

Polarização Circular e Elíptica e Birrefringência

Nessa prática estudaremos a polarização circular e elíptica da luz enfatizando as lâminas defasadoras e a sua utilização como instrumento para alterar o estado de polarização da luz.

Sempre que surgir uma dúvida quanto à utilização de um instrumento, o aluno deverá consultar o professor, o monitor ou o técnico do laboratório para esclarecimentos.

Importante: Neste experimento será utilizado um laser. Cuidado para não direcioná-lo para seu próprio olho ou para o olho dos demais em sala !!!

I. Caso geral de polarização da luz

Como já vimos, a luz é uma onda eletromagnética, o que significa que ela é composta por campos elétricos e magnéticos oscilantes. As ondas eletromagnéticas são transversais, o que significa que o vetor campo elétrico, o vetor campo magnético e a direção de propagação são mutuamente perpendiculares. Logo, se a direção do campo elétrico e a direção de propagação forem especificadas, a direção do campo magnético será determinada. Existem, portanto, duas grandezas vetoriais importantes para especificar o modo de propagação de uma onda eletromagnética: o vetor de propagação \vec{k} e o vetor campo elétrico \vec{E} .

O campo elétrico sempre está contido num plano que é perpendicular à direção de propagação da onda, e pode ser representado como a soma de suas componentes nas direções x e y , conforme esquematizado na figura 1 para uma posição z fixa. Essas componentes variam no tempo com a mesma frequência, e a defasagem entre elas é que ocasiona os diferentes tipos de polarização apresentados por um feixe de luz: linear, circular e elíptica. De modo geral, o valor instantâneo do campo elétrico de uma onda eletromagnética plana como frequência angular ω , vetor de onda \vec{k} e fase ϕ na posição \vec{r} e em um instante t é:

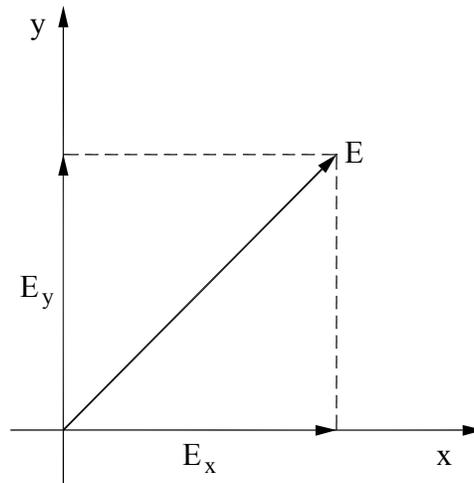


Figura 1 – Representação do vetor campo elétrico e de suas componentes ortogonais para uma onda que se propaga para fora da página.

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E_{ox} \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \hat{x} + E_{oy} \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi) \hat{y} \quad (1)$$

A onda será polarizada se ϕ e E_{ox} / E_{oy} forem constantes no tempo. Vamos considerar uma onda polarizada se propagando na direção do eixo z ($\vec{k} = k\hat{z}$), e por conveniência vamos analisá-la no plano $z = 0$ (portanto $\vec{k} \cdot \vec{r} = 0$). Assim, as componentes do campo elétrico serão:

$$E_x = E_{ox} \cos(\omega t) \quad (2a)$$

$$E_y = E_{oy} \cos(\omega t - \phi) \quad (2b)$$

Essas equações descrevem como as componentes do vetor campo elétrico variam ao longo do tempo, ou seja, definem a trajetória descrita pela extremidade do vetor no plano xy . Para descobrir essa trajetória podemos reescrever a equação 2b como:

$$\frac{E_y}{E_{oy}} = \cos(\omega t) \cos \phi + \sin(\omega t) \sin \phi \quad (3)$$

Combinando as equações 2a e 3, chegamos a:

$$\frac{E_y}{E_{oy}} - \frac{E_x}{E_{ox}} \cos \phi = \sqrt{1 - \left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)^2} \sin \phi \quad (4)$$

Elevando a equação 4 ao quadrado e reordenando os termos chega-se a:

$$\left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right) \cos \phi = \sin^2 \phi \quad (5)$$

Essa é uma equação de segundo grau nas variáveis E_x e E_y . Das equações 2, vemos que E_x e E_y são limitados, portanto a equação 5 define uma elipse. A presença do termo misto (termo que envolve o produto $E_x E_y$) indica que os eixos coordenados não coincidem com os semi-eixos da elipse. A figura 2 mostra um exemplo da curva descrita pela equação 5.

