

SEL 0449 - Processamento Digital de Imagens Médicas

SEL 5895 – Introdução ao Processamento Digital de Imagens

Aula 8 – Outros Filtros no Domínio da Frequência

Prof. Dr. Marcelo Andrade da Costa Vieira

mvieira@sc.usp.br

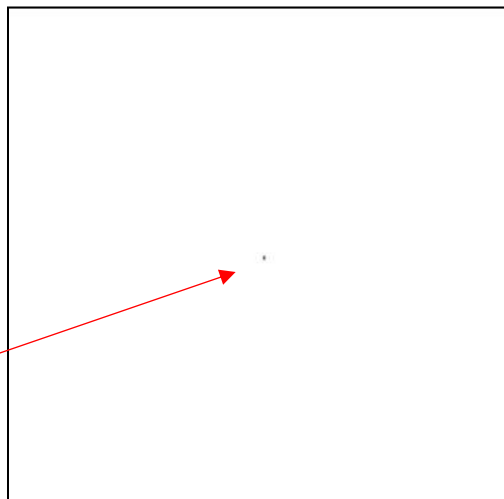
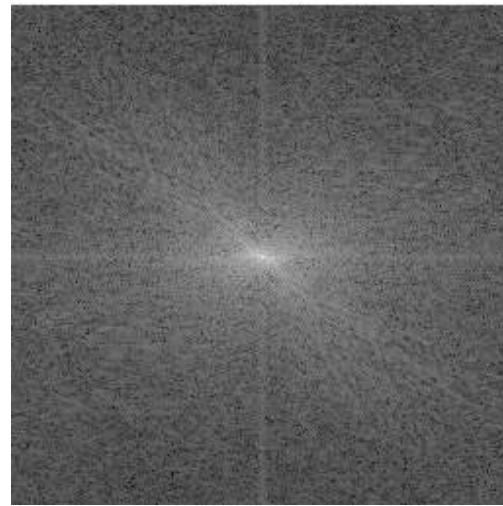
Filtros Notch (seletivos)

Eliminação de frequências indesejadas - interferências

Filtros *Notch*

- Retira (*reject*) ou mantém (*pass*) na imagem ondas senoidais específicas, ou regiões em torno de uma frequência pré-definida na construção do filtro;
- Todas as frequências escolhidas devem vir em pares, devido à simetria da Transformada de Fourier;
- Não há realce de nenhum componente espectral da imagem.
- Usado para remoção de ruídos e interferências periódicas
- Podem ser de vários tipos. Os mais comuns são: Ideal, Butterworth e Gaussiano.

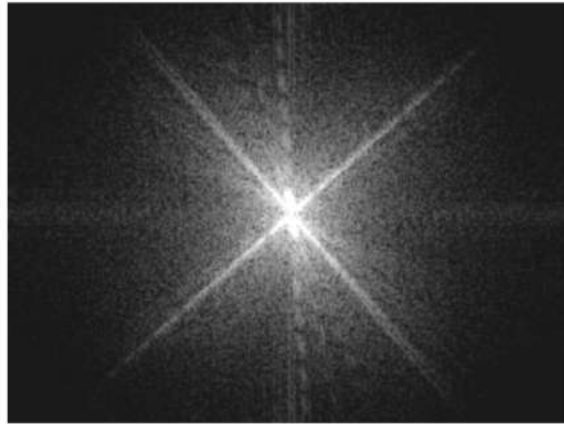
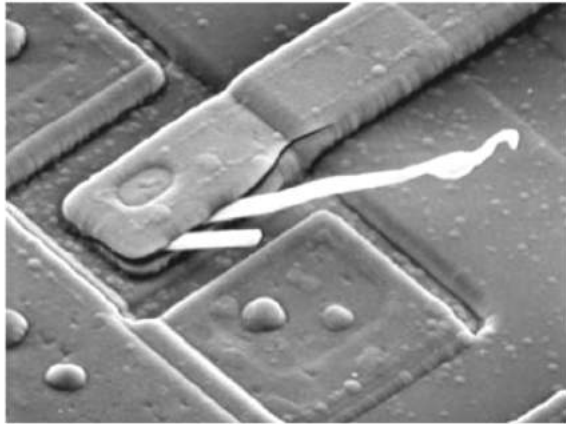
Filtros *Notch Reject*



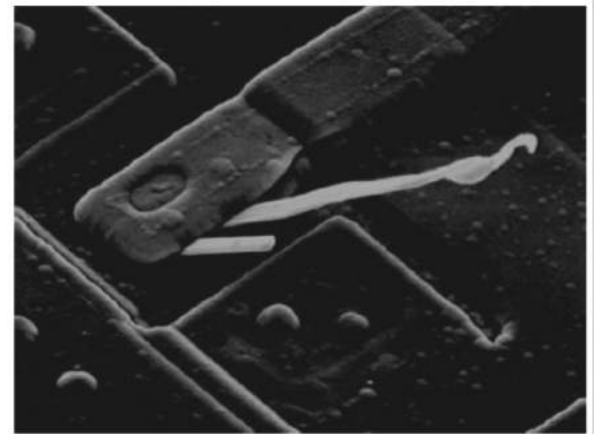
Só a frequência zero
foi retirada



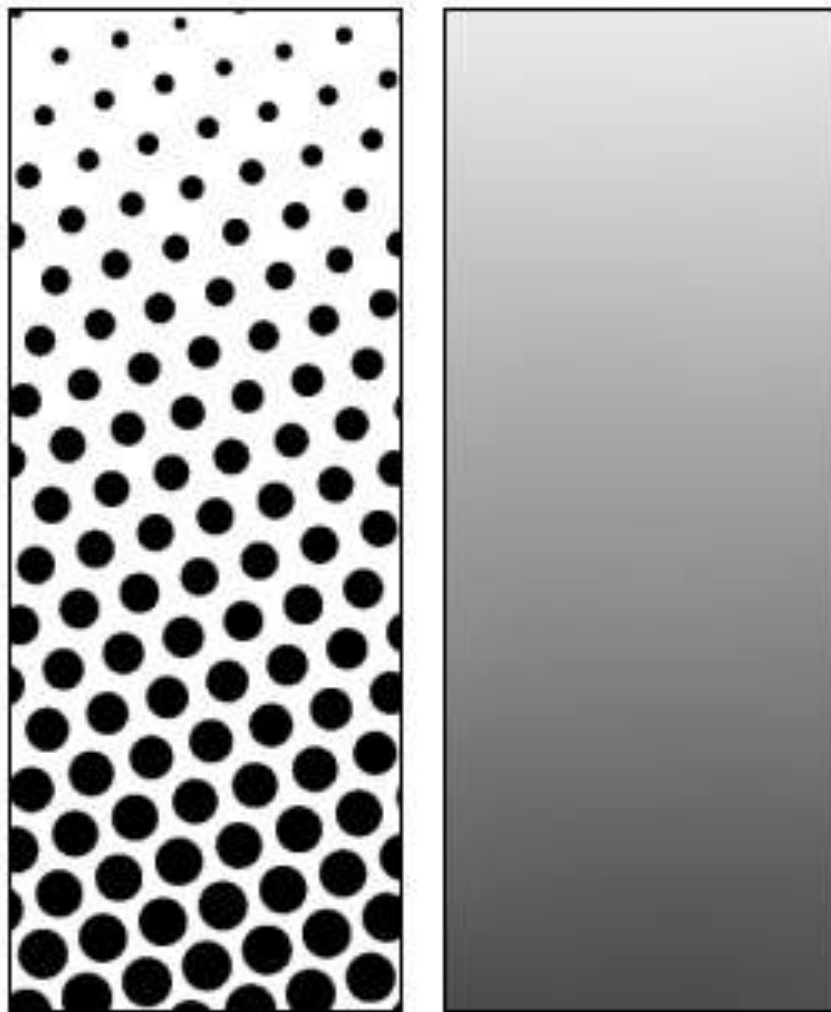
Filtros *Notch Reject*



Só a frequência zero
foi retirada



Impressão em *Halftone*



Impressão em *Halftone*

304 THE DAILY GRAPHIC, NEW YORK, TUESDAY, DECEMBER 2, 1875.



BRADLEY, PRAY & CO.
Carriage Manufacturers.
206 BROADWAY.
NEW YORK.

WHOLESALE AND RETAIL DEALERS IN
THE FINEST AND MOST MODERN
MACHINERY OF ALL KINDS.

BRIGGS, LATHROP,
COPPEL, BERGESS,
Pond, Hays, Best, Taylor and
Lamberton.

ALL THE NEWEST AND BEST OF THE
SEASON, FOR THE
SLEIGHS,
AND EVERY OTHER KIND OF
CONVEYANCE, IN STOCK,
AND TO ORDER. THE MOST
IMPROVED PATENT RUBBER
TIRE, FOR ALL KINDS OF
VEHICLES, IN STOCK,
AND TO ORDER. THE MOST
IMPROVED PATENT RUBBER
TIRE, FOR ALL KINDS OF
VEHICLES, IN STOCK,
AND TO ORDER.

