

*Instituto de Física*  
*USP*

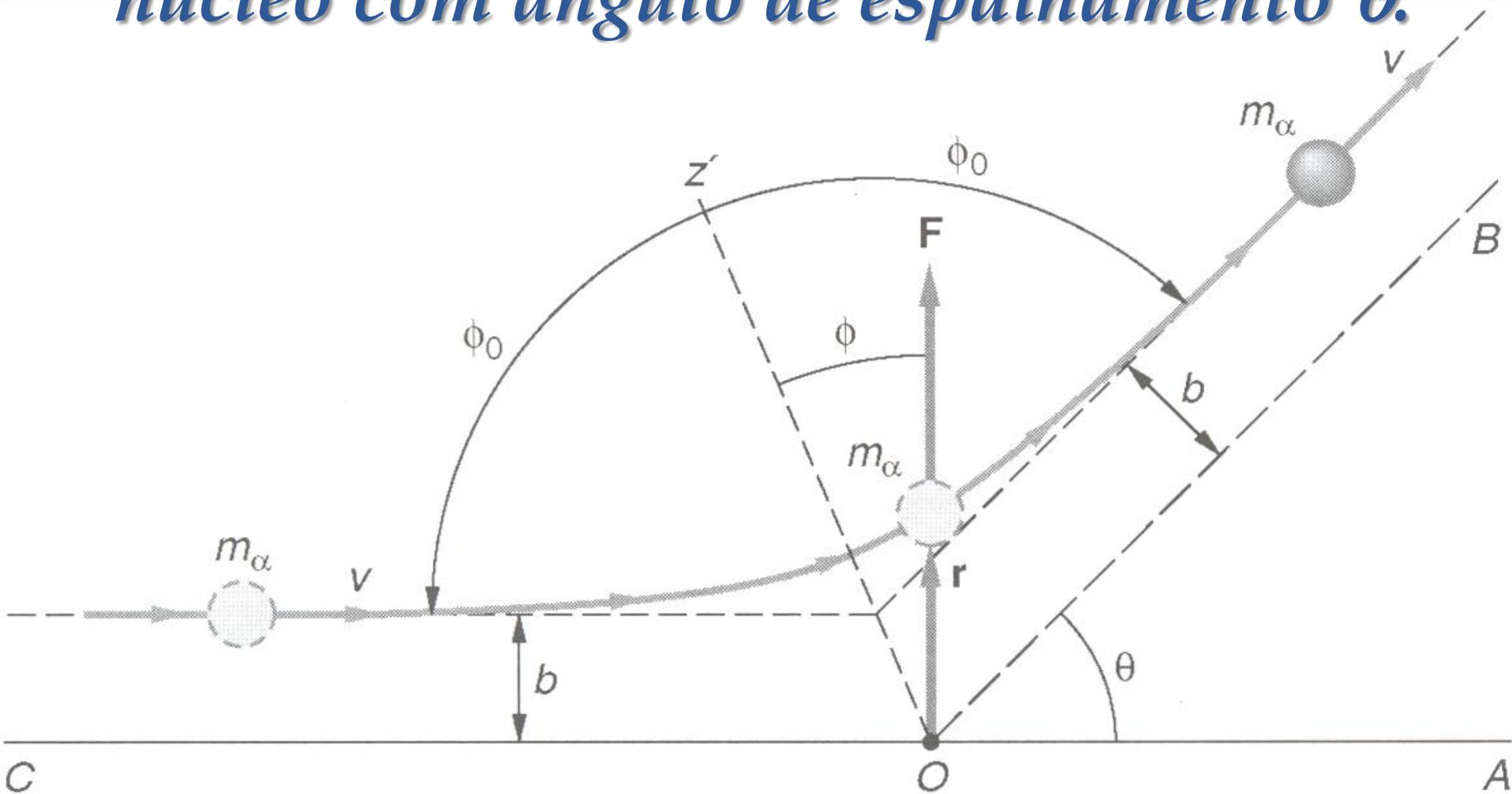
*Física V - Aula 21*

*Professora: Mazé Bechara*

# *Aula 21 – O experimento de Rutherford e os resultados experimentais. A dimensão nuclear*

1. A comparação da **seção de choque de Rutherford** com os resultados experimentais.
2. A mínima distância entre núcleo e partícula alfa espalhada e **a dimensão nuclear, a partir de resultados experimentais de espalhamento de Rutherford.**
3. **Aplicação.**
4. **A questão da estabilidade deste átomo nucleado**