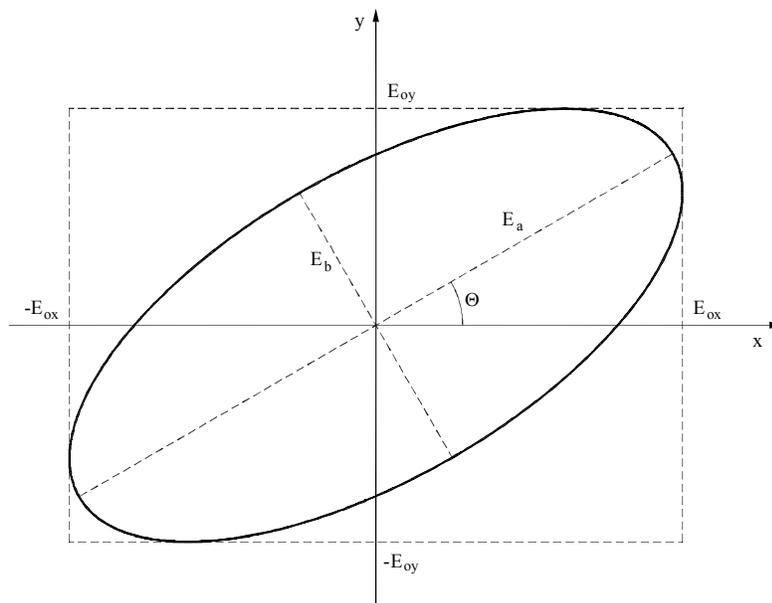


Figura 2 – Trajetória elíptica da extremidade do vetor campo elétrico no plano xy.

O ângulo θ entre os semi-eixos da elipse e os eixos coordenados pode ser obtido através da relação:

$$\tan(2\theta) = \frac{2E_{ox}E_{oy} \cos \phi}{E_{ox}^2 - E_{oy}^2} \quad (6)$$

Uma onda cuja extremidade do vetor campo elétrico descreve uma elipse é chamada de *elípticamente polarizada*, e é o caso mais geral que há de onda polarizada.

II. Casos particulares (polarização linear e circular)

Vamos analisar alguns casos particulares da equação 5:

a) $\phi = \pm \pi/2$. Neste caso $\theta = 0$ e a equação 5 se reduz para:

$$\left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)^2 = 1 \quad (7)$$

Portanto, o campo elétrico descreve uma trajetória elíptica com semi-eixos ao longo dos eixos x e y . A razão entre os dois eixos perpendiculares da elipse é dada pela razão entre as intensidades das componentes E_x e E_y dos campos elétricos. Podemos analisar um caso ainda mais particular, onde $E_{ox} = E_{oy} = E_o$. Neste caso teremos:

$$E_x^2 + E_y^2 = E_o^2 \quad (8)$$

Essa é a equação de uma circunferência de raio E_o , ou seja o vetor campo elétrico tem módulo constante e descreve um trajetória circular no plano xy . Neste caso dizemos que a onda é circularmente polarizada.

Um detalhe importante se refere ao sentido de rotação do campo elétrico. Quando $\phi = \pi/2$, temos $E_x = E_{ox} \cos(\omega t)$ e $E_y = E_{oy} \sin(\omega t)$. O campo elétrico gira no sentido anti-horário (ver figura 1), e a onda é chamada de polarizada à *esquerda*. Caso ϕ

$= -\pi/2$, tem-se $E_x = E_{ox} \cos(\omega t)$ e $E_y = -E_{oy} \sin(\omega t)$, o sentido de rotação do campo é horário e a polarização é elíptica (ou circular) à *direita*. Na figura 1, a luz se propaga saindo do plano do papel, portanto em direção ao observador.

