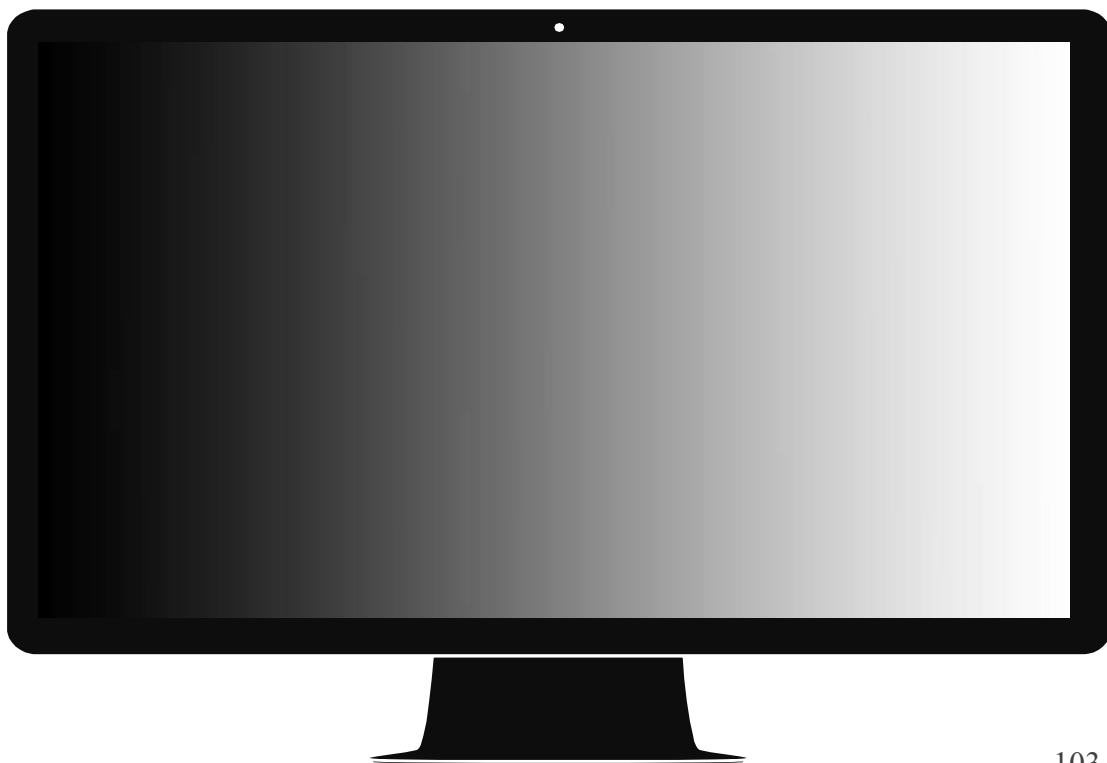
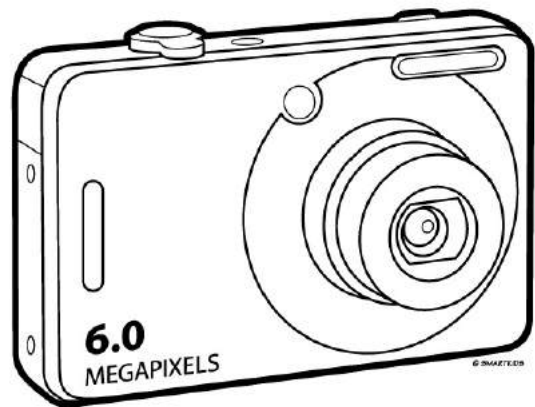
Superfície da imagem digital



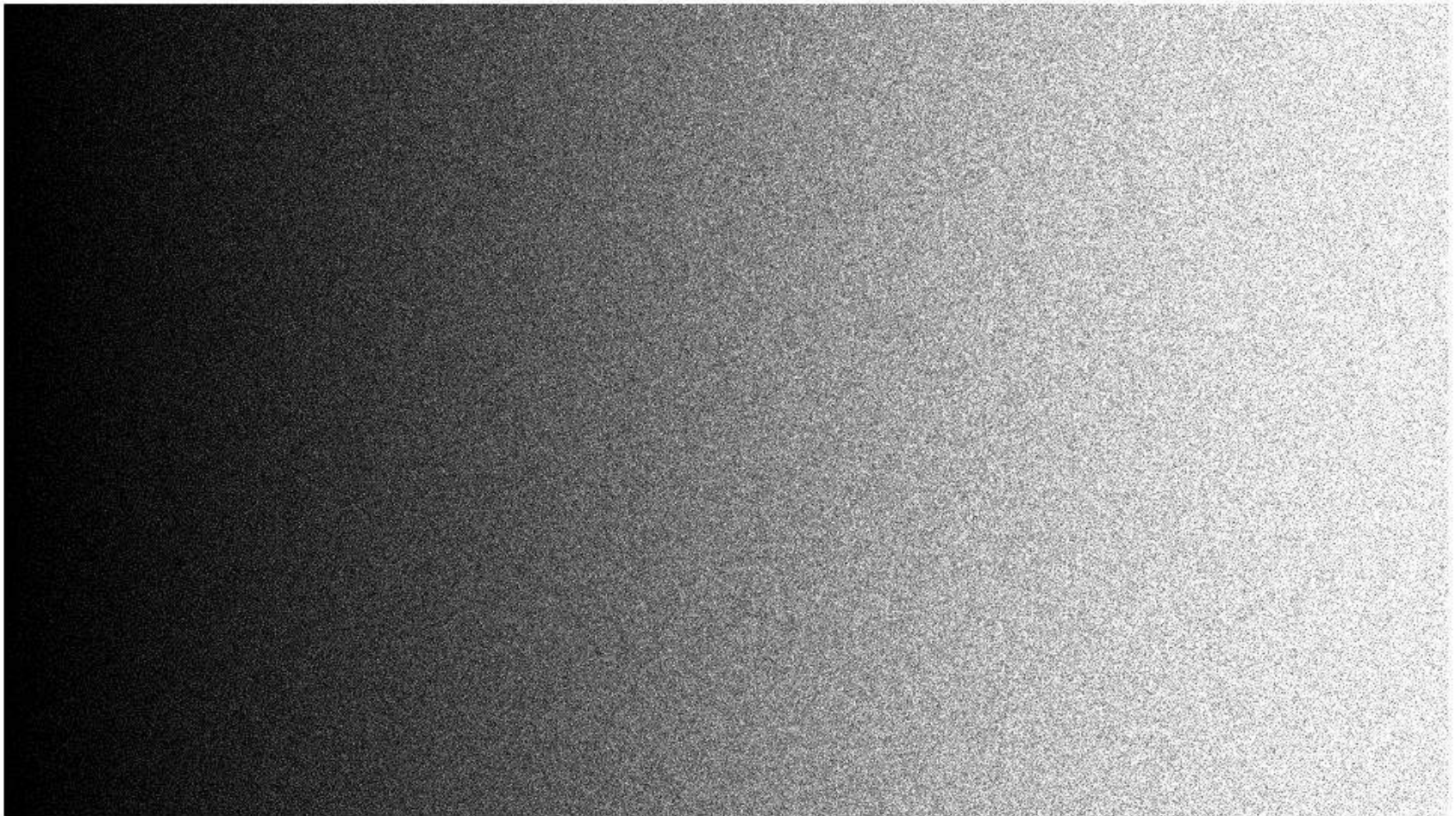
Rampa



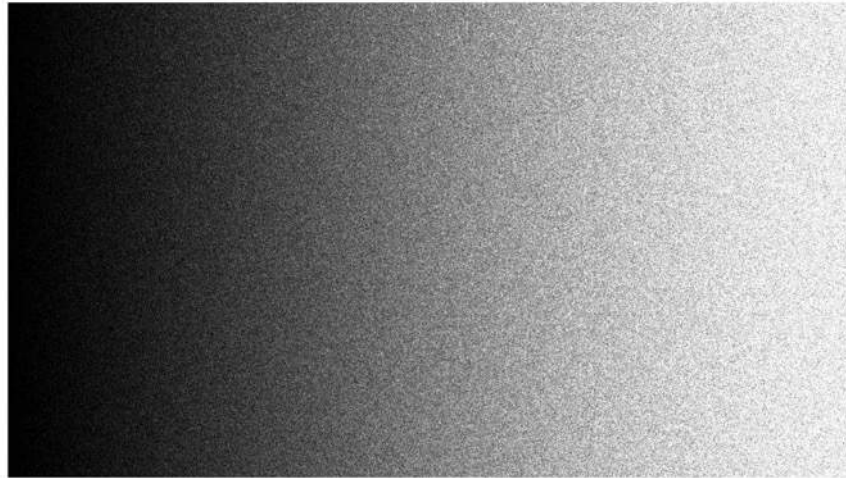
Como é o ruído dessa fotografia?