H. H. MAURY & CO.



TOYS, DOLLS
HOLIDAY TRADE
Brilliantly Illustrated

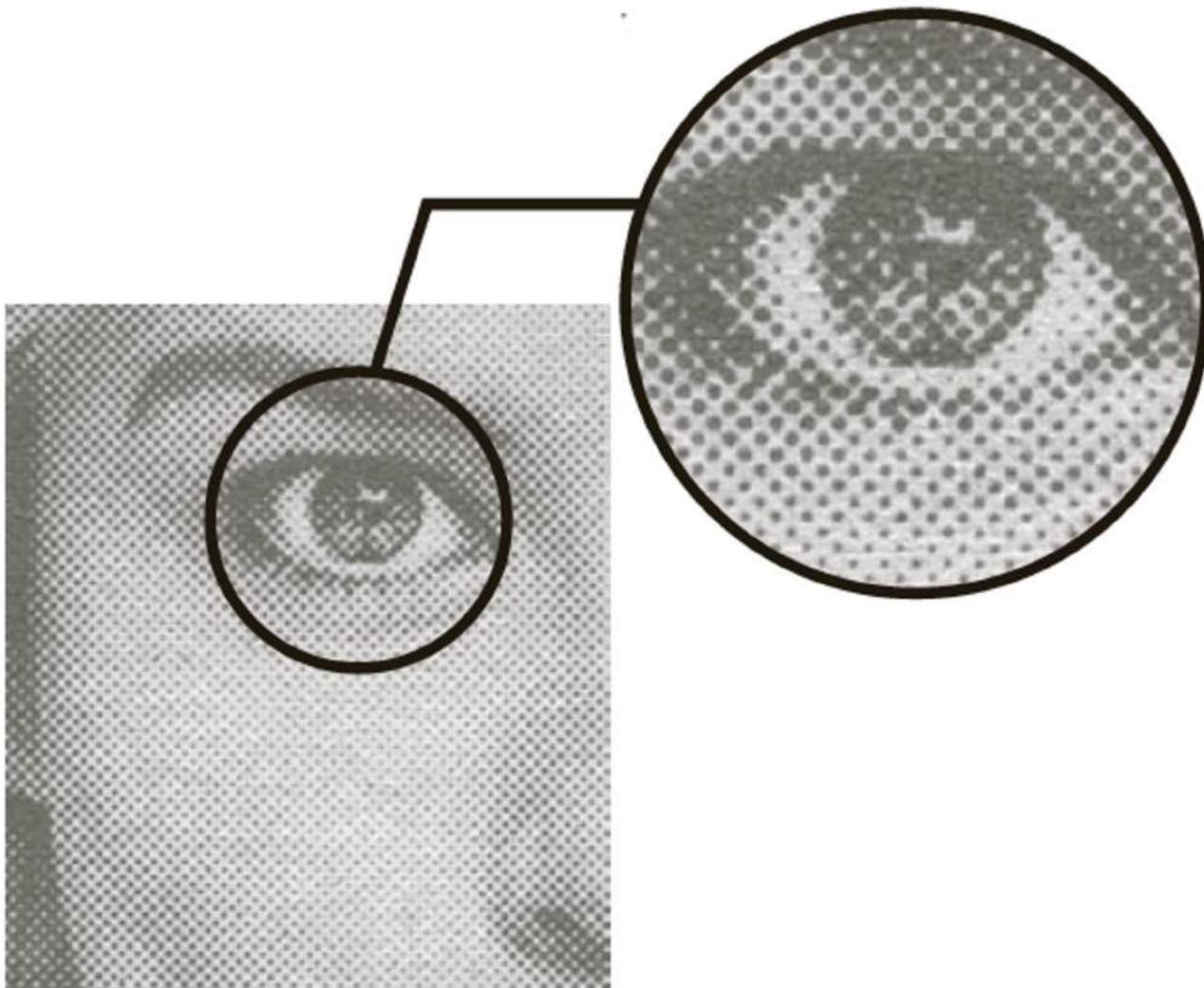
H. H. MAURY & CO.
American General Importers
of ST. LOUIS.
CAPITAL & RESERVE \$500,000
SOLE AGENTS FOR THE
SOUTHWESTERN & MEXICAN
TRADE.

Lord, Taylor, & Co.
FINE FANCY GOODS.
FINE JEWELRY.
Sets & Half Sets.
FRENCH DIAMOND AND RUBIN.
LUXURY AND BEAUTY.
MUNN & COBB.

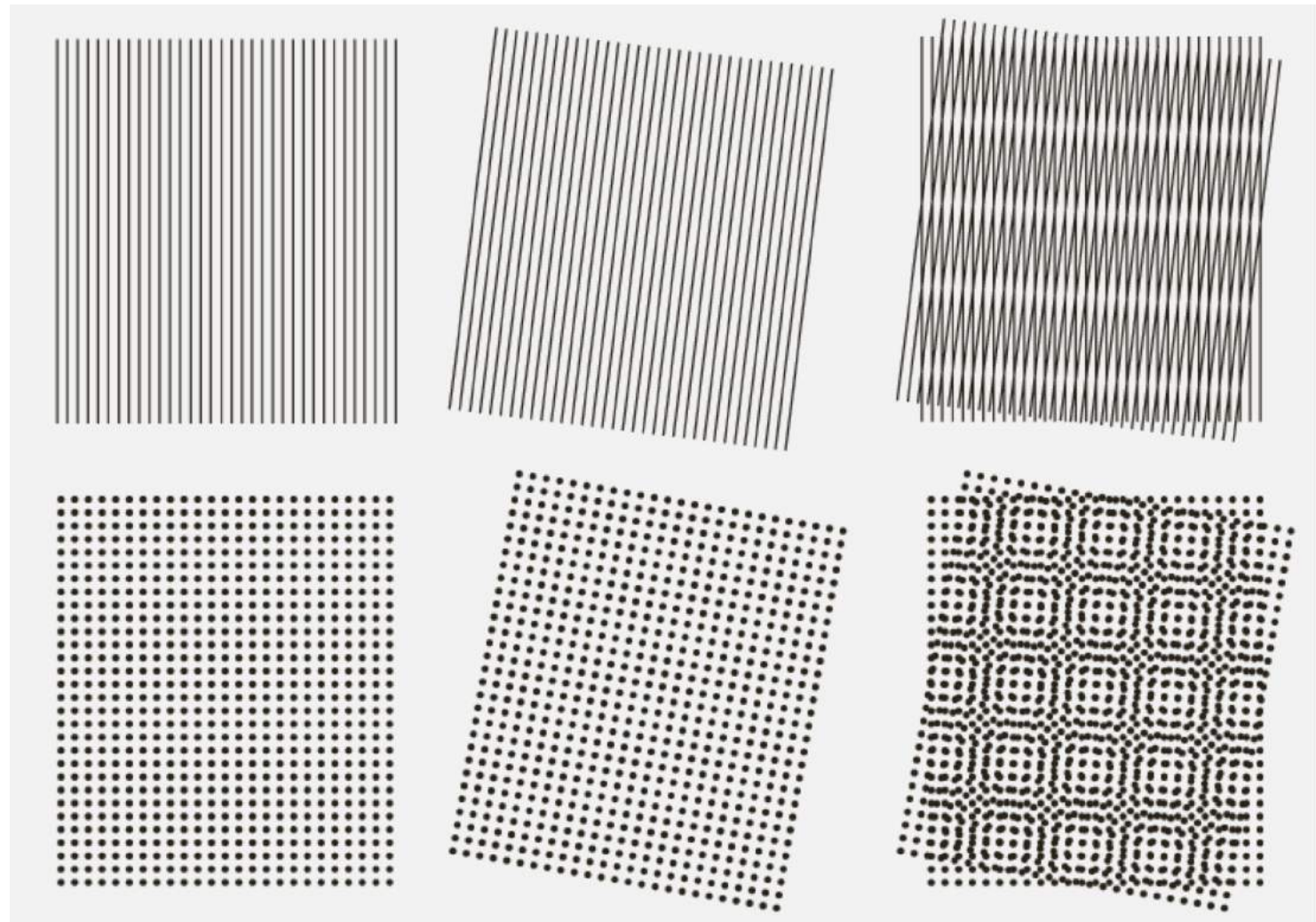
HOLIDAY ATTRACTIONS.
LORD & TAYLOR.
HAWAIIAN LOTTERY.
SOLID SILVER WARE AT RETAIL.

THE GOOD'S PATENT RUBBER TIRE.
THE FINEST RUBBER TIRE
FOR ALL KINDS OF
VEHICLES.
ON HAND
AT ALL
GOODS
STORES.