b) $\phi = 0$. Nesse caso, a equação 5 se reduz para:

$$\frac{E_x}{E_{ox}} - \frac{E_y}{E_{oy}} = 0 \quad (9)$$

Ou seja:

$$\frac{E_x}{E_y} = \frac{E_{ox}}{E_{oy}} \quad (10)$$

A razão entre as componentes x e y é constante, ou seja, a polarização é linear. O ângulo entre a direção de polarização e o eixo x é dado por $\theta = \tan^{-1}(E_{oy} / E_{ox})$.

c) $\phi = 180^\circ$. Nesse caso, a equação 5 se reduz para:

$$\frac{E_x}{E_{ox}} + \frac{E_y}{E_{oy}} = 0 \quad (11)$$

Ou seja:

$$\frac{E_x}{E_y} = -\frac{E_{ox}}{E_{oy}} \quad (12)$$

A polarização é também linear, mas o ângulo entre a direção de polarização e o eixo x é dado por $\theta = -\tan^{-1}(E_{oy} / E_{ox})$.

Na figura 3 estão mostrados vários tipos de polarização da luz, provocados devido a defasagens entre as componentes E_x e E_y do campo elétrico.

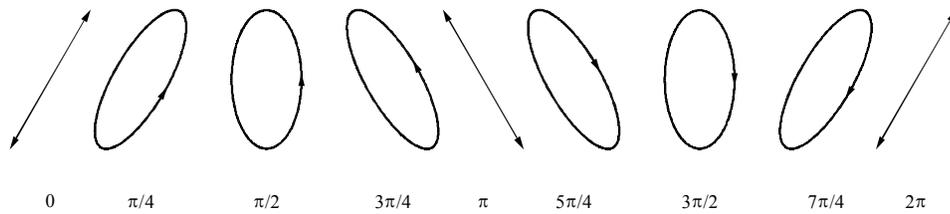


Figura 3 – Representação da trajetória do vetor campo elétrico para diferentes modos de polarização definida pelo ângulo ϕ que representa a defasagem da componente y em relação a componente x . As flechas indicam a direção de rotação do campo elétrico.

III. Birrefringência e mudanças na polarização da luz

Agora que definimos os diferentes estados de polarização da luz; resta-nos discutir como podemos modificar tais estados, ou, em outras palavras, como podemos controlar o ângulo ϕ da equação 1. É fácil ver pela equação 1 que uma maneira de induzir uma defasagem entre as componentes do campo é fazer com que a velocidade de propagação (ou seja, o módulo do vetor de onda) seja diferente para cada componente. Na prática isso pode ser conseguido se a onda se propagar em um meio no qual os índices de refração sejam diferentes para cada componente. Esses meios são chamados de birrefringentes.

Os materiais birrefringentes são um caso particular de materiais anisotrópicos (ou seja, materiais cujas propriedades dependem da direção). Esses materiais possuem dois índices de refração (denominados índice rápido, n_r , e lento, n_l), ou seja, há duas direções nas quais os índices de refração são iguais, e uma terceira direção na qual ele tem outro valor, que é chamado de *eixo óptico*. Se a luz incide com vetor de propagação na direção do eixo óptico, tudo se passa como se o meio fosse isotrópico, ou seja, independentemente da direção do campo elétrico a velocidade de propagação será a mesma. Entretanto, se a luz incidir perpendicularmente ao eixo óptico, o índice de refração depende da direção de vibração do campo elétrico. Podemos decompor então a onda eletromagnética em duas componentes ortogonais, uma delas vibrando na direção do eixo óptico e outra vibrando perpendicularmente. Os índices de refração são diferentes para essas componentes, e assim a diferença de fase entre elas varia à medida que a onda se propaga nesse meio.

Vamos considerar como exemplo um feixe luminoso linearmente polarizado se propagando na direção do eixo z e incidindo sobre uma lâmina de material birrefringente, cujo eixo óptico está na direção y , como mostrado na figura 4 (a direção de polarização pode ser qualquer). Vamos supor que o índice rápido seja na direção perpendicular ao eixo óptico.