Fotografia



Subtração



Fotografia

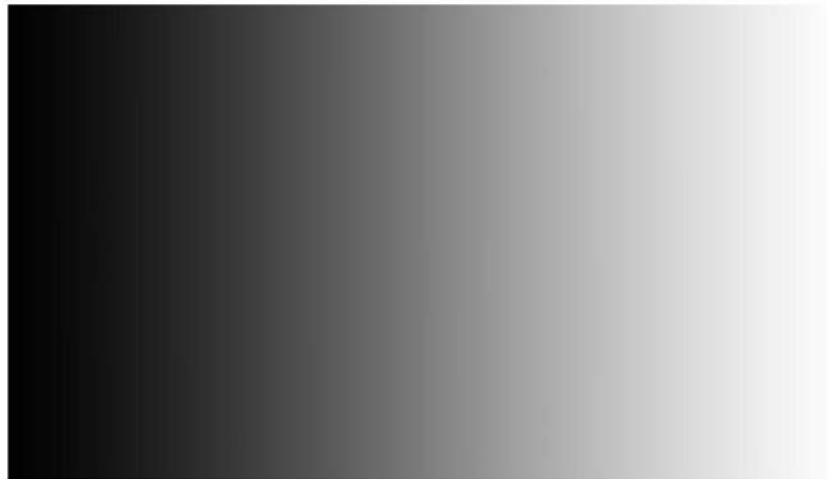
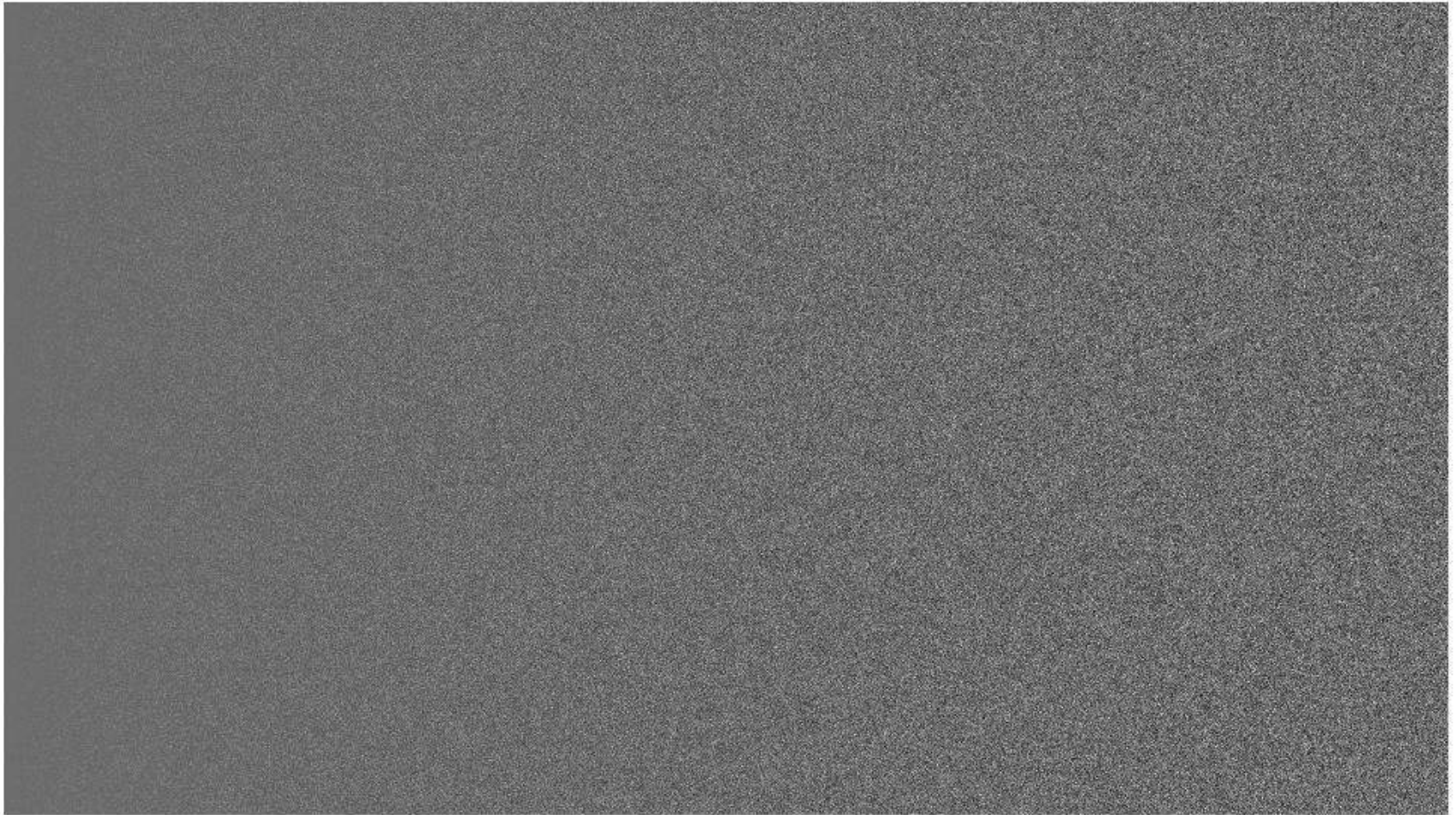
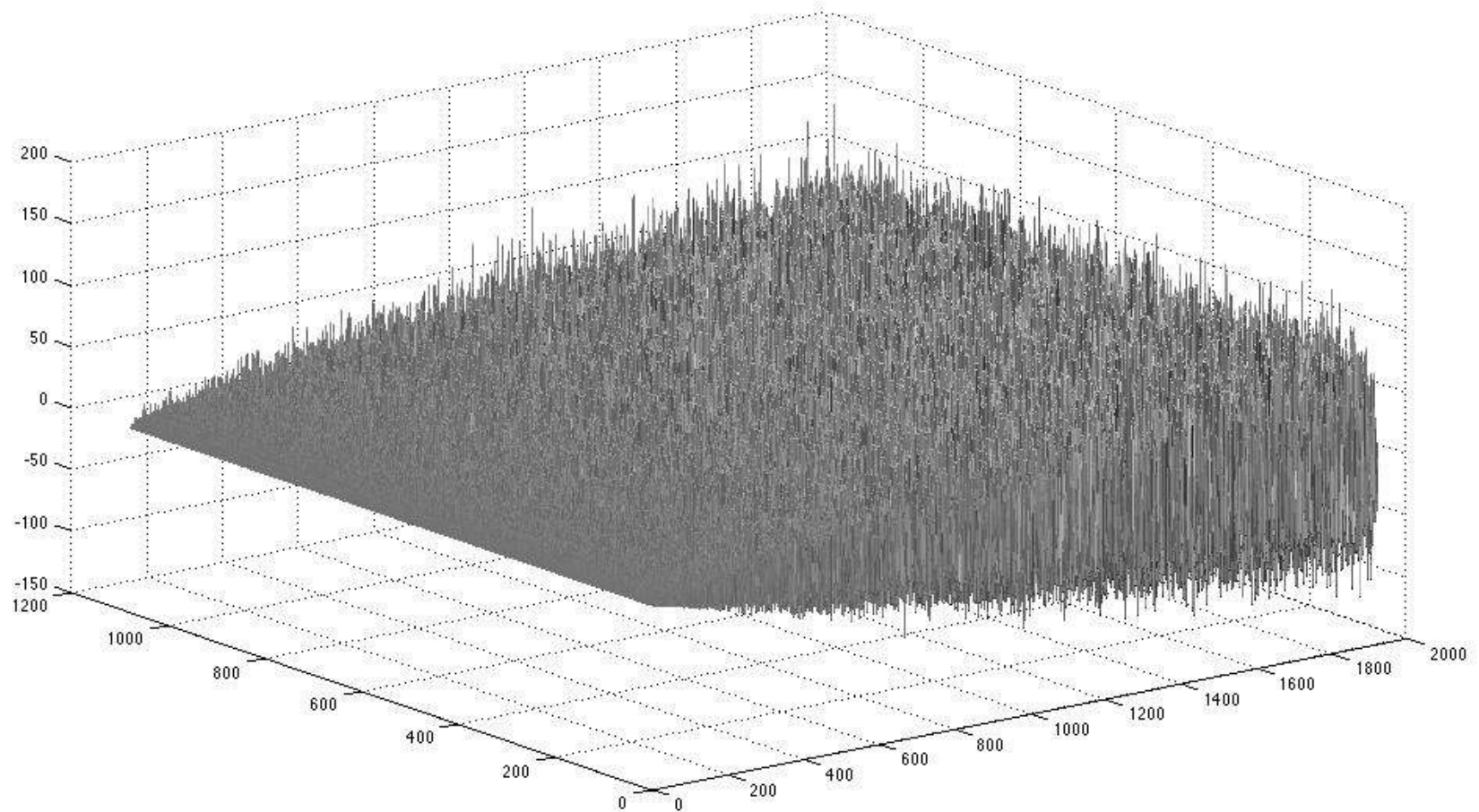