Halftone



Padrão Moiré



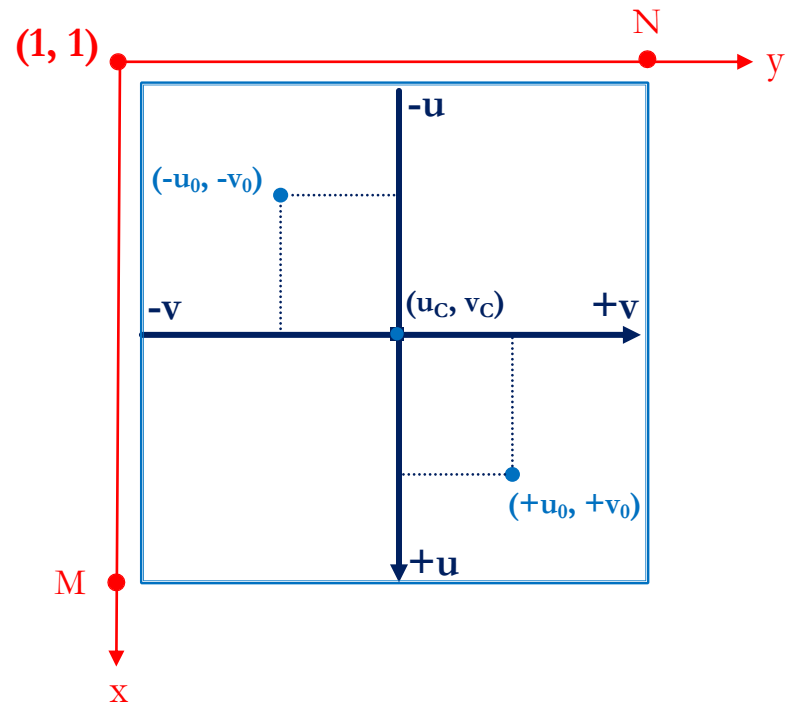
Padrão Moiré - Halftone



Filtros *Notch Reject*

- O filtro *notch reject* deve ser centrado na frequência da onda senoidal que se deseja remover $(\mathbf{u}_0, \mathbf{v}_0)$ e, por simetria, na frequência $(-\mathbf{u}_0, -\mathbf{v}_0)$.
- Note que a frequência $(\mathbf{u}_0, \mathbf{v}_0)$ é definida em relação ao centro do espectro de Fourier $(\mathbf{u}_C, \mathbf{v}_C)$.
- Para calcular a distância correta, deve-se fazer uma translação.
- No Matlab:

$$u_c = \text{floor}\left(\frac{M}{2}\right) + 1$$
$$v_c = \text{floor}\left(\frac{N}{2}\right) + 1$$



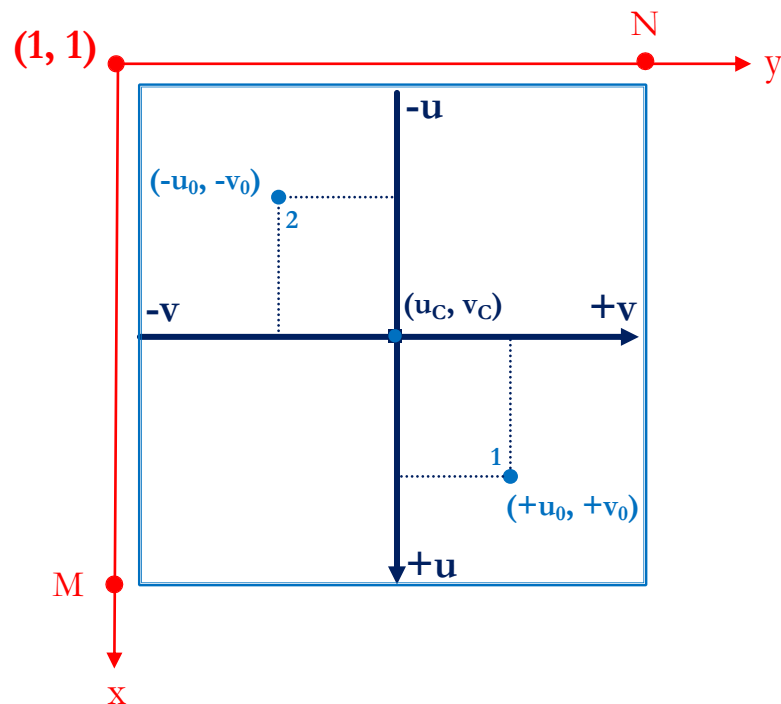
Filtros *Notch Reject*

$$D_1(u, v) = \sqrt{[u - (u_c + u_0)]^2 + [v - (v_c + v_0)]^2}$$

$$D_2(u, v) = \sqrt{[u - (u_c - u_0)]^2 + [v - (v_c - v_0)]^2}$$

$$u_c = \text{floor}\left(\frac{M}{2}\right) + 1$$

$$v_c = \text{floor}\left(\frac{N}{2}\right) + 1$$



Filtros *Notch Reject* Ideal



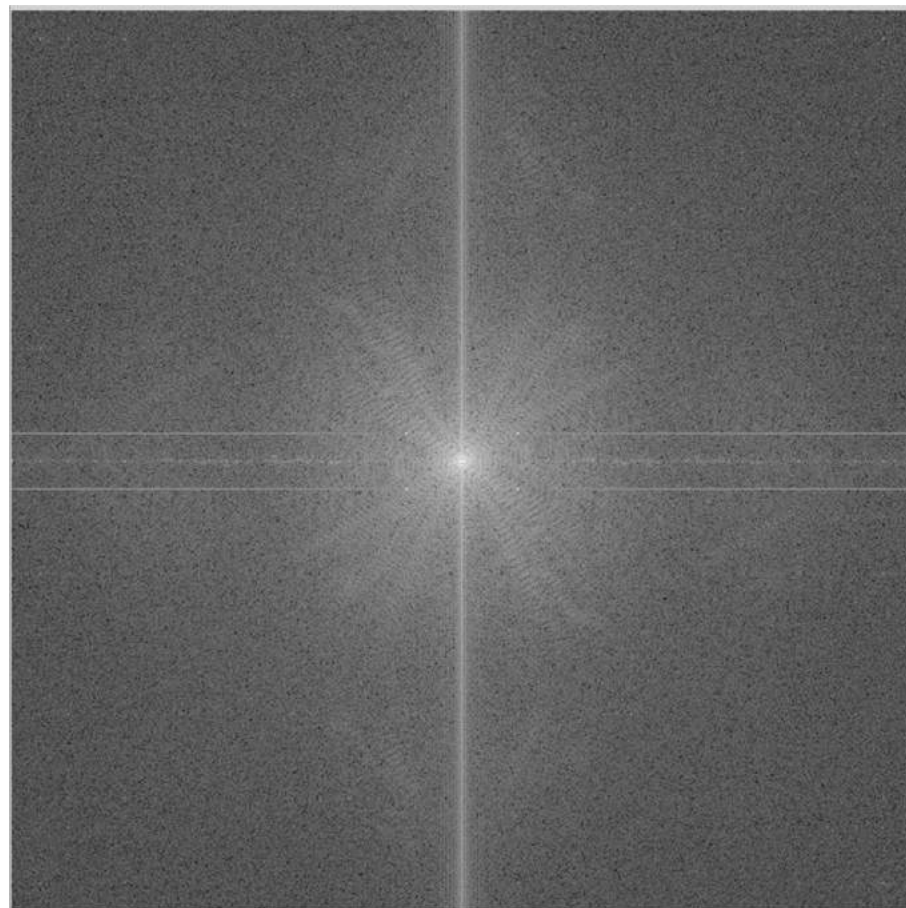
- A figura mostra apenas um par de regiões sendo retirado, mas o filtro *notch reject* pode retirar quantas ondas senoidais forem necessárias;
- A área em torno da frequência escolhida (raio D_0) que pode ser retirada é definida na construção do filtro;