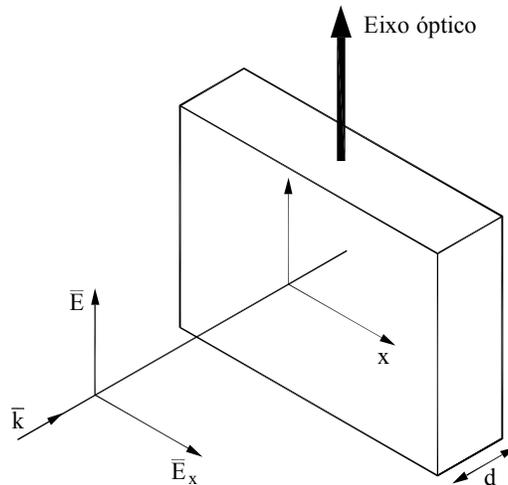


Figura 4 – Feixe luminoso incidindo perpendicularmente em uma placa birrefringente.

Após atravessar um comprimento d no material, as componentes em x e y podem ser escritas como:

$$E_x = E_{ox} \cos(k_r d - \omega t) \quad (13a)$$

$$E_y = E_{oy} \cos(k_l d - \omega t) \quad (13b)$$

Onde $k_l = n_l \frac{2\pi}{\lambda}$ e $k_r = n_r \frac{2\pi}{\lambda}$ são os módulos do vetor de propagação na direção do eixo óptico e na direção perpendicular. A diferença de fase entre elas será:

$$\phi = (k_l - k_r)d = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_l - n_r)d \quad (14)$$

Portanto, a defasagem produzida por um determinado material pode ser controlada variando a sua espessura. Assim, é possível construir lâminas que produzem

uma defasagem controlada entre as componentes do campo, permitindo gerar ondas com qualquer estado de polarização a partir de onda linearmente polarizadas. Essas lâminas recebem usualmente o nome de lâminas defasadoras.

IV. Lâminas defasadoras de quarto de onda

Vamos considerar que a espessura do material birrefringente seja ajustada para obter um ângulo de defasagem entre as componentes E_x e E_y de $\phi = \pm\pi/2 + 2m\pi$ (com m inteiro) na equação 14. Se a luz incidente na lâmina for linearmente polarizada, a diferença de fase na saída será $\pm\pi/2$, e pela figura 3 podemos ver que isso representa uma onda elipticamente polarizada com um semi-eixo na direção do eixo óptico. Se, além disso, a polarização da onda incidente fizer um ângulo de $\pi/4$ com o eixo óptico, as componentes x e y terão a mesma amplitude, e o resultado é polarização circular.

A diferença de fase de $\pm\pi/2$ corresponde a um quarto do comprimento de onda; por esse motivo, uma lâmina de material birrefringente que produz essa diferença de fase é chamada de *lâmina de quarto de onda*. Da equação 14, podemos estimar qual deve ser a espessura de uma lâmina como essa:

$$d = \frac{\lambda_o}{2\pi} \frac{1}{|n_l - n_r|} \left(\frac{\pi}{2} + 2m\pi \right) \quad (15)$$

Essa condição pode ser simplificada para:

$$d = \frac{\lambda_o}{|n_l - n_r|} \left(\frac{1}{4} + m \right) \quad (16)$$

V. Lâminas de meia onda

Vamos considerar agora que a espessura do material birrefringente seja ajustada para obter $\phi = \pi + 2m\pi$ (com m inteiro) na equação 14. A defasagem adquirida por uma componente é π , o que é equivalente a trocar o sinal dessa componente. Se a onda incidente for linearmente polarizada, após passar pelo material a onda continua linearmente polarizada, mas a direção de polarização é espelhada com relação ao eixo

óptico. Em outras palavras, se o ângulo entre o direção de polarização da onda incidente e o eixo óptico é θ , o efeito de uma lâmina de meia onda é girar a direção de polarização por um ângulo 2θ .

Se a luz incidente é elipticamente polarizada, a lâmina de meia onda inverte uma das componentes do campo o que resulta na inversão do sentido da rotação do campo elétrico; em outras palavras, luz elipticamente polarizada à esquerda é transformada em luz elipticamente polarizada à direita, e vice-versa.