# Uma alfa espalhada elasticamente por um núcleo com ângulo de espalhamento $\theta$ .



# A seção de choque de Rutherford

A **seção de choque de Rutherford** é o resultado para o **espalhamento elástico por interação coulombiana repulsiva**.

$$\frac{d\sigma_{Ruth}(\theta)}{d\Omega} = \frac{dN_{esp}^{1N(c \arg a - c \arg a)}(\theta)}{I_0 dt d\Omega} = \frac{1}{16} \left( \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi \epsilon_0 E_{inc}} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

**Obs. O resultado para o cálculo da Mecânica Quântica coincide com o resultado da Mecânica Clássica.**

# A Secção de choque diferencial e o número de partículas do detector

- O número de partículas espalhadas por  $N_N$  núcleos:

$$\frac{dN^N(\theta, \text{int}, E_{inc})}{dt I_0 d\Omega} = N_N \frac{d\sigma(\theta, \text{int}, E_{inc})}{d\Omega}$$

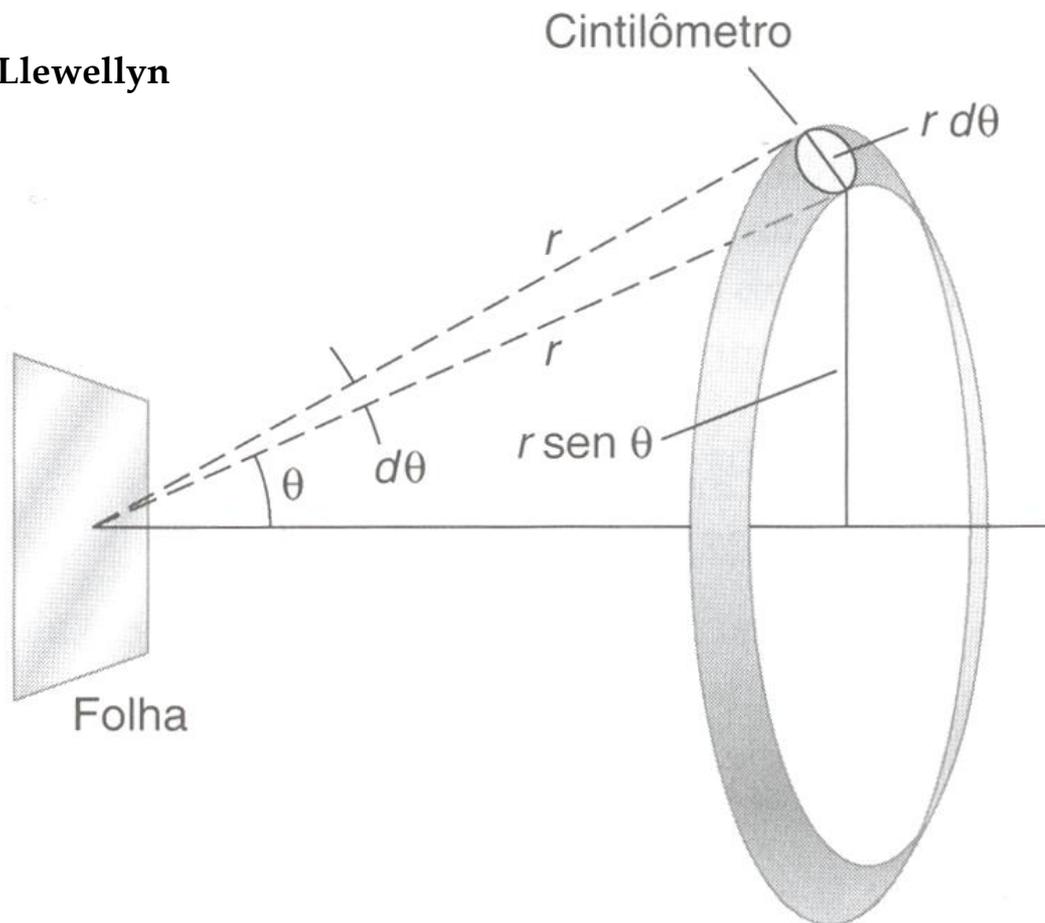
$I_0$  é o fluxo de partículas do feixe:

$$I_0 = \frac{dN_{inc}}{dA_{feixe} dt}$$

$d\Omega$  é o ângulo sólido no qual entraram as partículas detectadas, portanto **do detector**:

$$d\Omega_{det} = \frac{dA_{det}}{d_{alv}^2}$$

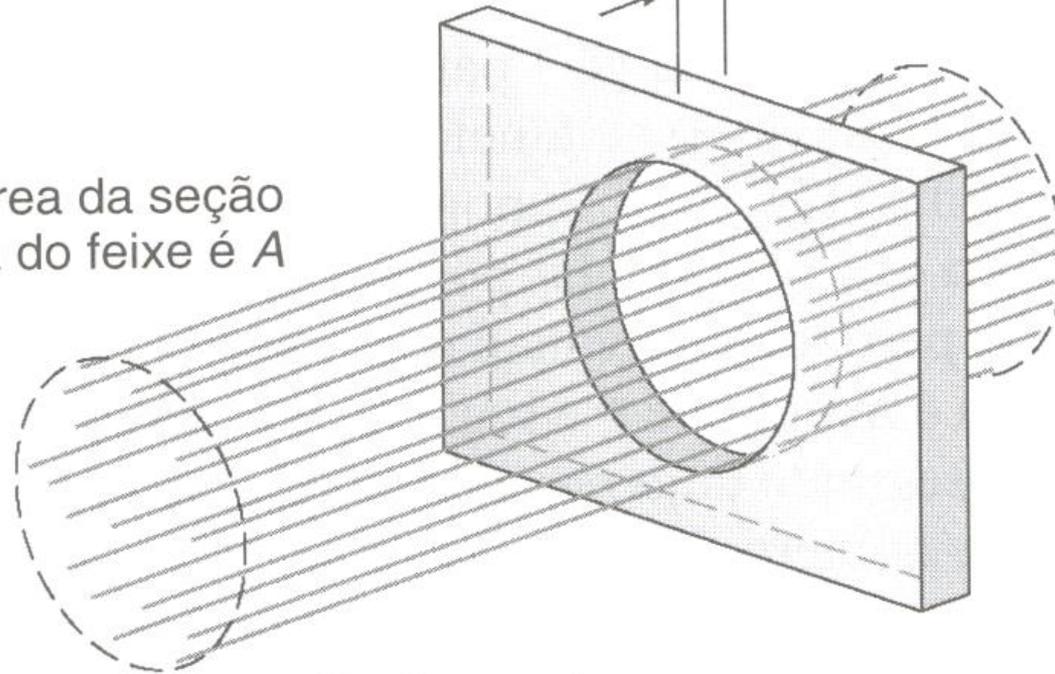
Figura do Tipler & Llewellyn



**Fig. 4-10** As partículas cujos ângulos de espalhamento estão entre  $\theta$  e  $\theta + d\theta$  passam por uma zona esférica de raio  $r$  com centro no átomo responsável pelo espalhamento. A área desta zona é  $A_z = (2\pi r \sin \theta)(r d\theta)$ . O cintilômetro está situado a uma distância  $r$  da folha e ocupa uma fração  $f_{ci}$  desta área igual à relação (área do cintilômetro)/(área da superfície) =  $A_{ci}/A_{sup} = f_{ci}$  e portanto detecta um número de partículas  $\Delta N_1 = (N/A_{sup})(A_{ci}) = N_{ci} f_{ci}$  devido ao espalhamento de um único núcleo.

# O feixe incidindo na fina folha de muitos "alvos"

A área da seção reta do feixe é  $A$



O número de átomos da folha é  $nAt$

**Fig. 4-8** O número total de núcleos de átomos da folha metálica na área coberta pelo feixe é  $nAt$ , onde  $n$  é o número de átomos da folha por unidade de volume,  $A$  é a área da seção reta do feixe e  $t$  é a espessura da folha.