$$D_1(u, v) = \sqrt{[u - (u_C + u_0)]^2 + [v - (v_C + v_0)]^2}$$

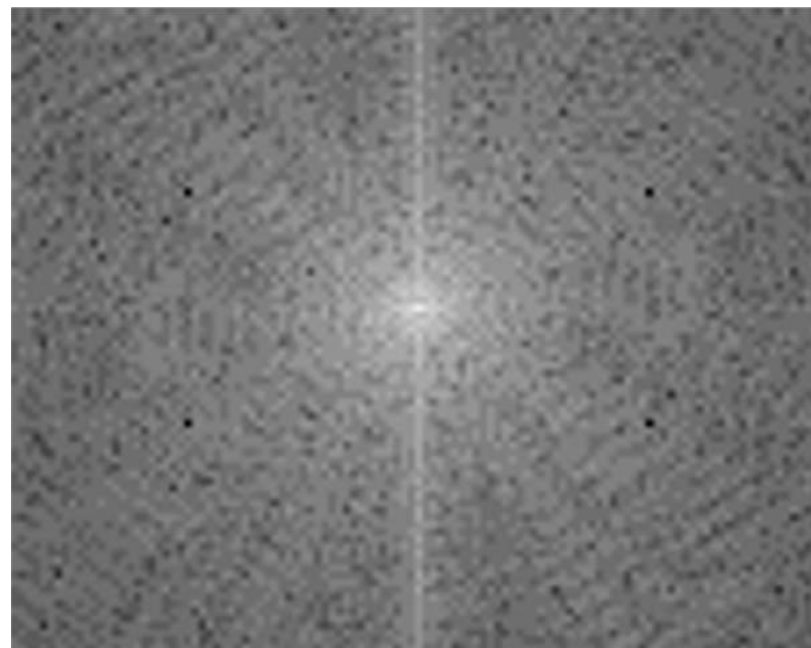
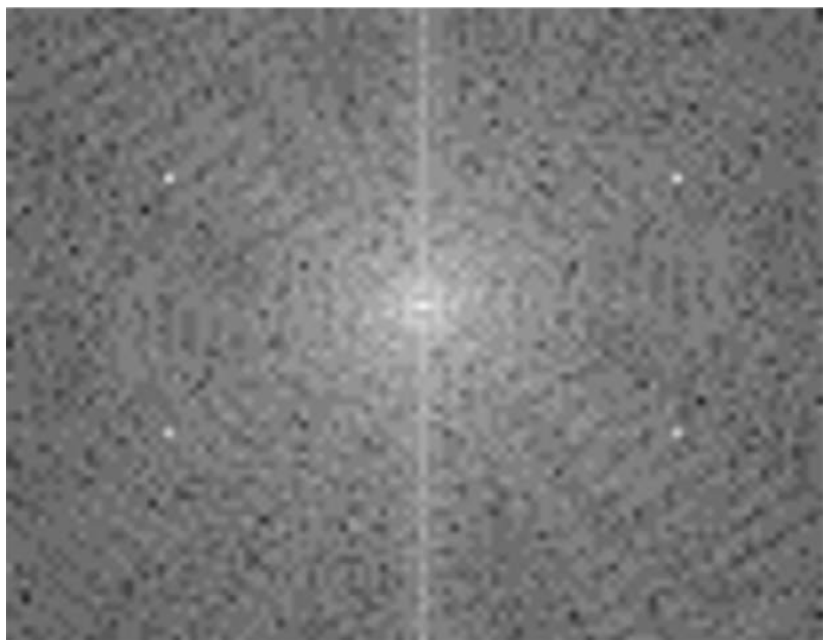
$$D_2(u, v) = \sqrt{[u - (u_C - u_0)]^2 + [v - (v_C - v_0)]^2}$$

$$H_{NR}(u, v) = \begin{cases} 0, & \text{se } D_1(u, v) \leq D_0 \text{ ou } D_2(u, v) \leq D_0 \\ 1, & \text{em todas as outras regiões} \end{cases}$$

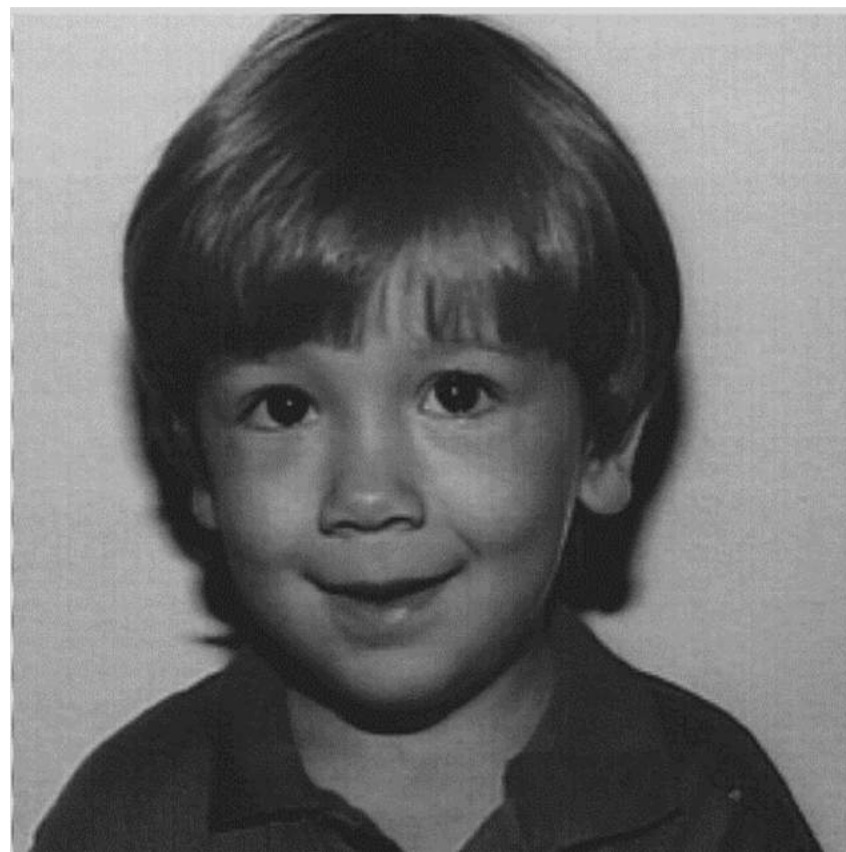
Filtros *Notch Reject* Ideal



Filtros *Notch Reject* Ideal



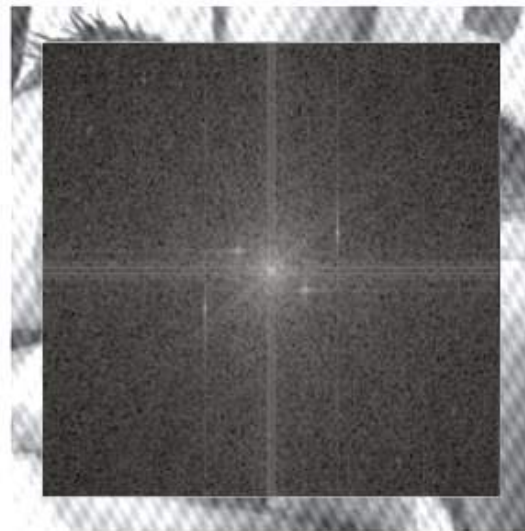
Filtros *Notch Reject* Ideal



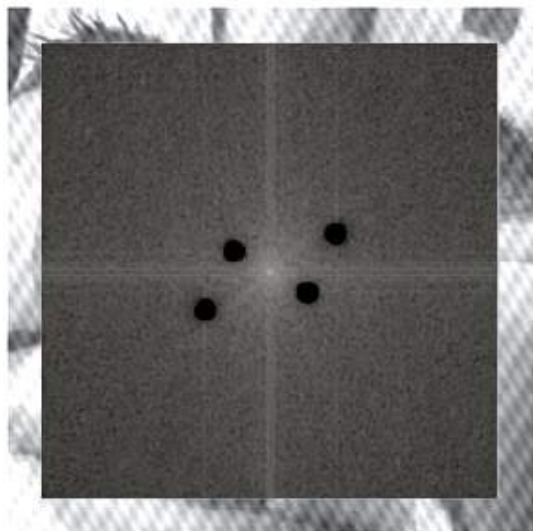
Filtros *Notch Reject* Ideal



(a)



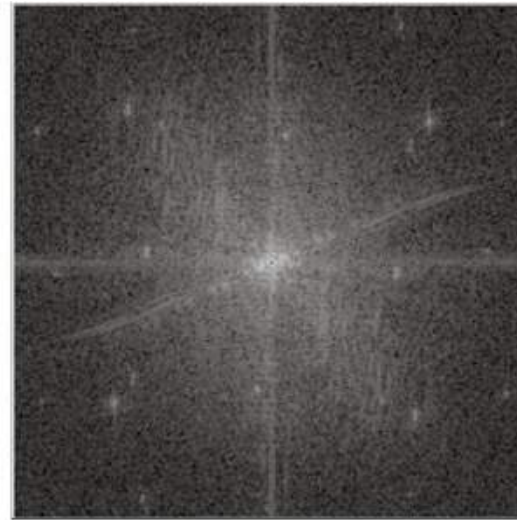
(b)