Imagem Sintética

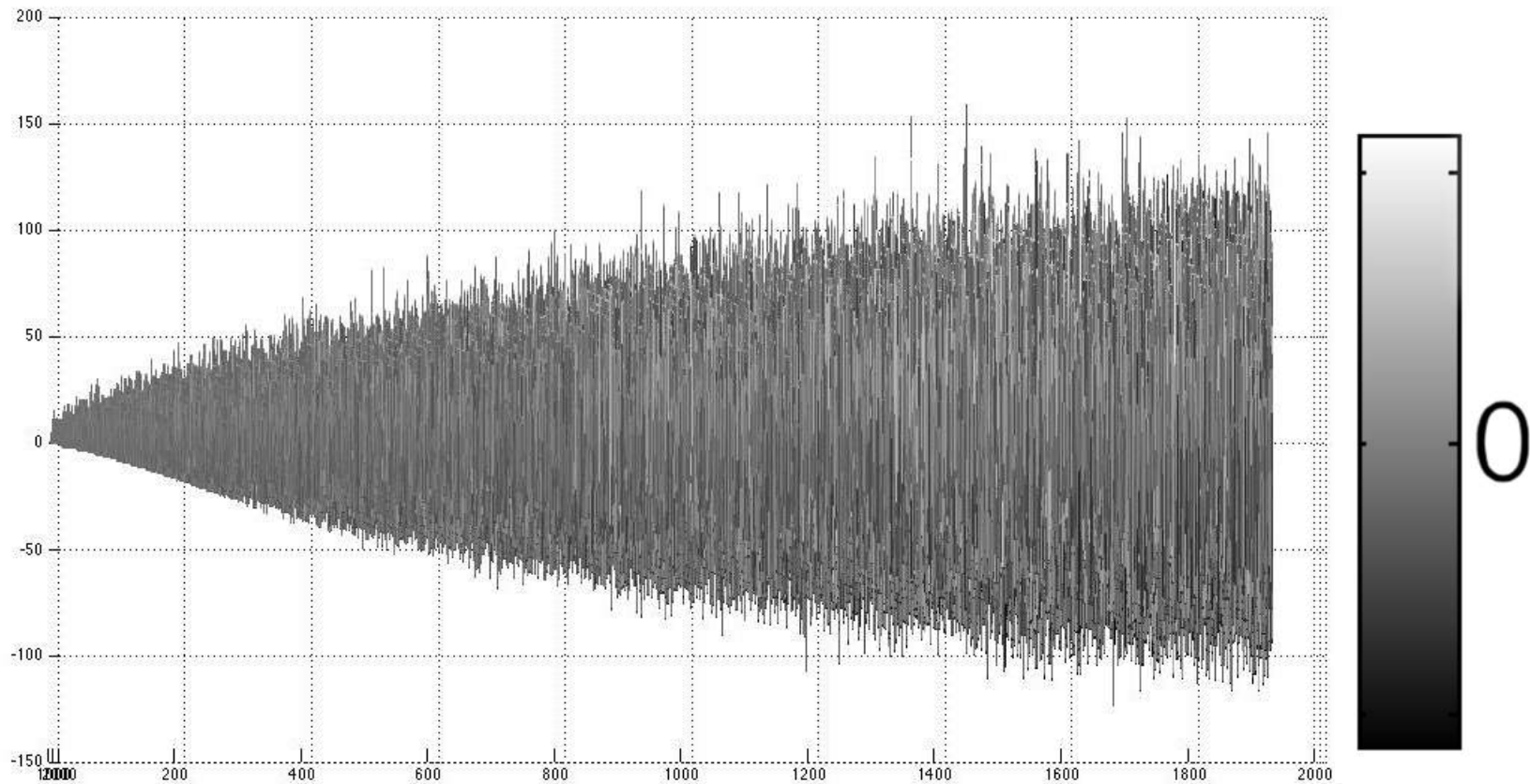
Ruído



Ruído

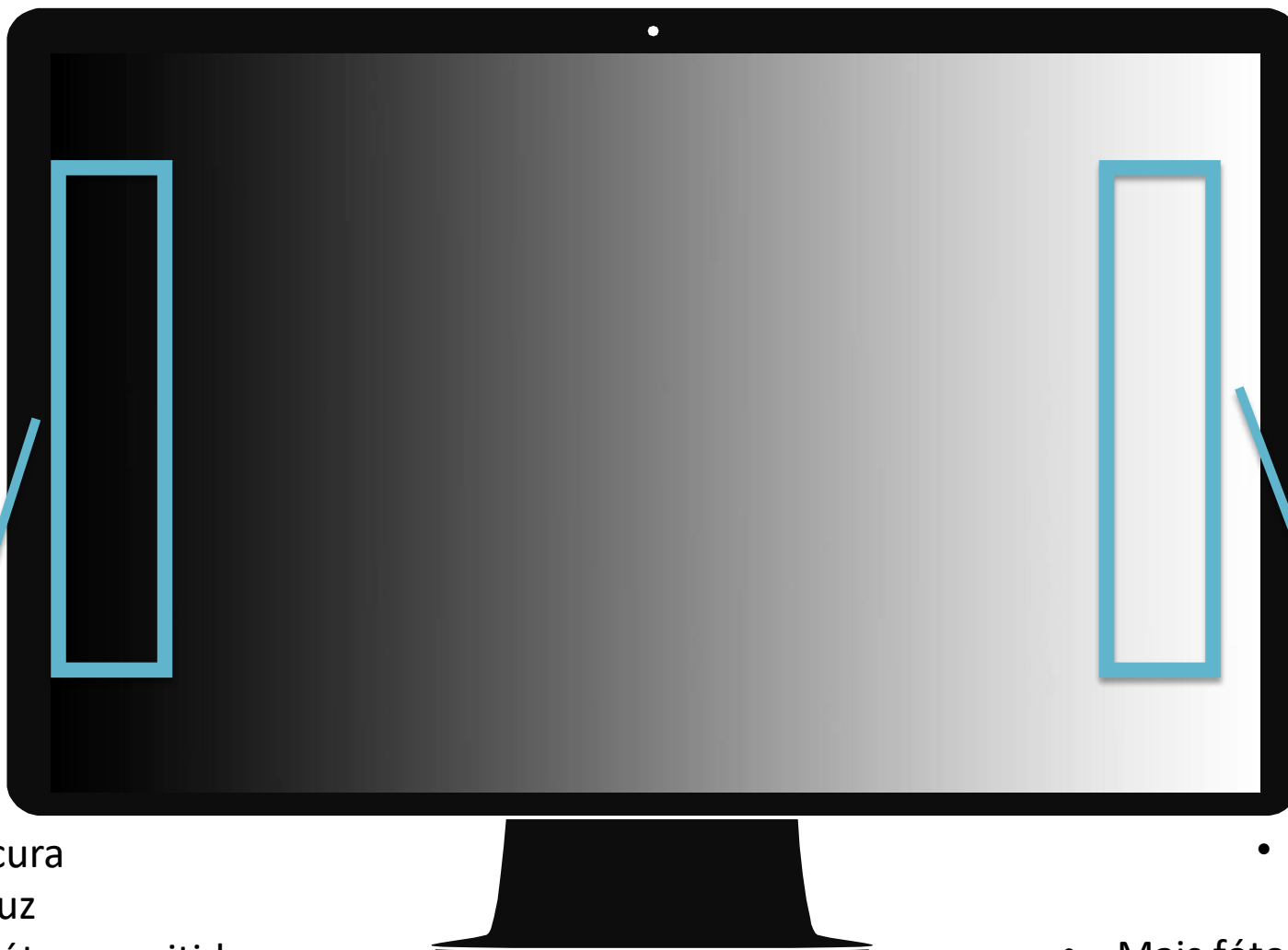


Ruído quântico



Dependente do sinal!

Dependência do Sinal



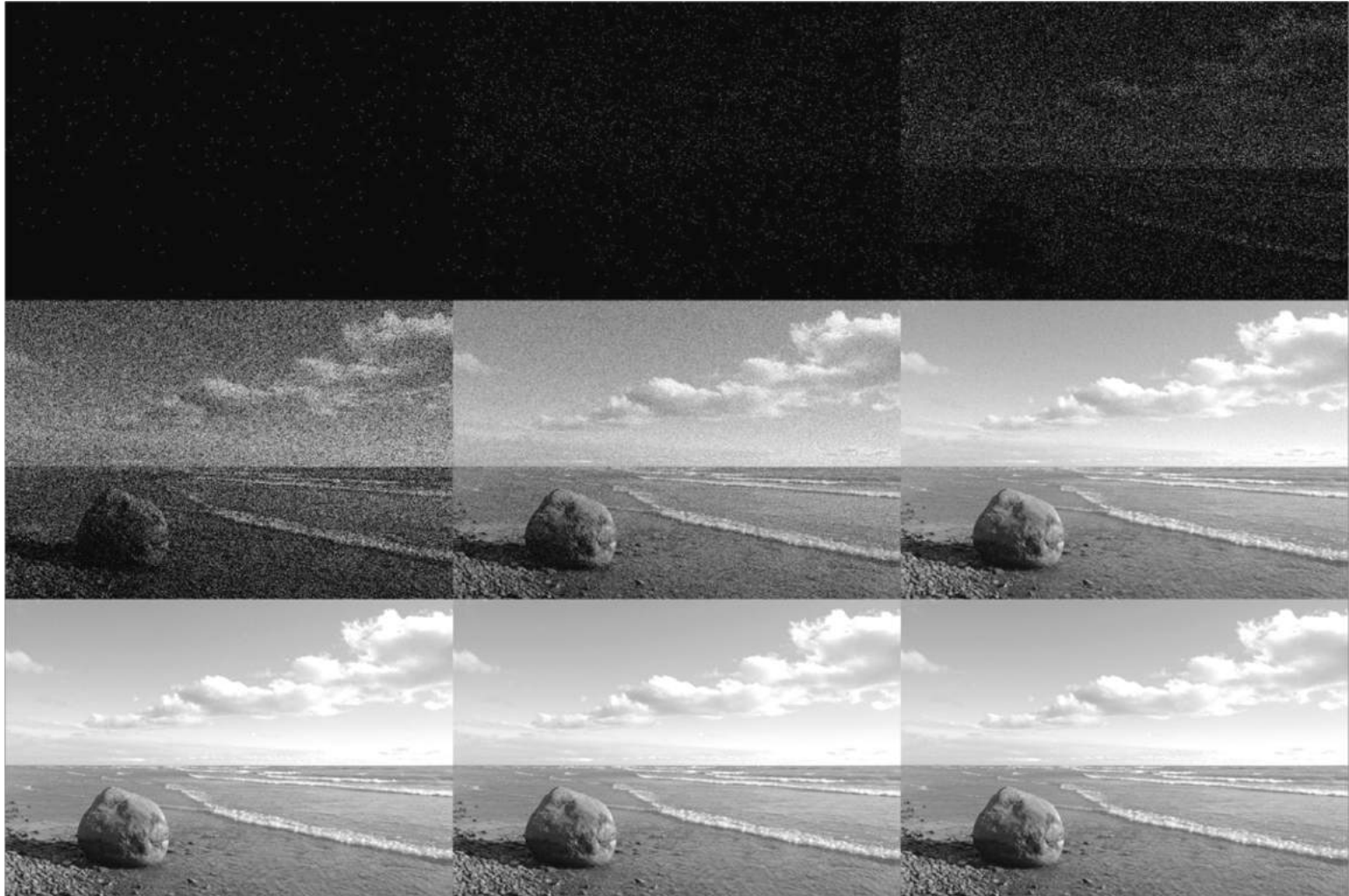
- Mais escura
- Menos luz
- Menos fótons emitidos

- Mais clara
- Mais luz
- Mais fótons emitidos

Características do ruído quântico

- Natureza quântica da luz;
- Segue a distribuição de Poisson;
- Percebido quando há baixa contagem de fótons de luz na aquisição da imagem;
- Chamado de “quantum mottle” ou “shot noise”;
- Muito comum em imagens médicas;
- Aleatório;
- Dependente do sinal (variância do ruído = média do sinal);
- Pode ser branco;
- Mais difícil de ser tratado.

Ruído Quântico



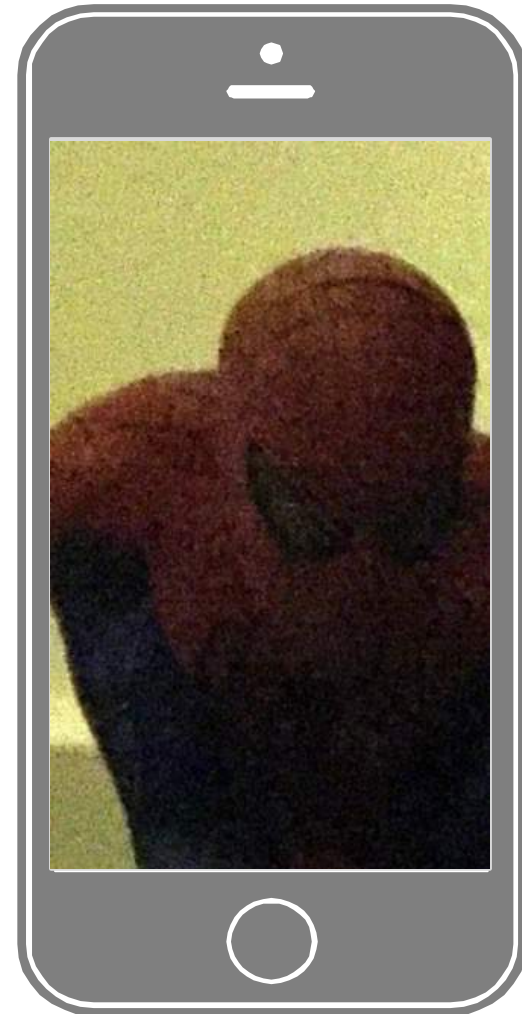
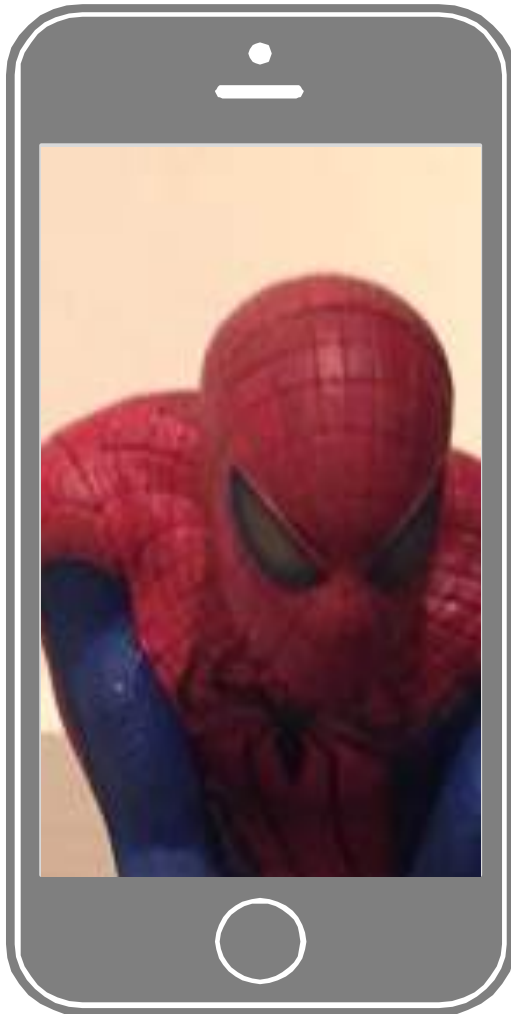
Ruído Quântico