# Os valores para cálculo de partículas espalhadas em dada condição experimental

- O número de núcleos da folha que interagem com o feixe – a partir da densidade do material e da espessura da folha:

$$N_N = \rho_{alvo} \frac{dA_{feixe} \Delta x_{alvo} N_o}{M_{alvo}}$$

- O fluxo de um feixe incidente experimental – mede-se a corrente do feixe:

$$I_o = \frac{dN_{inc}}{dt dA_{feixe}} = \frac{i}{Z_{feixe} e dA_{feixe}}$$

- O ângulo sólido do detector – medidas geométricas:

$$d\Omega_{exp} = \frac{dA_{det}}{d^2}$$

## *A previsão do número de partículas espalhadas por unidade de tempo no espalhamento de Rutherford*

**O número de partículas que entra no detector segundo a previsão do espalhamento de Rutherford em uma dada situação experimental:**

$$\frac{dN_{esp}^{Ruth}(\theta)}{dt} = \left\{ \frac{d\sigma_{Ruth}}{d\Omega} \right\} [N_N I_o] \left( \frac{dA_{det}}{d^2} \right) =$$
$$\left\{ \frac{1}{16} \left[ \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_o E_{inc}} \right]^2 \left[ \frac{1}{\text{sen}^4 \frac{\theta}{2}} \right] \right\} [\rho_{alvo} \frac{\Delta x_{alvo} N_o}{M_{alvo}} \frac{dN_{inc}}{dt}] \left( \frac{dA_{det}}{d^2} \right)$$

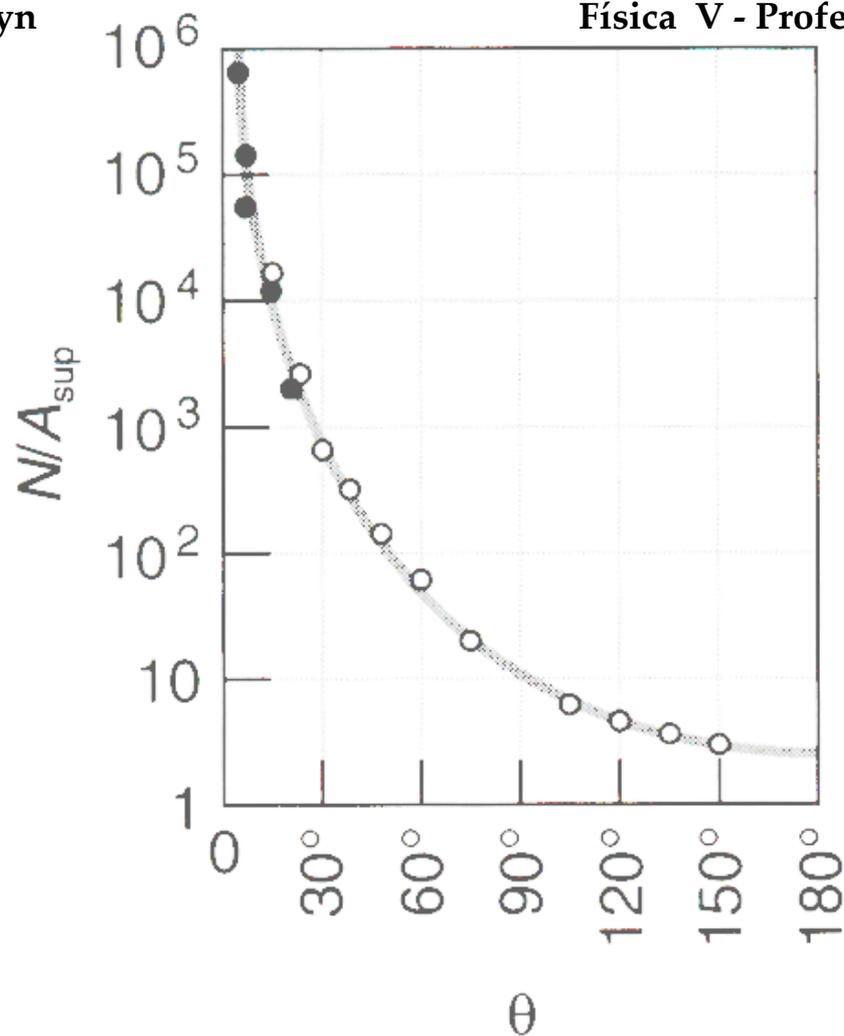
**Compare com os resultados experimentais!**