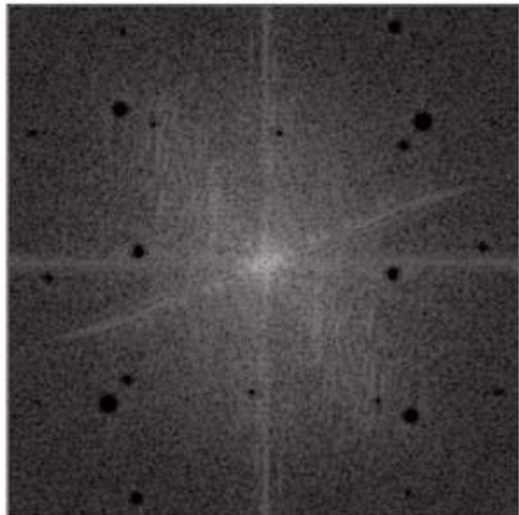
Filtros *Notch Reject* Ideal



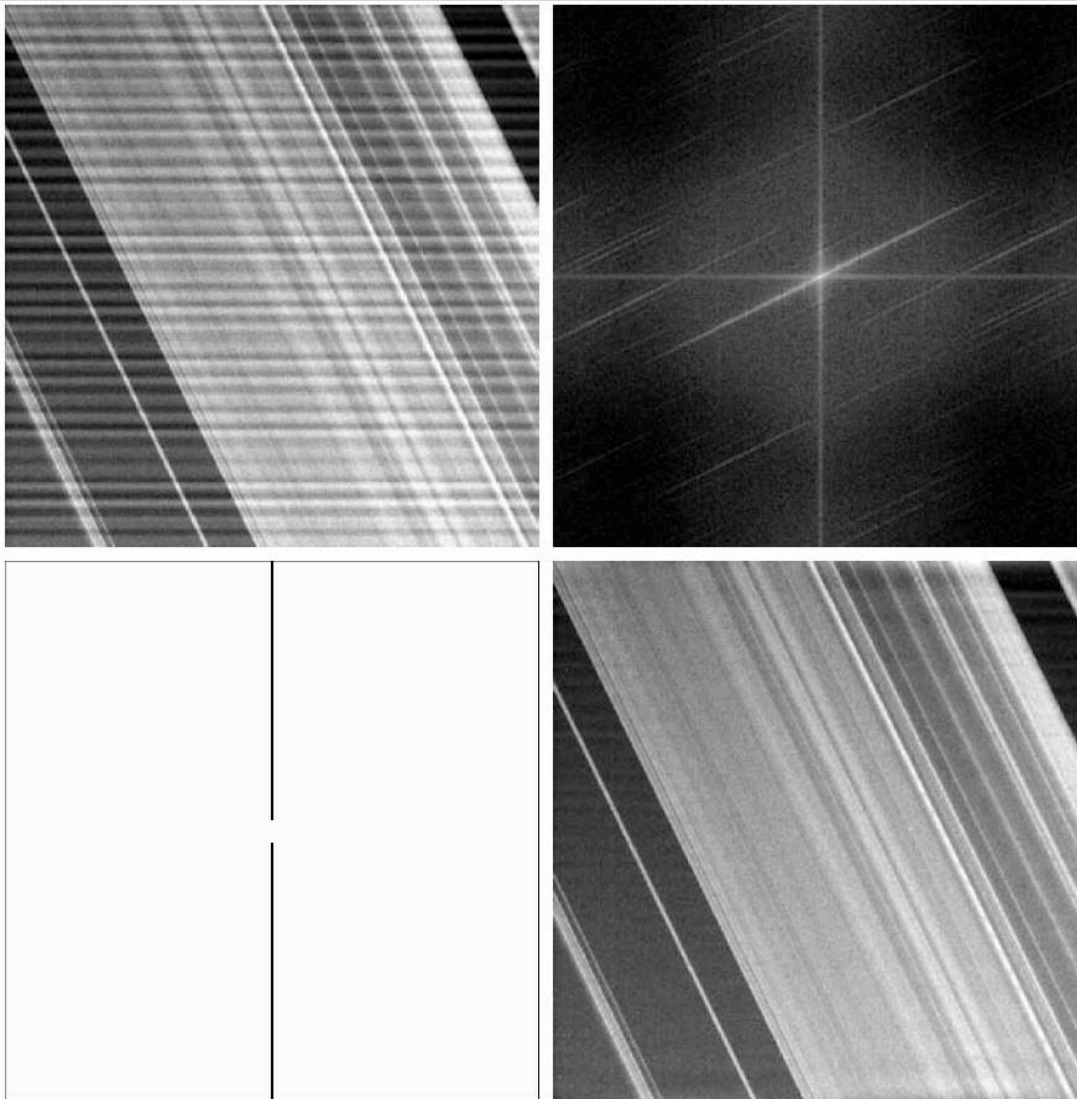
(a)



(b)



Filtros *Notch Reject* Ideal



Filtros *Notch Reject* Butterworth



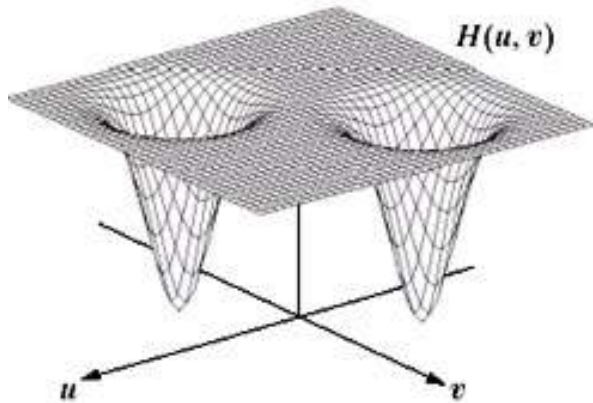
- O filtro *notch-reject* Butterworth é construído como produtos dos filtros passa-alta Butterworth cujos centros foram transladados aos centros de cada *notch*.
- D_0 é a frequência de corte escolhida na construção do filtro;

$$D_1(u, v) = \sqrt{[u - (u_c + u_0)]^2 + [v - (v_c + v_0)]^2}$$

$$D_2(u, v) = \sqrt{[u - (u_c - u_0)]^2 + [v - (v_c - v_0)]^2}$$

$$H_{NR}(u, v) = \frac{1}{1 + \left[\frac{D_0}{D_1(u, v)} \right]^{2n}} \cdot \frac{1}{1 + \left[\frac{D_0}{D_2(u, v)} \right]^{2n}}$$

Filtros *Notch Reject* Gaussiano



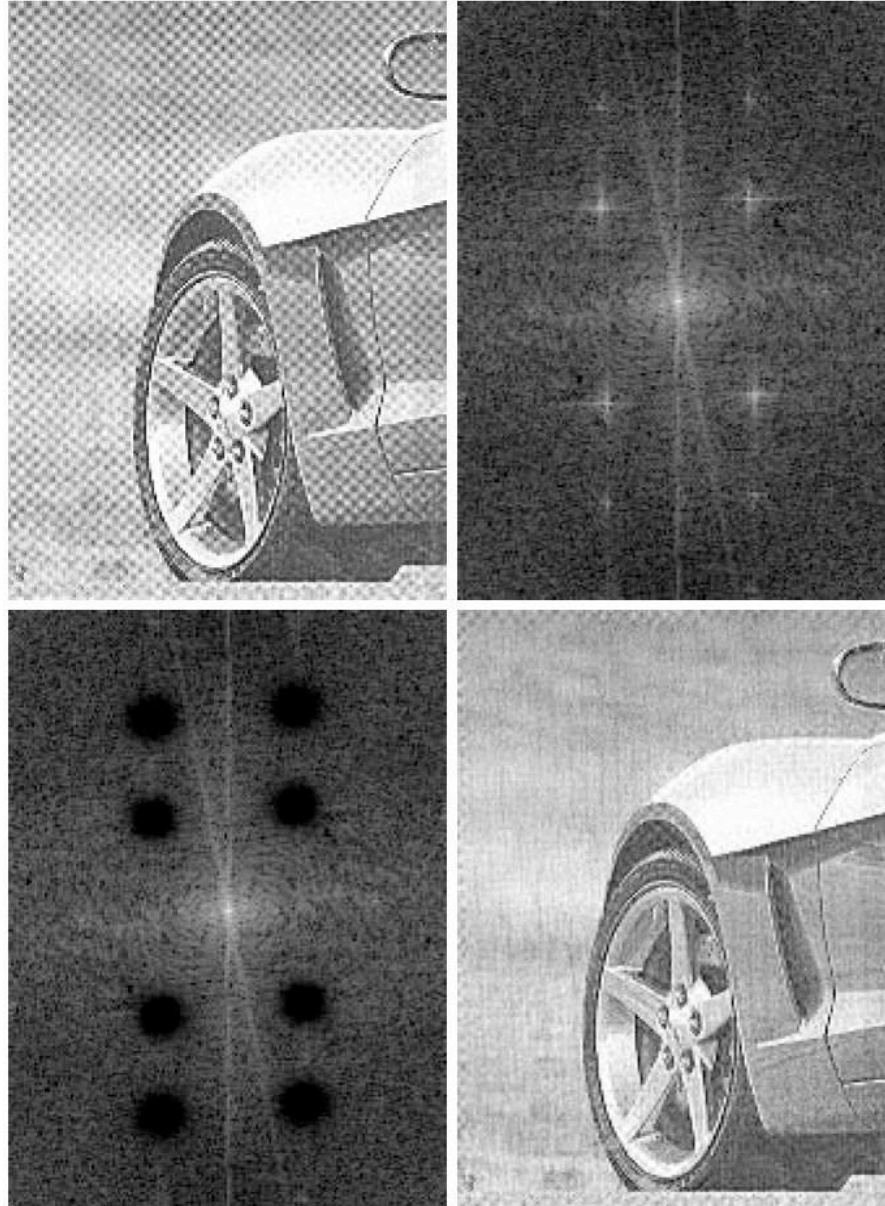
- O filtro *notch-reject* Gaussiano é construído como produtos dos filtros passa-alta Gaussiano cujos centros foram transladados aos centros de cada *notch*.
- D_0 é a frequência de corte escolhida na construção do filtro;

$$D_1(u, v) = \sqrt{[u - (u_c + u_0)]^2 + [v - (v_c + v_0)]^2}$$

$$D_2(u, v) = \sqrt{[u - (u_c - u_0)]^2 + [v - (v_c - v_0)]^2}$$

$$H_{NR}(u, v) = \left(1 - e^{-\frac{D_1(u, v)^2}{2D_0^2}}\right) \cdot \left(1 - e^{-\frac{D_2(u, v)^2}{2D_0^2}}\right)$$