Ruído Quântico



Ruído Quântico



Distribuição de Poisson

- Distribuição de Poisson é uma distribuição de probabilidade aleatória discreta que expressa a probabilidade de um número de eventos ocorrer durante um intervalo contínuo (tempo, espaço, etc.)

$$f(x) = P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \times \lambda^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots \text{ e } \lambda > 0.$$

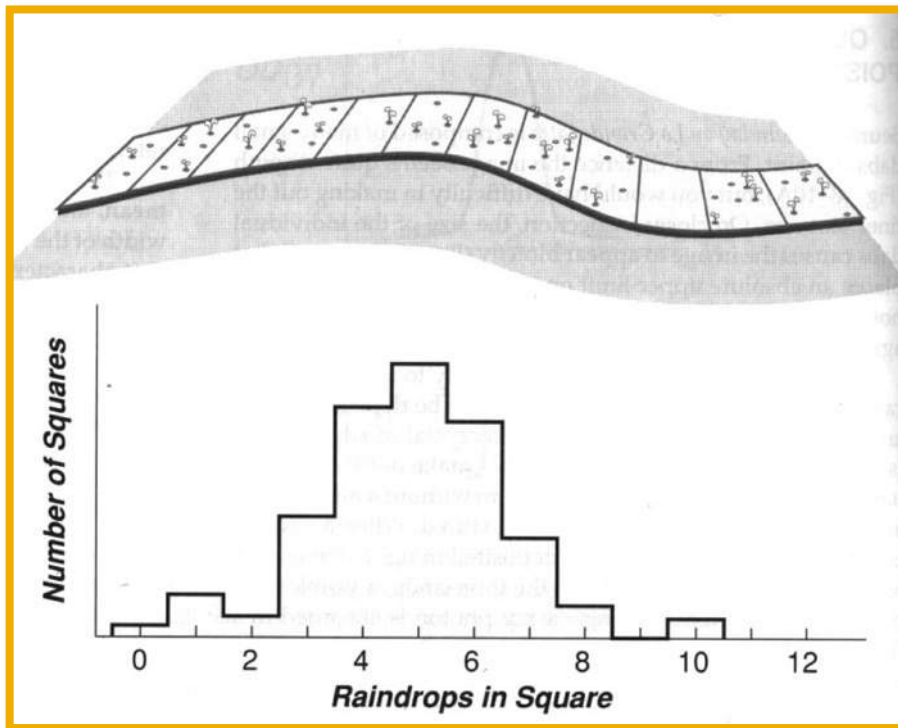
Esperança: $\mu_{(X)} = \lambda$

Variância: $\sigma_{(X)}^2 = \lambda$

λ = frequência média de eventos no intervalo

- Processo de aquisição de imagens: valor do pixel é proporcional ao número de fótons que chegam no detector;
- O ruído quântico depende do valor do pixel na imagem.

Distribuição de Poisson



Média: $\mu = N$

Variância: $\sigma^2 = N$

Desvio Padrão: $\sigma = \sqrt{N}$

Distribuição de Poisson

Variação relativa (ruído)

$$\frac{\sqrt{N}}{N} = \frac{1}{\sqrt{N}}$$

O ruído relativo diminui com o aumento do número de fótons.

Média do sinal (N)	Desvio Padrão (\sqrt{N})	Ruído relativo
10	3,16	31,6%
100	10	10,0%
1000	31,62	3,16%
10000	100	1,00%

Distribuição de Poisson

Relação sinal-ruído (SNR)

$$SNR = \frac{N}{\sqrt{N}} = \sqrt{N}$$

A relação sinal-ruído aumenta com o aumento do número de fótons.

Média do sinal (N)	Desvio Padrão (\sqrt{N})	Ruído relativo
10	3,16	31,6%
100	10	10,0%
1000	31,62	3,16%
10000	100	1,00%

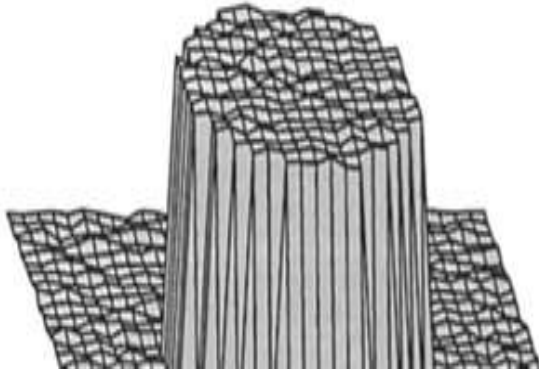
Imagens Médicas

Raios X

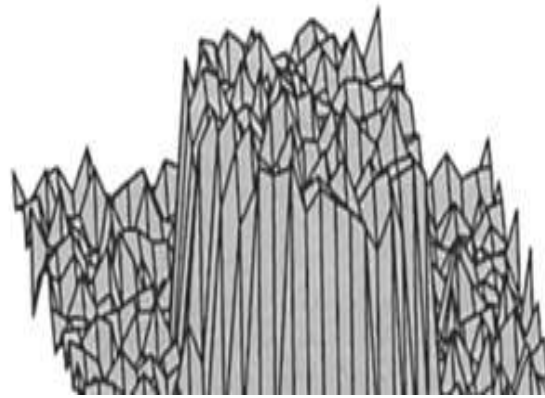


© picture-alliance/prismaarchiv

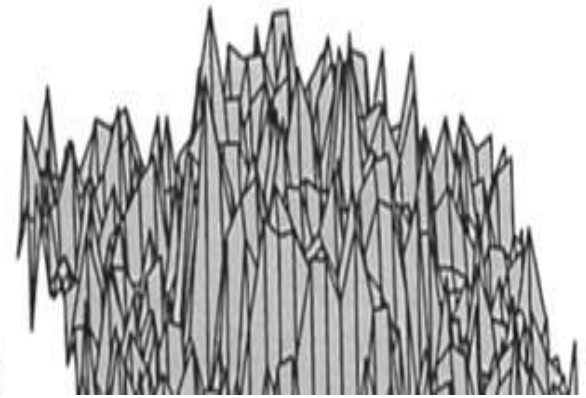
Dose de Radiação x Ruído



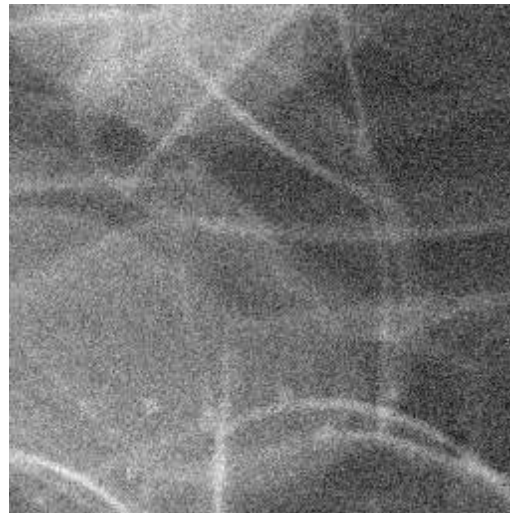
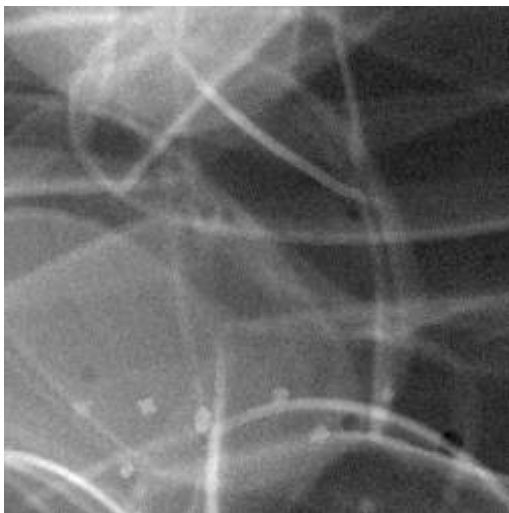
Dose Alta