Como a diferença de fase induzida é equivalente a meio comprimento de onda, uma lâmina como essa é chamada de *lâmina de meia onda*. A espessura de uma lâmina de meia onda é:

$$d = \frac{\lambda_o}{|n_t - n_r|} \left(\frac{1}{2} + m \right) \quad (17)$$

Experimentos

Atenção: Nos experimentos que seguem as lâminas defasadoras foram posicionadas no suporte de modo que o seu eixo óptico coincida ou esteja perpendicular ao 0° da escala angular.

1. Lâmina de meia onda

Dica geral: Posicione as lâminas defasadoras e os polarizadores de modo que você possa ver as indicações angulares sem olhar na direção do laser de He-Ne. Além disso, procure garantir a retro-reflexão do laser em todos os componentes ópticos.

a) Alinhe o feixe de laser horizontalmente e verticalmente com relação ao trilho óptico. Assegure-se que o feixe esteja numa direção horizontal e paralela ao trilho.

b) Adicione um polarizador à montagem, ajustando o eixo de transmissão do primeiro polarizador na vertical e incida o feixe de laser no mesmo. Adicione também o fotodetector acoplado a um voltímetro ajustado em DC. Gire o laser até obter o máximo de intensidade no detector (caso seja necessário, utilize camadas de fita adesiva para evitar a saturação do detector).

c) Acrescente o segundo polarizador à montagem, estando com eixo de transmissão cruzado com o primeiro (direção de transmissão horizontal). Faça o ajuste fino desta situação observando a mínima intensidade de luz através do sinal do

fotodetector. Gire o goniômetro do segundo polarizador de 90° . Nesta condição os dois polarizadores devem estar com eixos de transmissão alinhados.

d) Verifique se o fotodetector não está saturado (procure trabalhar com a máxima medida do voltímetro sempre menor que 8 V).

e) Introduza uma lâmina de meia onda com o 0° da escala angular na vertical entre os dois polarizadores, figura 5. Os eixos ópticos das lâminas foram alinhados no suporte de modo que o seu eixo óptico coincida ou esteja perpendicular ao 0° da escala angular. Este experimento pode ser realizado com qualquer uma das duas situações. Justifique esta afirmação.

Caso queira se certificar sobre o alinhamento dos eixos ópticos das lâminas, na condição de polarizadores cruzados insira a lâmina e verifique em que posição angular dessa, obtém-se a menor intensidade no fotodetector. Dessa forma você pode determinar os eixos ópticos da lâmina defasadora. Justifique essa afirmação.

f) Gire o goniômetro da lâmina de 45° e descreva o que acontece. Com o segundo polarizador determine ângulo de rotação da polarização introduzido pela lâmina de meia onda e compare com o valor esperado teoricamente

g) Repita o item anterior com o eixo óptico da lâmina de meia onda orientado a 10° , 20° , 30° , 40° , 50° e 60° em relação a vertical. Dica: mantenha os instrumentos ópticos próximos uns dos outros, assim como o fotodetector. Além disso, tente garantir a retro-reflexão em todas as medidas.

Faça um gráfico do ângulo de rotação da polarização (θ_2) em função do ângulo entre a polarização da luz incidente e o eixo óptico da lâmina de meia onda (θ_1). Determine o coeficiente angular da curva resultante e compare com o valor esperado.

Efeito de uma lâmina de meia onda na polarização linear

θ_1	θ_2	θ_1	θ_2



Figura 5 – Fotografia da montagem experimental. A lâmina de meia onda é posicionada entre dois polarizadores.

2. Lâmina de quarto de onda – Polarização circular

a) Substitua a lâmina de meia onda por uma de quarto de onda com o suporte indicando 0° na vertical e o segundo polarizador por um polarizador rotativo, que consiste de polarizador acoplado ao eixo de um motor elétrico (utilize uma tensão de cerca de 5 V). Substitua também o voltímetro por um osciloscópio, usando o modo de acoplamento DC e modo de *trigger* automático.

b) Ajuste a orientação angular da lâmina de quarto de onda até que se obtenha um sinal o mais constante possível na tela osciloscópio, figura 6. Discuta o que isso significa.