Filtro *Notch Reject* Butterworth

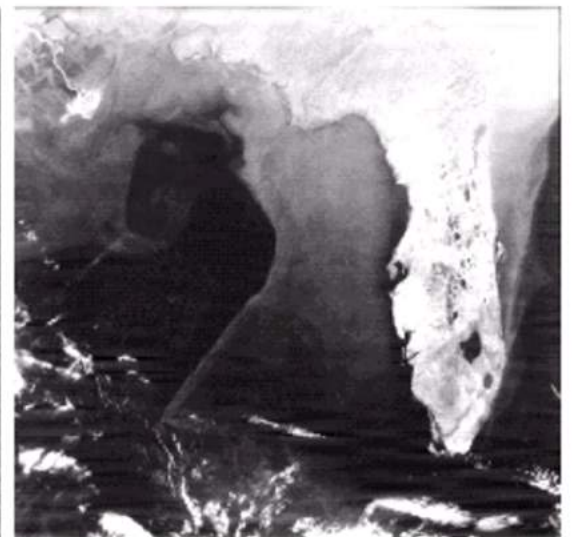
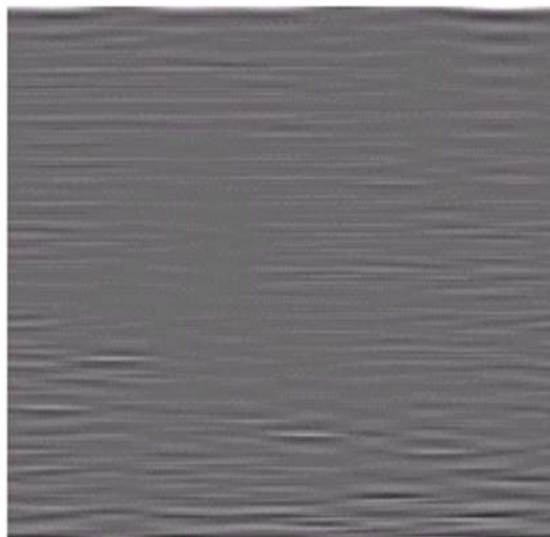
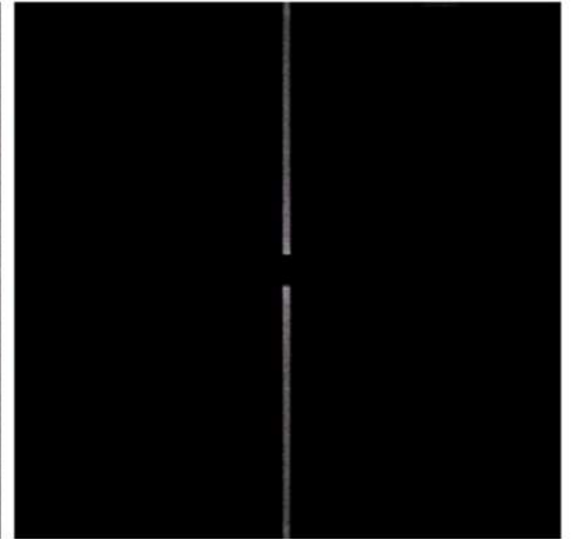
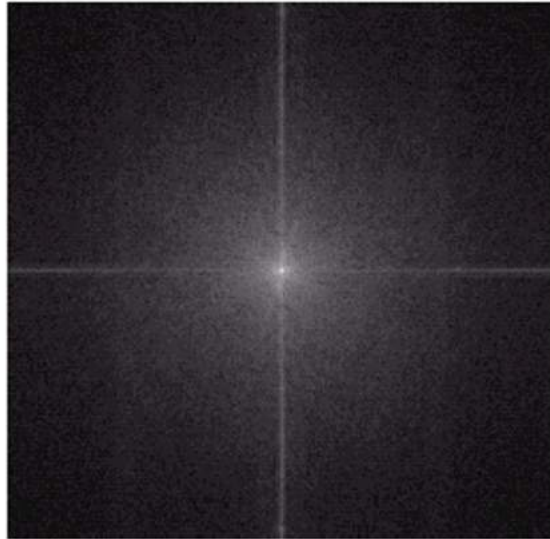


Filtros *Notch Pass*

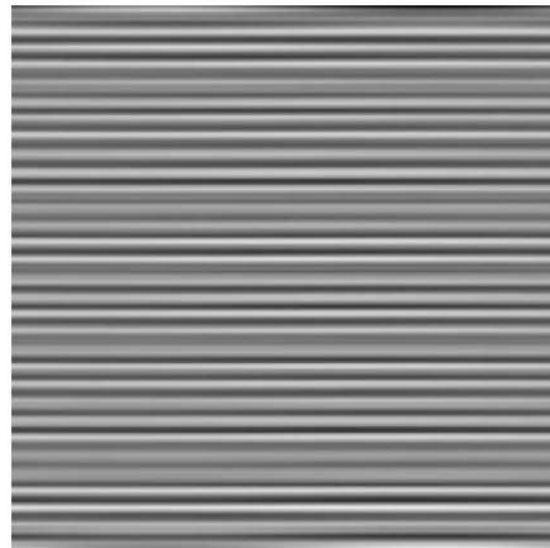
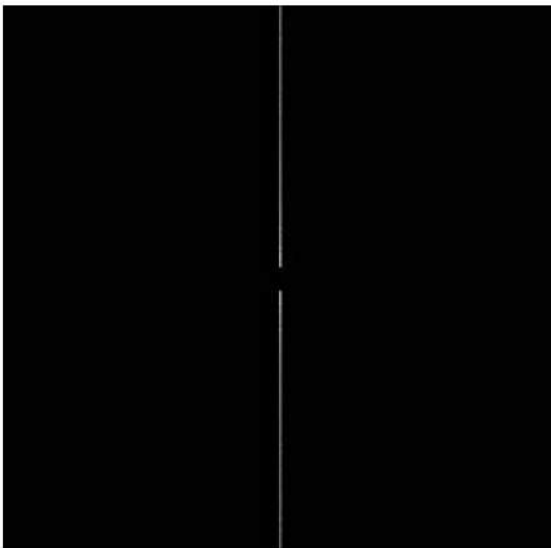
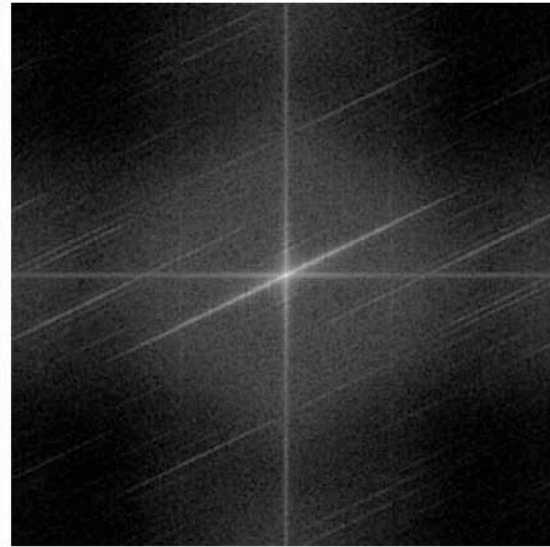
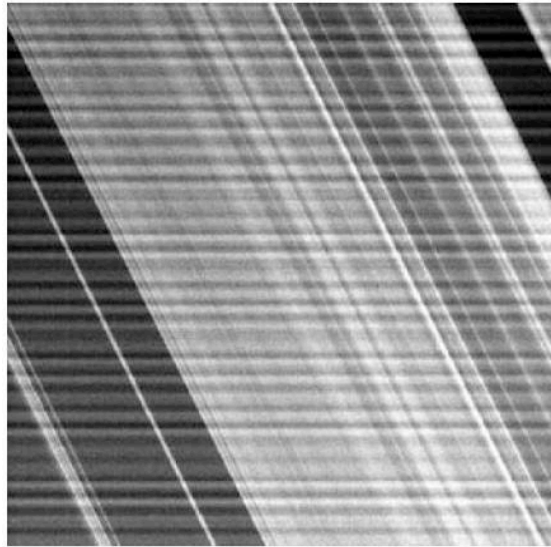
As equações dos filtros *Notch Pass* podem ser obtidos a partir das equações dos filtros *Notch Reject* :