Dose Média



Dose Baixa



Dependência do sinal

Imagem sem ruído

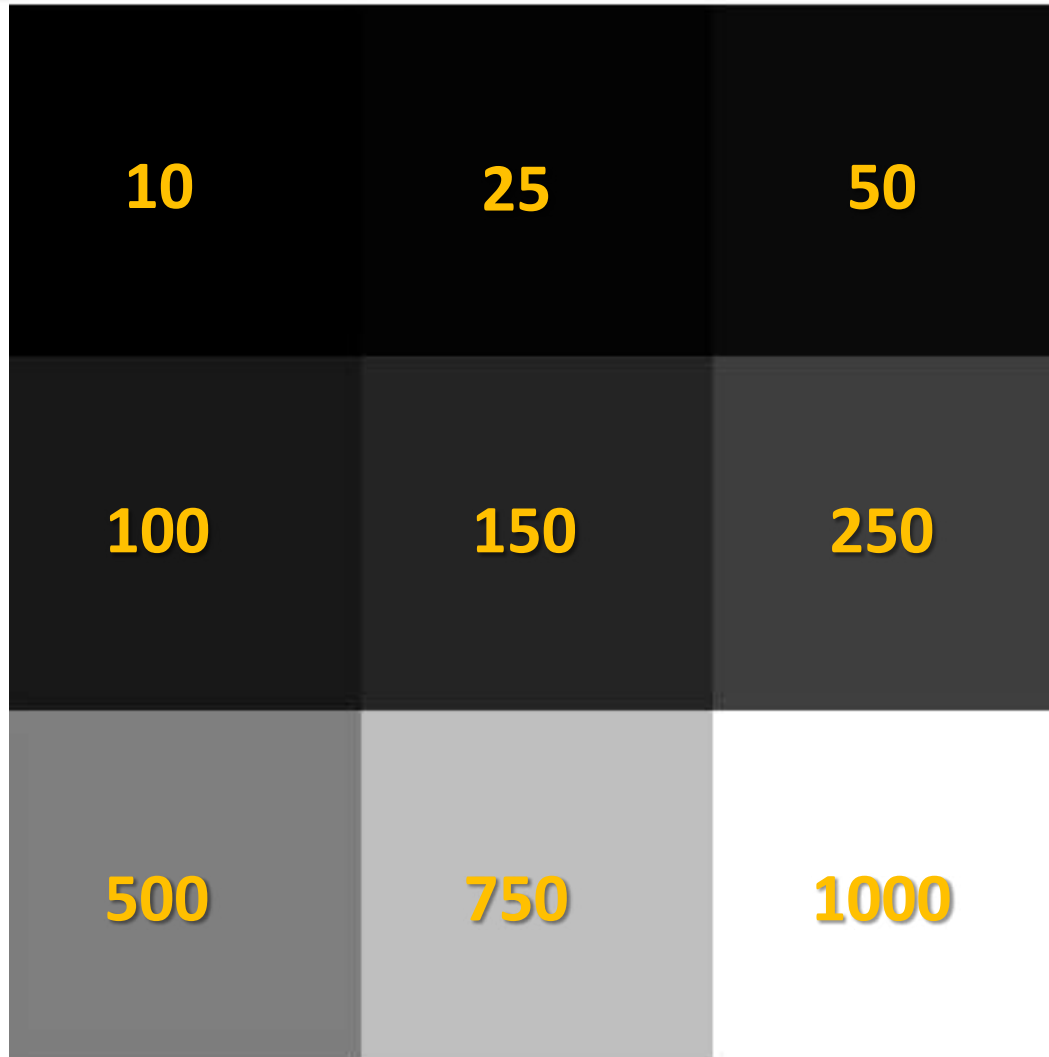
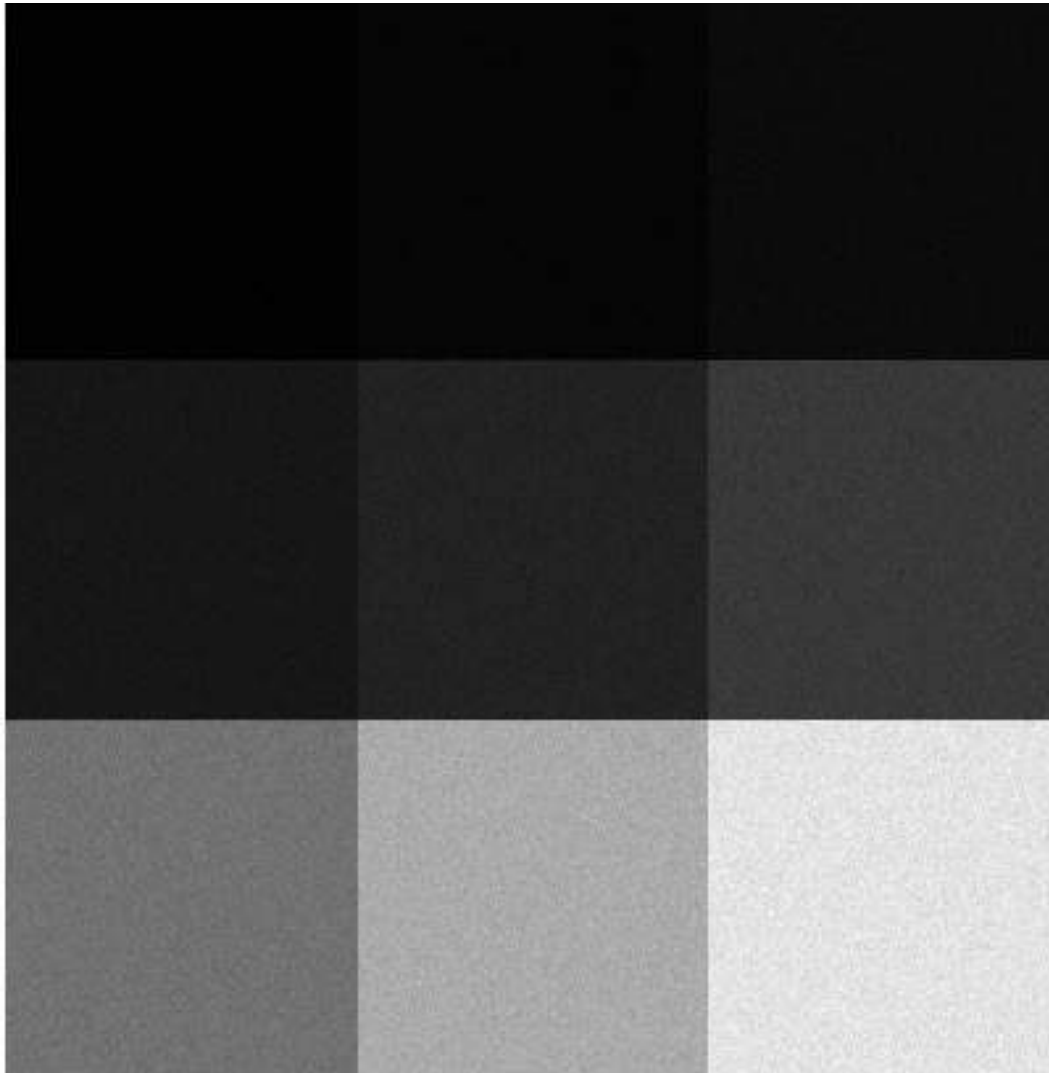


Imagem com ruído Quântico



Ruído Quântico

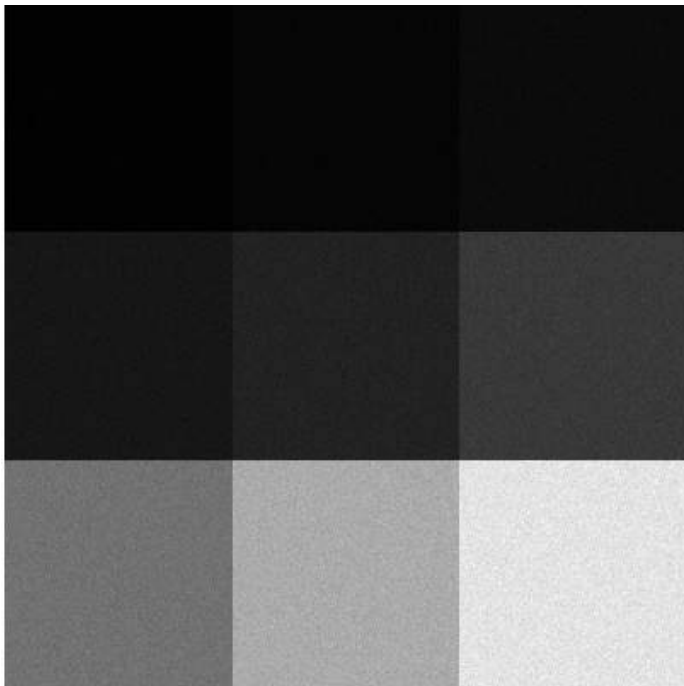


Imagem ruidosa

—

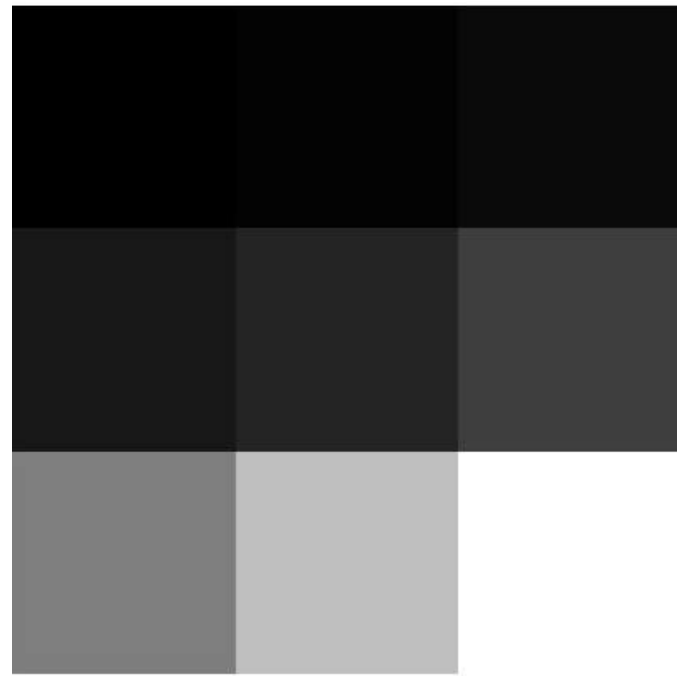
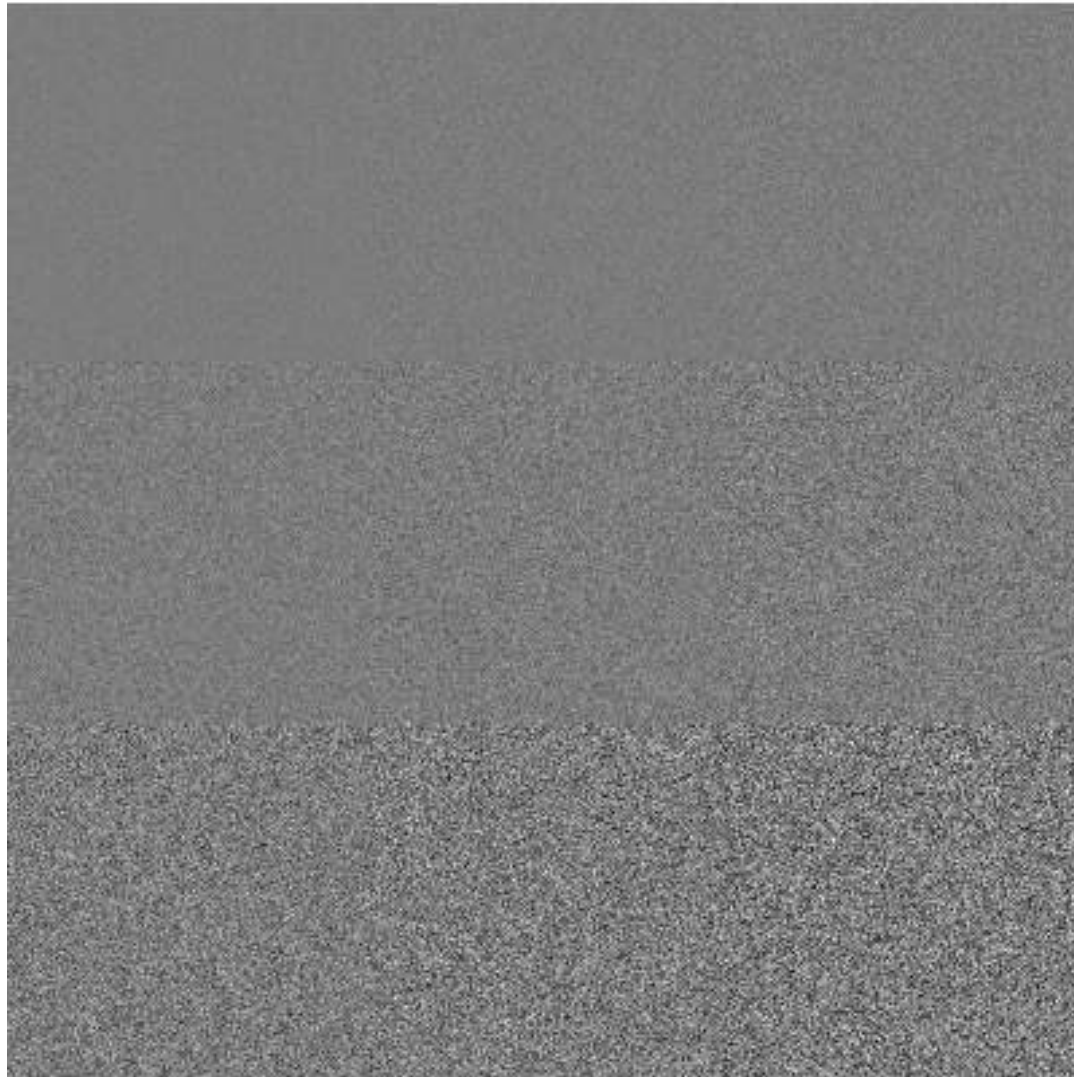