Nessa situação, meça o ângulo entre o eixo óptico da lâmina de quarto de onda e a direção de polarização da luz incidente na mesma, e compare com o valor esperado. Dica: neste experimento é crucial a retro-reflexão do laser ao incidir na lâmina defasadora. Para verificar isso, refaça o experimento com a lâmina ligeiramente desalinhada (fora da retro-reflexão) e verifique o resultado.

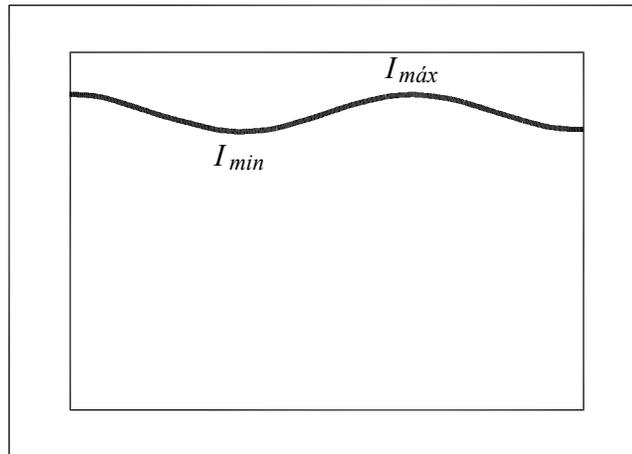


Figura 6 – Sinal observado na tela do osciloscópio quando a luz está elípticamente polarizada.

c) Meça a razão entre as intensidades (I_{min} / I_{max}) das duas componentes perpendiculares de polarização. Com esses valores, calcule a razão entre os campos elétricos (mínimo e máximo).

d) Gire o eixo da lâmina de quarto de onda até obter um ângulo de cerca de 30° na escala do goniômetro em relação e o eixo do polarizador. Meça a razão entre as intensidades (I_{min} / I_{max}) das duas componentes perpendiculares de polarização. Calcule a razão entre os campos elétricos.

Com esses dados, calcule o ângulo do eixo da lâmina com respeito ao polarizador e compare com o valor indicado no goniômetro.

Efeito de uma lâmina de quarto de onda na polarização da luz

Orientação da lâmina (leitura do goniômetro)		
$I_{máx}$		
$I_{mín}$		
$I_{máx} / I_{mín}$		
$E_{máx} / E_{mín}$		

3. Efeito de duas lâminas de quarto de onda

a) Retorne à montagem com dois polarizadores com eixos de transmissão na vertical e insira duas lâminas de quarto de onda entre eles. Ajuste os goniômetros de ambas as lâminas de modo que indiquem 15° em relação ao eixo do primeiro polarizador. Com o segundo polarizador determine o estado e direção da polarização da luz emergente. Repita o procedimento para as lâminas orientadas a 30° e 45° .

b) Na mesma montagem mantenha a primeira lâmina orientada a 15° , mas agora com a segunda lâmina girada de -15° . Com o segundo polarizador determine o estado e direção da polarização da luz emergente. Repita o procedimento para as primeira e segunda lâmina orientadas a 30° e -30° e 45° e -45° , respectivamente. Dica: Mantenha os instrumentos ópticos próximos uns dos outros.

Efeito combinado de duas lâminas de quarto de onda na polarização da luz

Orientação angular da lâminas Lâmina1 / Lâmina2	Estado de Polarização da Luz Emergente	Orientação da Polarização da Luz Emergente em Relação a vertical
$15^\circ / 15^\circ$		
$30^\circ / 30^\circ$		
$45^\circ / 45^\circ$		
$15^\circ / -15^\circ$		
$30^\circ / -30^\circ$		
$45^\circ / -45^\circ$		

c) Com base nos resultados dos itens a e b determine qual é a orientação relativa entre os eixos ópticos das duas lâminas em cada caso. Dica: Ao girar o polarizador de um ângulo θ , o eixo de transmissão do polarizador terá rodado de q pela “regra da mão direita”. O mesmo vale para as lâminas defasadoras.