$$H_{NP}(u, v) = 1 - H_{NR}(u, v)$$

Filtros *Notch Pass*



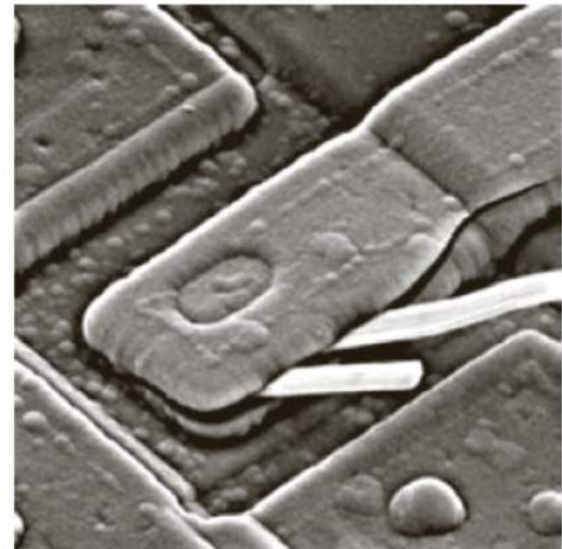
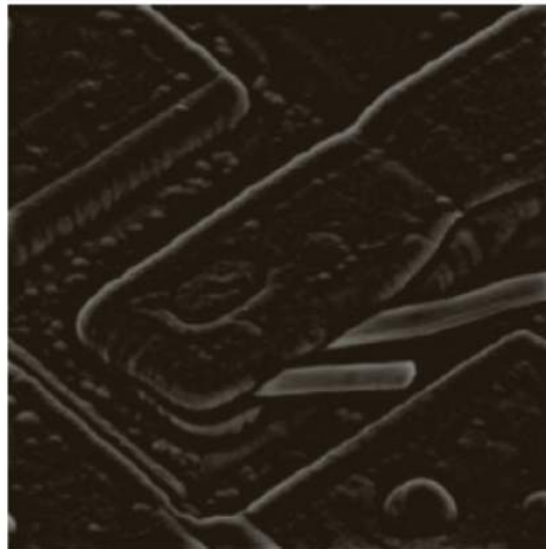
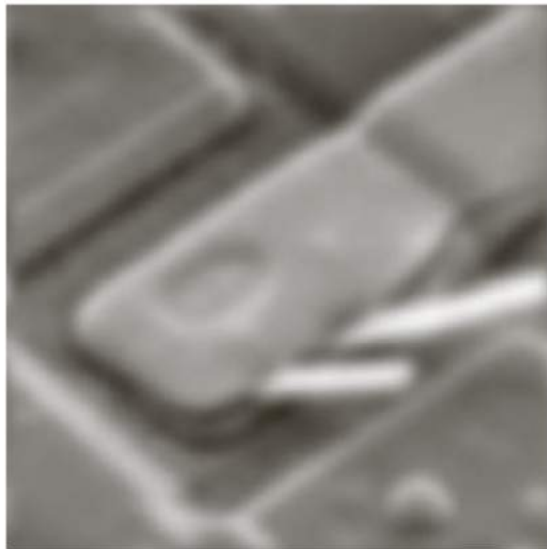
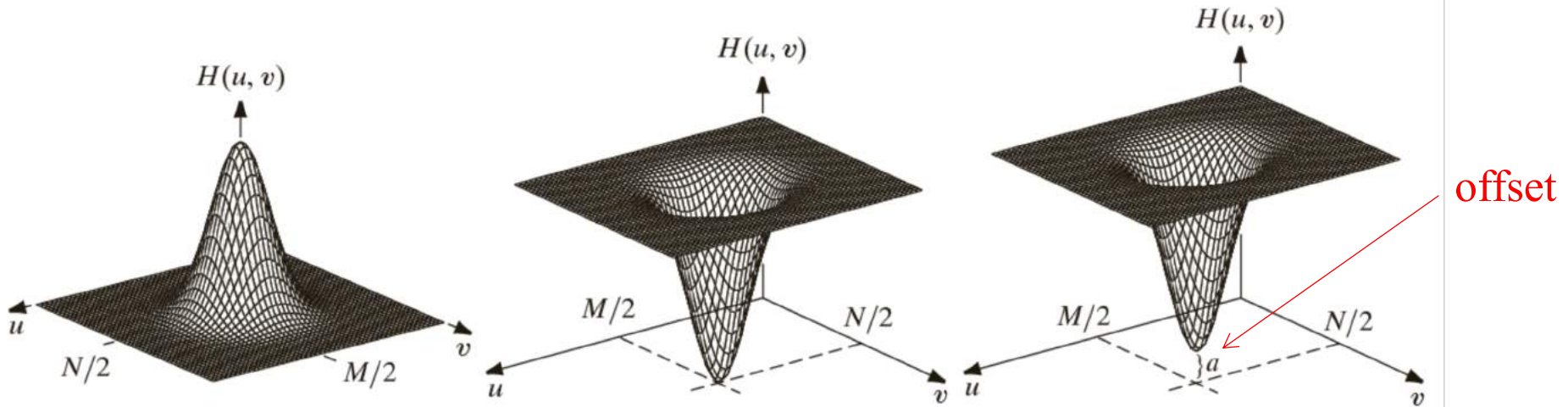
Filtros *Notch Pass*



Realce - Sharpening

- Atenua ou mantém os componentes de alguma faixa de frequência da imagem e aumenta (realça) outras faixas de frequências;
- Geralmente mantém as baixas-frequências e realça as altas-frequências;
- Na transição pode-se utilizar qualquer a curva, geralmente utiliza-se Butterworth ou Gaussiano.

Realce - Sharpening



Realce - Sharpening

$$H(u, v) = [k_1 \cdot H_P(u, v)] + k_2$$

- H_P - filtro passa-alta qualquer (ideal, Butterworth, Gaussiano)
- k_1 - controla a contribuição das altas frequências (realce)
- k_2 - controla o offset do filtro (brilho da imagem)

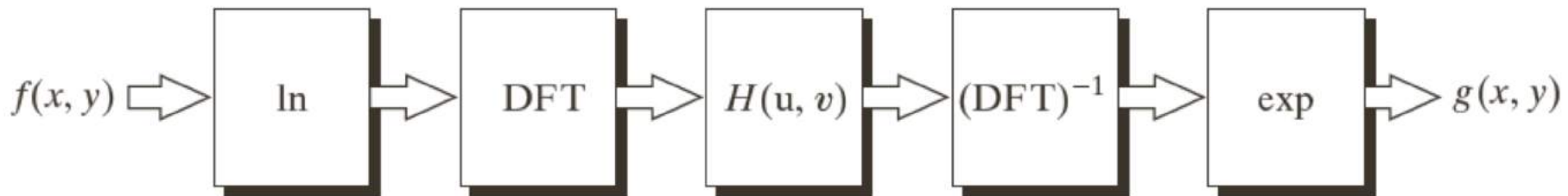
Realce - Sharpening

$$H(u, v) = [k_1 \cdot H_P(u, v)] + 1$$

- H_P - filtro passa-alta qualquer (ideal, Butterworth, Gaussiano)
- k_1 - controla a contribuição das altas frequências (realce)
- $k_2 = 1$ (não altera o brilho da imagem)

Filtro Homomórfico

- A filtragem homomórfica é normalmente utilizada para filtrar interferências multiplicativas em uma imagem. Por exemplo, iluminação não uniforme, ganho não uniforme dos detectores de imagem, ruído multiplicativo, entre outras.
- Ela se baseia no fato de que interferência multiplicativa torna-se aditiva ao aplicar uma função logarítmica na imagem.



Filtro Homomórfico

- Baseando-se no modelo de iluminação-refletância, pode-se realizar um realce de contraste em uma imagem atenuando o componente de iluminação e aumentando o componente de refletância;
- Como esses componentes são multiplicados no processo de formação de uma imagem, a filtragem homomórfica é capaz de transformar essa multiplicação em adição;
- Em geral, o componente de “iluminação” (γ_L) é de baixa-frequência e a “refletância” de alta-frequência (γ_H);
- Aumenta-se o contraste da imagem se a iluminação é diminuída ($0 < \gamma_L < 1$) e a refletância é aumentada ($\gamma_H > 1$);
- Na transição pode-se utilizar qualquer a curva de um filtro passa-alta, geralmente utiliza-se Butterworth ou Gaussiano.