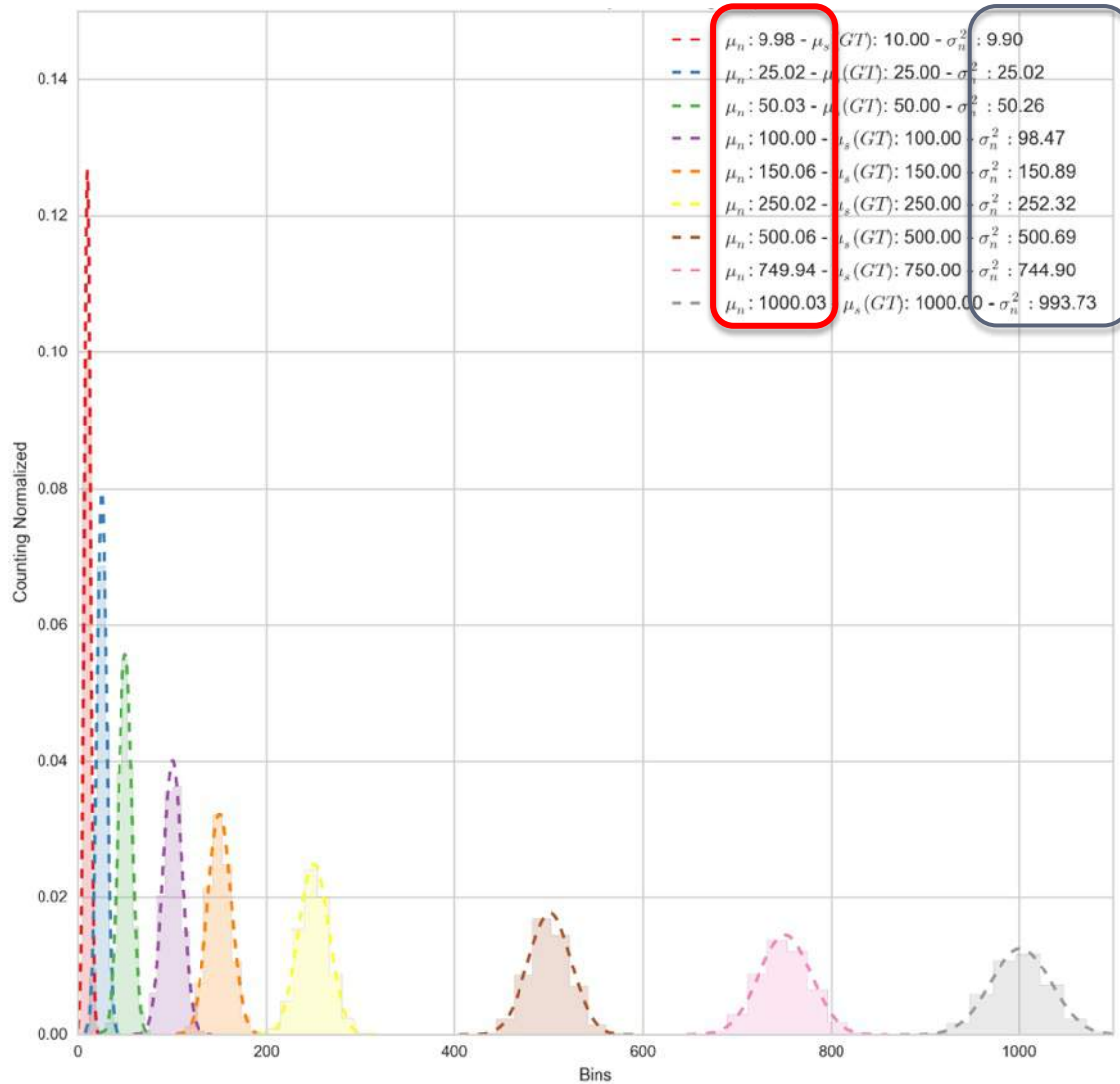
Imagem sem ruído

=

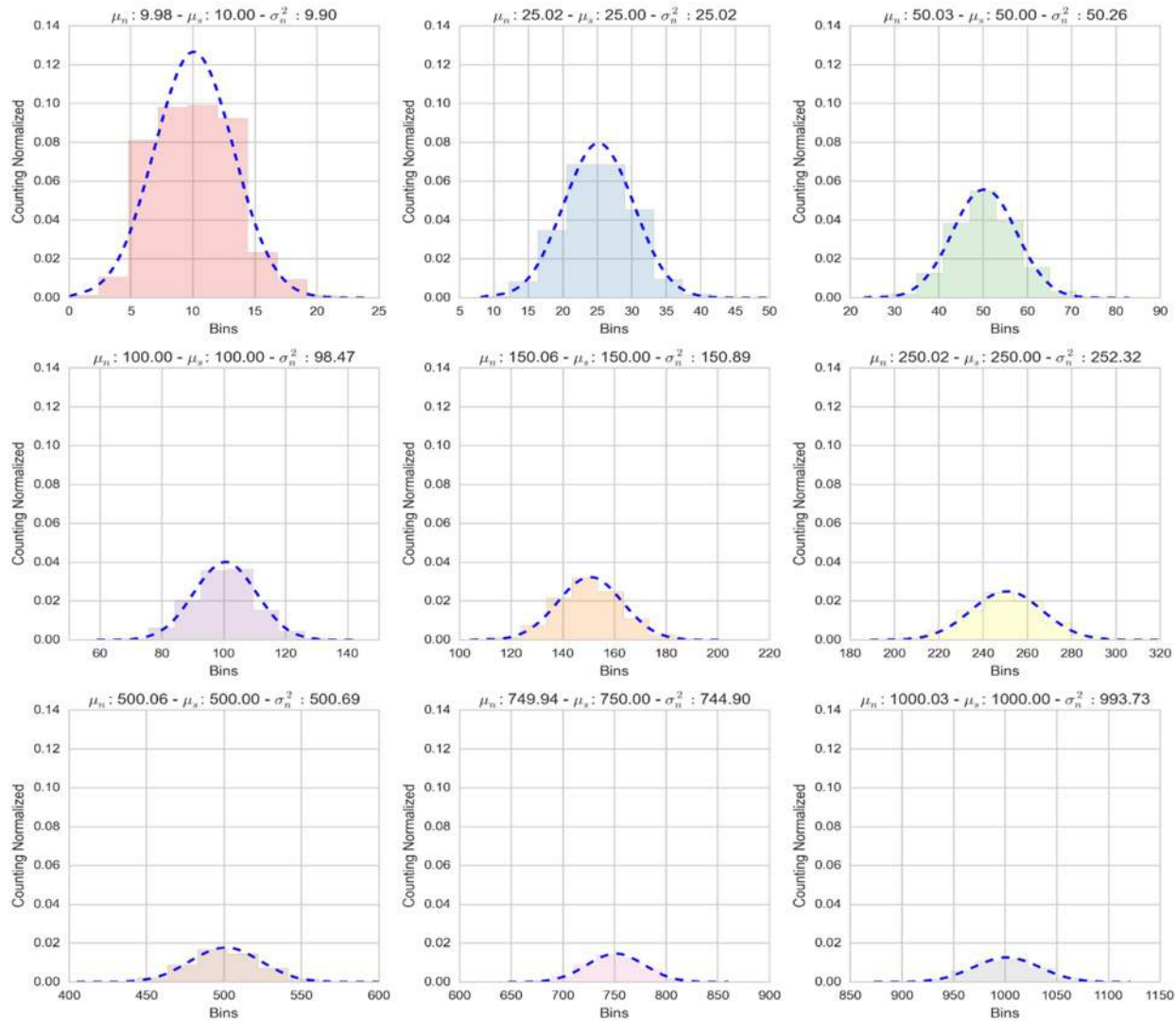
Ruído Quântico



Histograma



Histograma

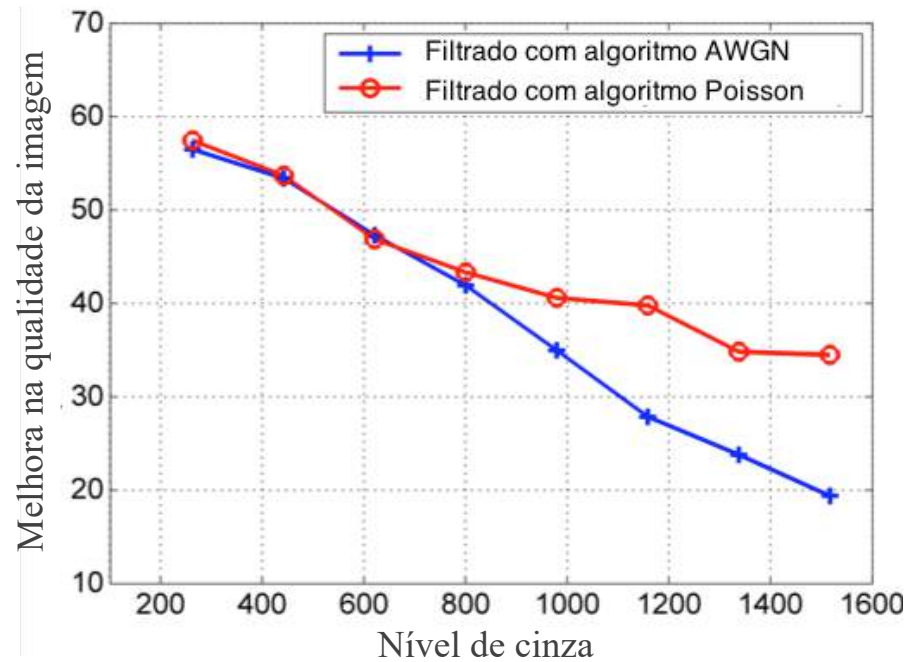
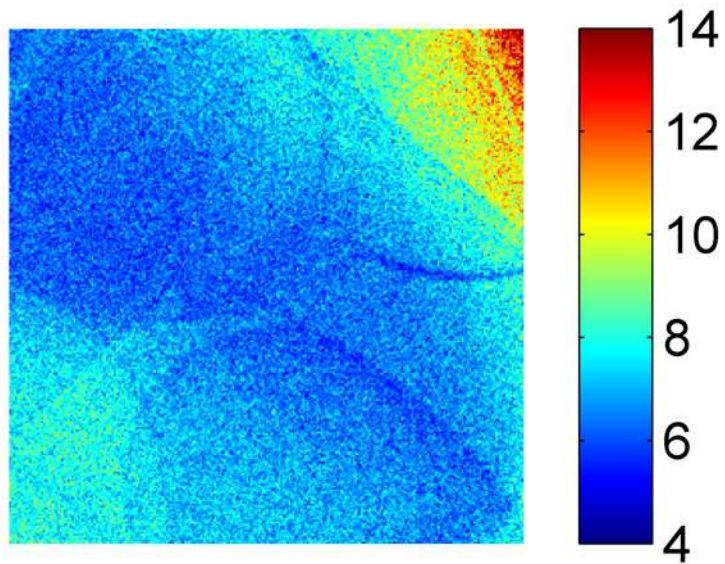


Filtragem do ruído quântico

Filtragem do ruído quântico

- Os métodos desenvolvidos para filtragem do ruído AWGN não devem ser aplicados diretamente para a filtragem do ruído quântico;
- Como a variância do ruído não é fixa para o ruído quântico, os filtros para ruído AWGN:
 - Borram excessivamente as regiões da imagem onde o ruído era mais baixo;
 - Não filtram corretamente as regiões onde o ruído era mais alto.

Filtragem do ruído quântico



Filtragem do ruído quântico

IEEE TRANSACTIONS ON PATTERN ANALYSIS AND MACHINE INTELLIGENCE, VOL. PAMI-7, NO. 2, MARCH 1985

165

Adaptive Noise Smoothing Filter for Images with

Proceedings of 2010 IEEE 17th International Conference on Image Processing

September 26-29, 2010, Hong Kong

D

POISSON NL M

Signal Processing 90 (2010) 415–427

Charles-Alban De

Institut Telecom
CNI
Pari:



Contents lists available at ScienceDirect

Signal Processing

journal homepage: www.elsevier.com/locate/sigpro



1010

IEEE SIGNAL PROCESSING LETTERS, VOL. 20, NO. 11, NOVEMBER 2013

Fast inter

Florian Luis

^a Biomedical Imaging
^b Department of Elec

A

Signal Processing 144 (2018) 68–76



Contents lists available at ScienceDirect

Signal Processing

journal homepage: www.elsevier.com/locate/sigpro



Poisson Wiener filtering with non-local weighted parameter estimation using stochastic distances



André A. Bindilatti^{a,*}, Marcelo A.C. Vieira^b, Nelson D.A. Mascarenhas^{a,c}

^a Computing Department, Federal University of São Carlos, São Paulo, Brazil

^b Department of Electrical and Computing Engineering, University of São Paulo, São Carlos, São Paulo, Brazil

^c Faculdade Campo Limpo Paulista, Campo Limpo Paulista, São Paulo, Brazil

Estabilização de variância

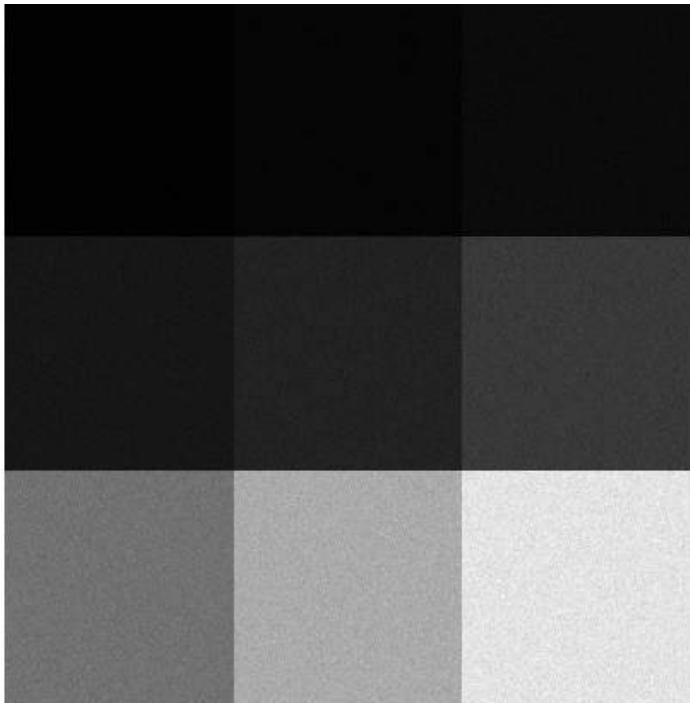
- Transformada de Anscombe;
- Converte uma distribuição Poisson em uma distribuição aproximadamente Gaussiana, com média zero e variância unitária;
- Torna a variância do ruído constante independente do valor do pixel.



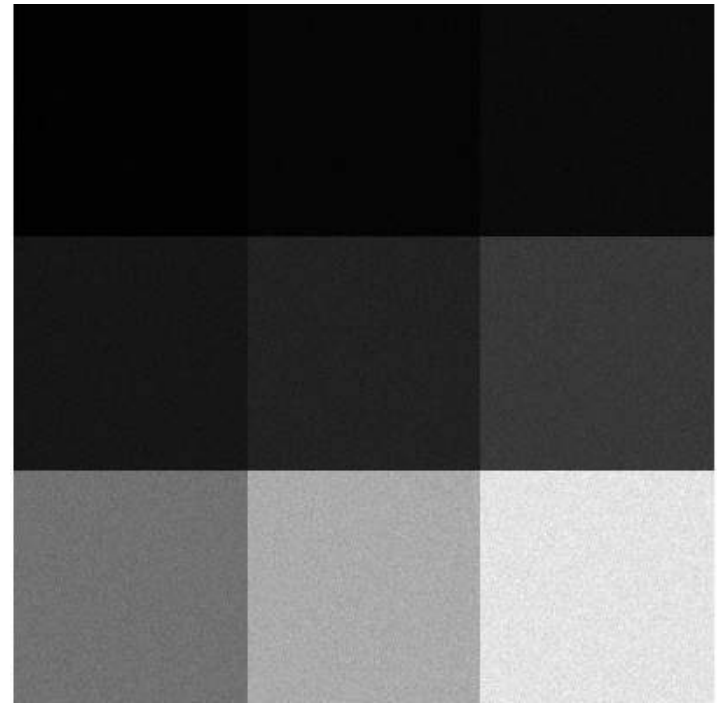
$$f(z) = 2\sqrt{z + \frac{3}{8}}$$

Após a Estabilização da Variância

Imagem com ruído Poisson

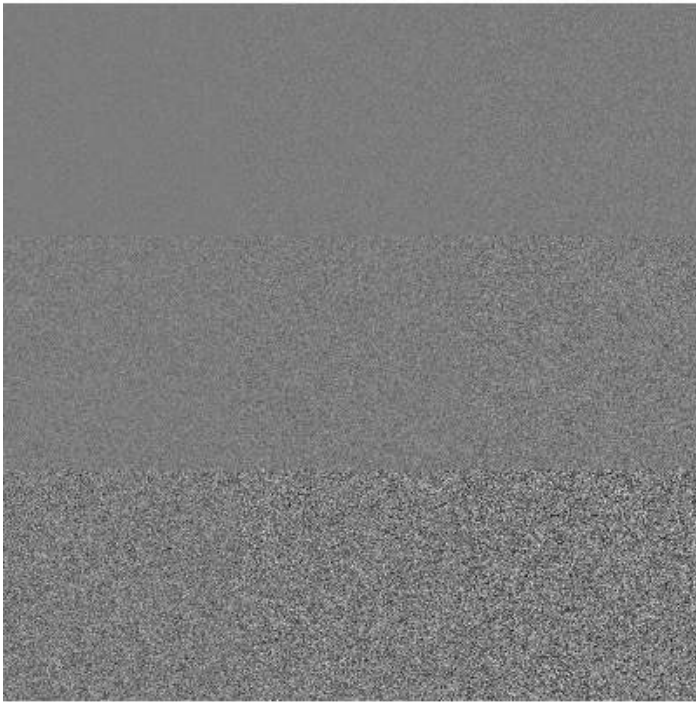


Domínio do Espaço

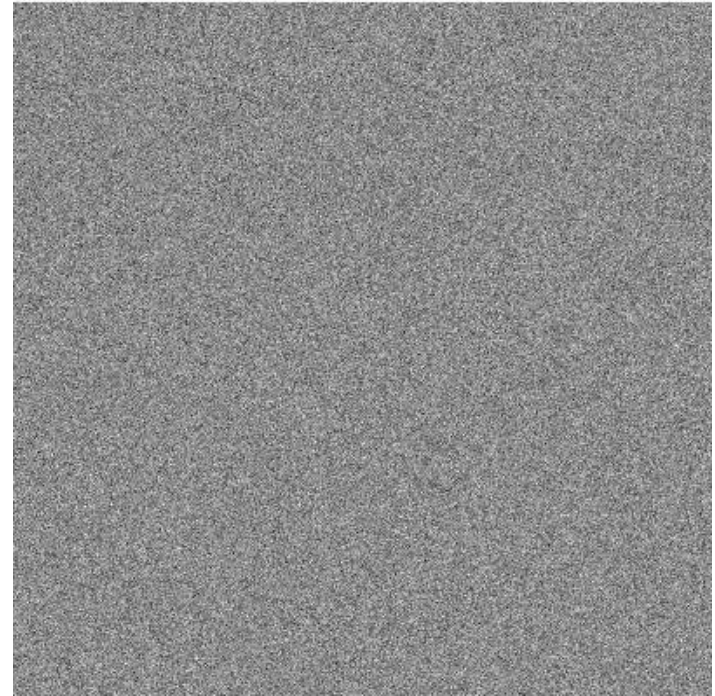


Domínio de Anscombe

Ruído Poisson

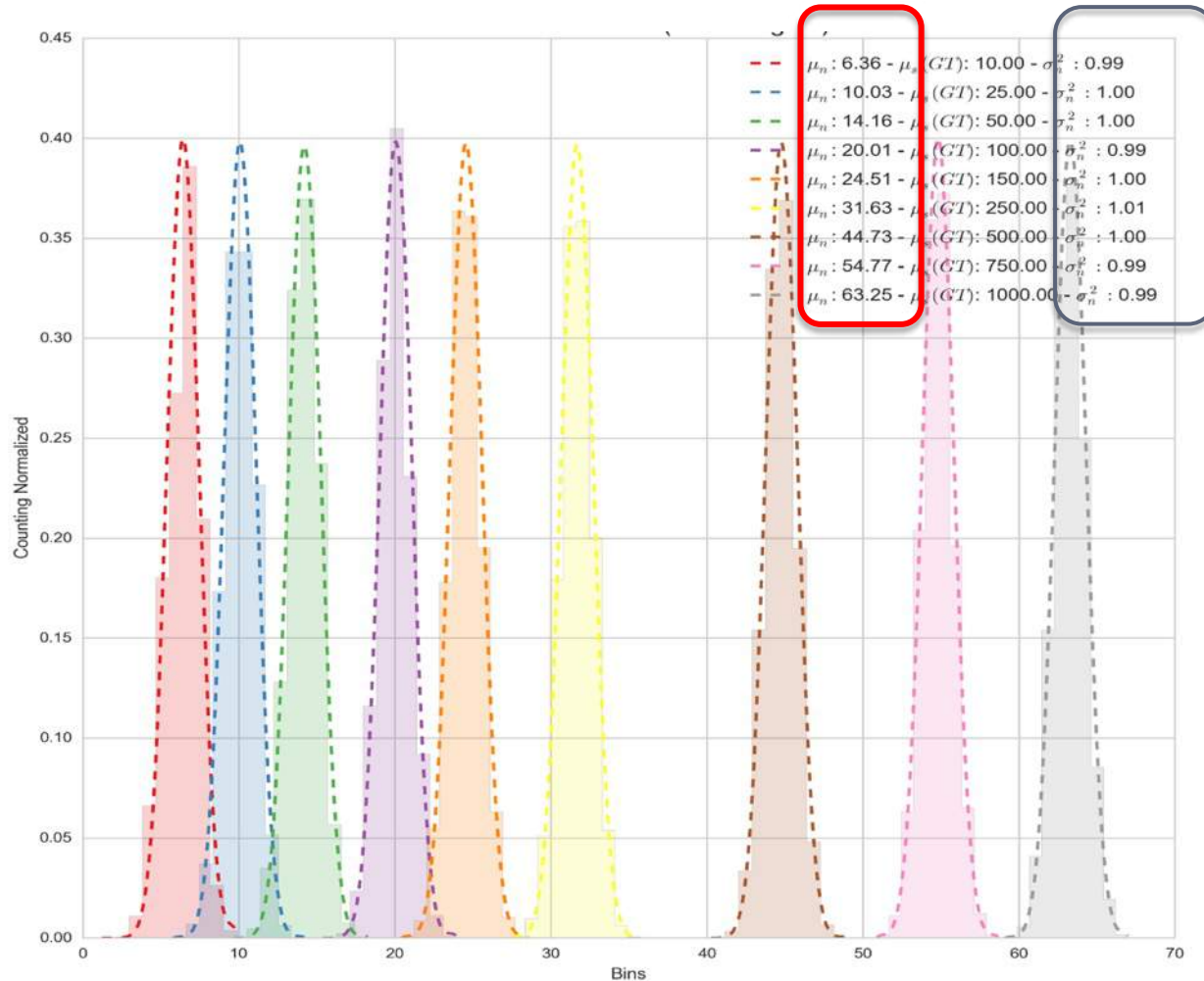