Filtro Homomórfico

$$f(x, y) = i(x, y)r(x, y) \quad \Rightarrow \quad \mathfrak{S}[f(x, y)] \neq \mathfrak{S}[i(x, y)]\mathfrak{S}[r(x, y)]$$

$$\begin{aligned} z(x, y) &= \ln f(x, y) \\ &= \ln i(x, y) + \ln r(x, y) \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \mathfrak{S}\{z(x, y)\} &= \mathfrak{S}\{\ln f(x, y)\} \\ &= \mathfrak{S}\{\ln i(x, y)\} + \mathfrak{S}\{\ln r(x, y)\} \end{aligned}$$



$$Z(u, v) = F_i(u, v) + F_r(u, v)$$

$$\begin{aligned} S(u, v) &= H(u, v)Z(u, v) \\ &= H(u, v)F_i(u, v) + H(u, v)F_r(u, v) \end{aligned}$$

Filtro Homomórfico

$$\begin{aligned} s(x, y) &= \mathfrak{S}^{-1}\{S(u, v)\} \\ &= \mathfrak{S}^{-1}\{H(u, v)F_i(u, v)\} + \mathfrak{S}^{-1}\{H(u, v)F_r(u, v)\} \end{aligned}$$



$$i'(x, y) = \mathfrak{S}^{-1}\{H(u, v)F_i(u, v)\}$$

$$r'(x, y) = \mathfrak{S}^{-1}\{H(u, v)F_r(u, v)\}$$



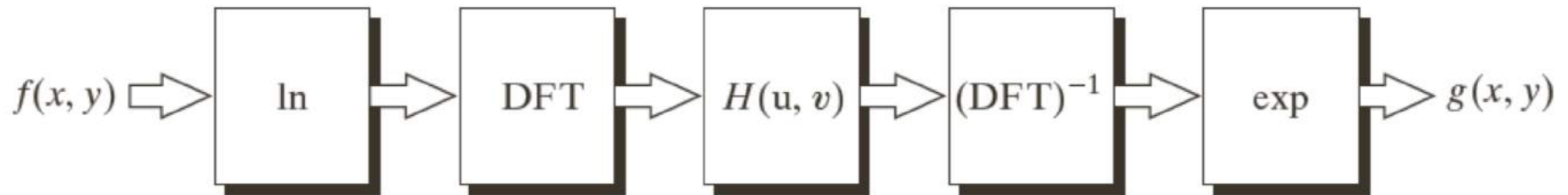
$$s(x, y) = i'(x, y) + r'(x, y) \quad \Longrightarrow$$

$$g(x, y) = e^{s(x, y)}$$

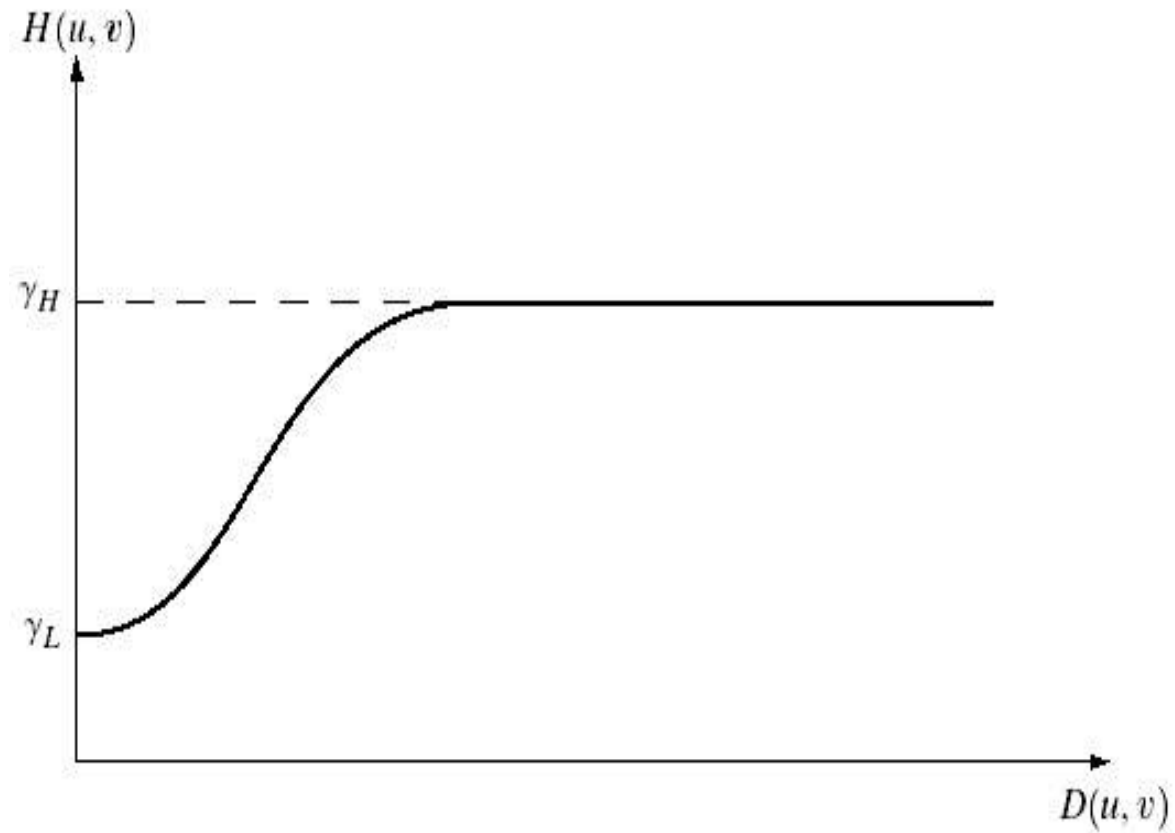
$$= e^{i'(x, y)} e^{r'(x, y)}$$

$$= i_0(x, y) r_0(x, y)$$

Filtro Homomórfico



Filtro Homomórfico

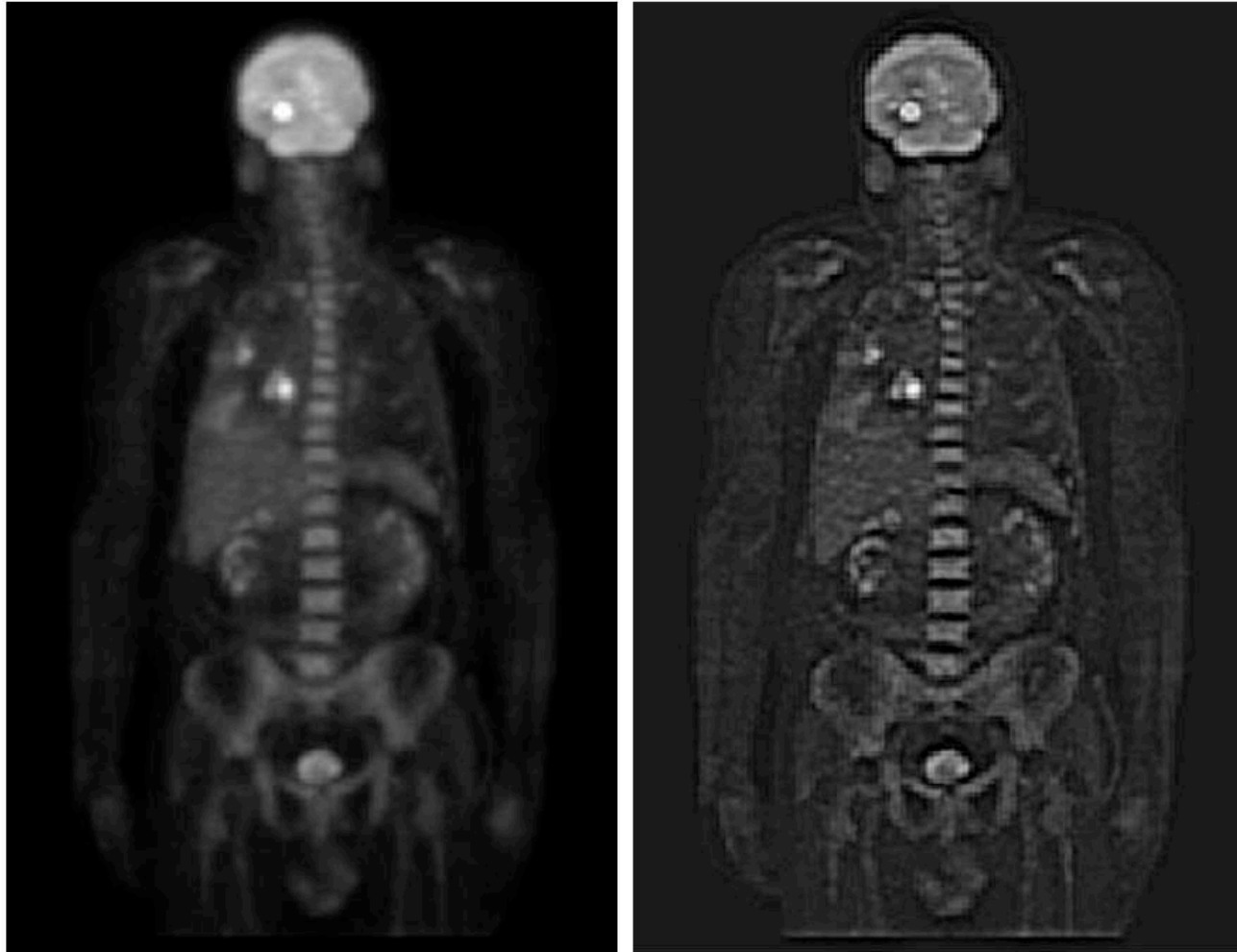


Filtro Homomórfico

$$H(u, v) = [(\gamma_H - \gamma_L) \cdot H_P(u, v)] + \gamma_L$$

- H_P - filtro passa-alta qualquer (ideal, Butterworth, Gaussiano)
- $0 < \gamma_L < 1$
- $\gamma_H > 1$

Filtro Homomórfico



Filtro Homomórfico



FIM