Domínio do Espaço

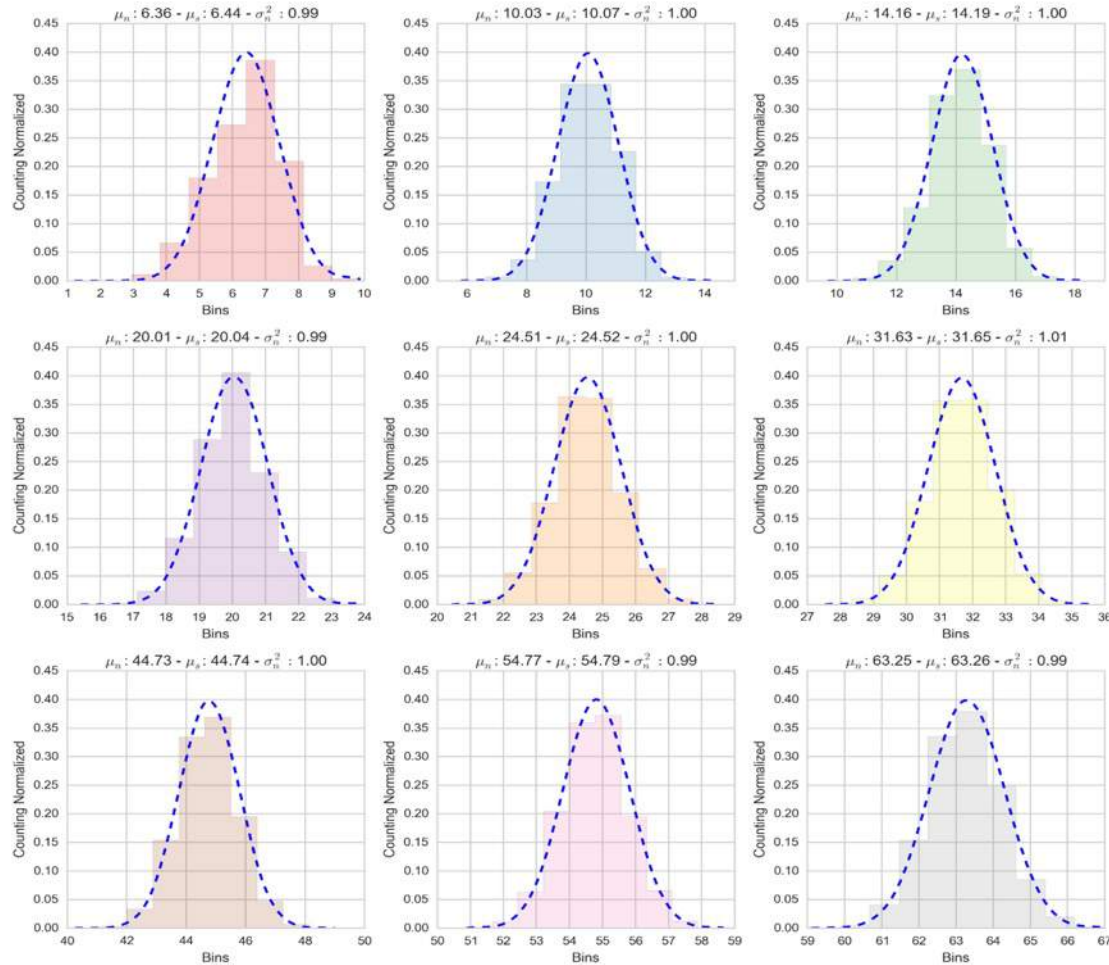


Domínio de Anscombe

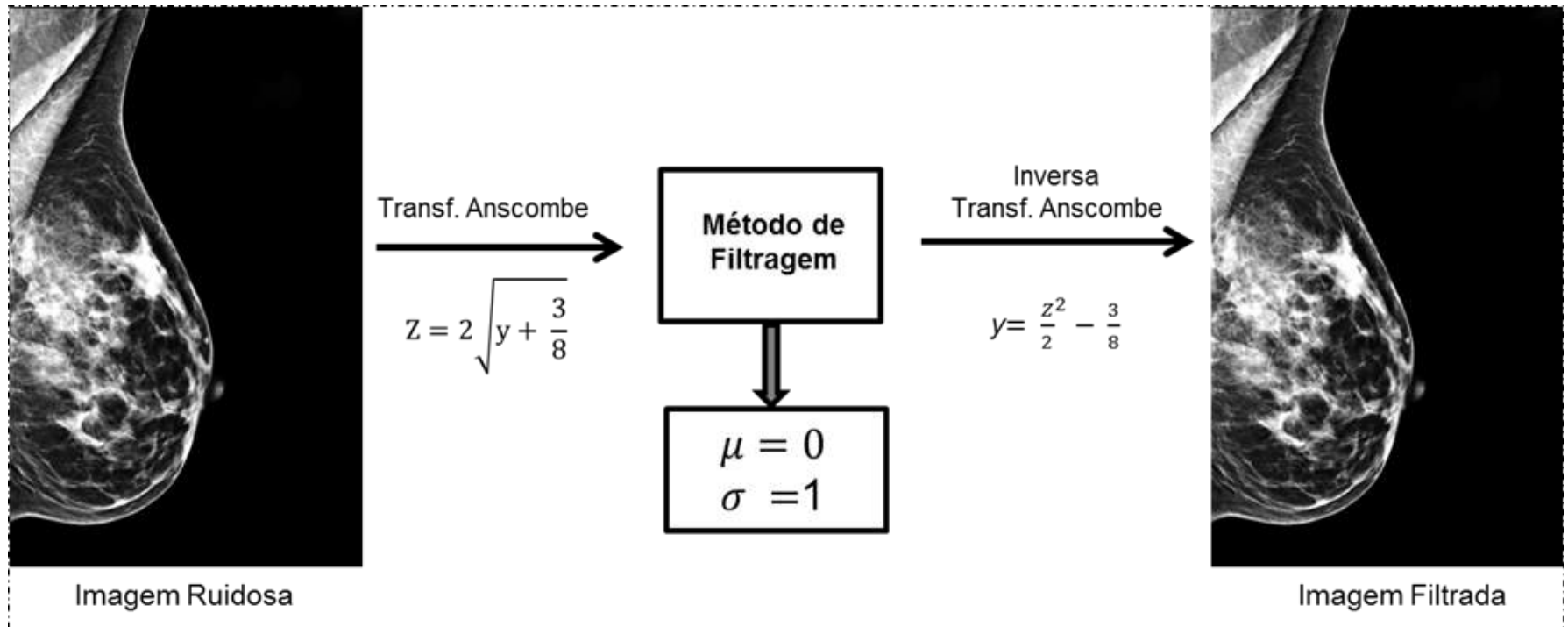
Histograma do Ruído no Domínio de Anscombe



Histograma do Ruído no Domínio de Anscombe



Transformada de Anscombe



É possível utilizar técnicas de filtragem de ruído AWGN para a filtragem do ruído quântico

FIM