# A secção de choque experimental

$$\frac{d\sigma_{\text{exp}}}{d\Omega} = \frac{\frac{dN_{\text{exp}}(\theta)}{dt}}{[N_N I_o] d\Omega_{\text{exp}}} = \frac{\frac{dN_{\text{exp}}(\theta)}{dt}}{\left[ \frac{\rho_{\text{alvo}} dA_{\text{feixe}} \Delta x_{\text{alvo}} N_o}{M_{\text{alvo}}} \times \frac{i}{Z_{\text{feixe}} e dA_{\text{feixe}}} \right] \left( \frac{dA_{\text{det}}}{d^2} \right)} =$$

$$= \frac{\frac{dN_{\text{exp}}(\theta)}{dt} M_{\text{alvo}} Z_{\text{feixe}} e d^2}{\rho_{\text{alvo}} dA_{\text{feixe}} \Delta x_{\text{alvo}} N_o i dA_{\text{det}}}$$

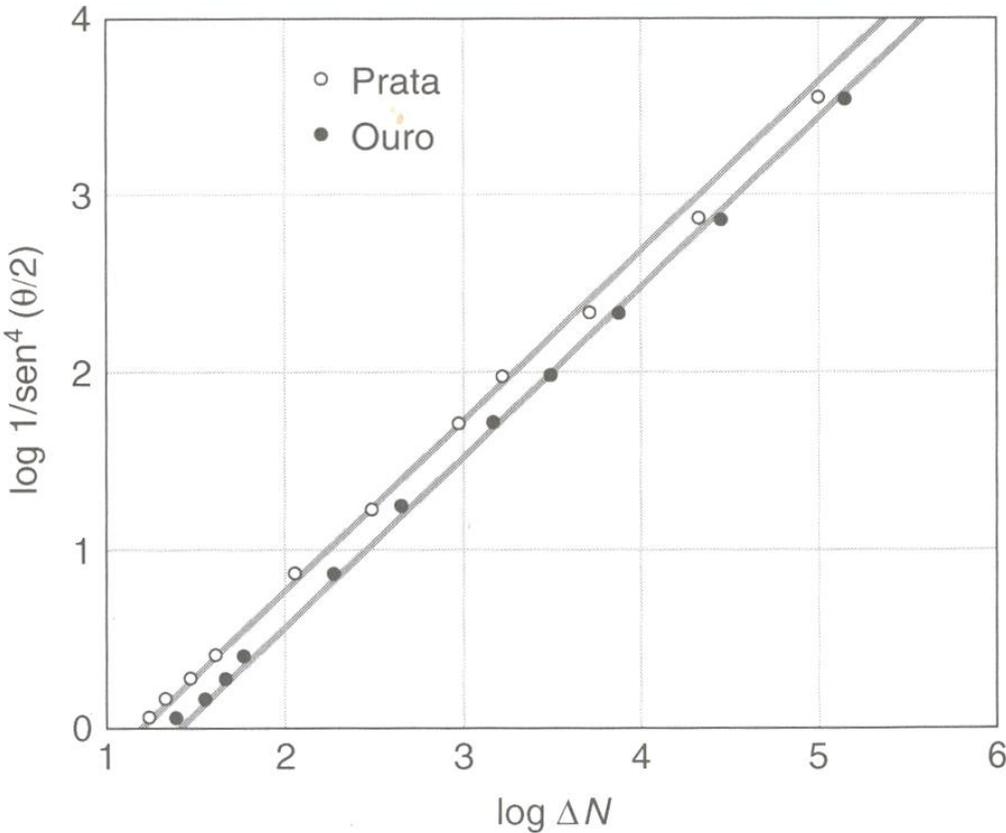
$$d\Omega_{\text{exp}} = \frac{dA_{\text{det}}}{d^2} \quad N_N = \frac{\rho_{\text{alvo}} dA_{\text{feixe}} \Delta x_{\text{alvo}} N_o}{M_{\text{alvo}}} \quad I_o = \frac{i}{Z_{\text{feixe}} e dA_{\text{feixe}}}$$



### OS RESULTADOS DO EXPERIMENTO PIONEIRO.

Os pontos, cheios e vazios, são resultados experimentais para folhas finas de dois elementos diferentes.

**Fig. 4-11** Número de partículas  $\alpha$  espalhadas por unidade de área em função do ângulo de espalhamento  $\theta$ . A curva é proporcional à função  $\text{sen}^{-4}(\theta/2)$ ; os pontos experimentais foram obtidos por Geiger e Marsden usando partículas  $\alpha$  de 7,7 MeV. [Fonte: R. D. Evans, *The Atomic Nucleus*, McGraw-Hill, New York, 1955.]

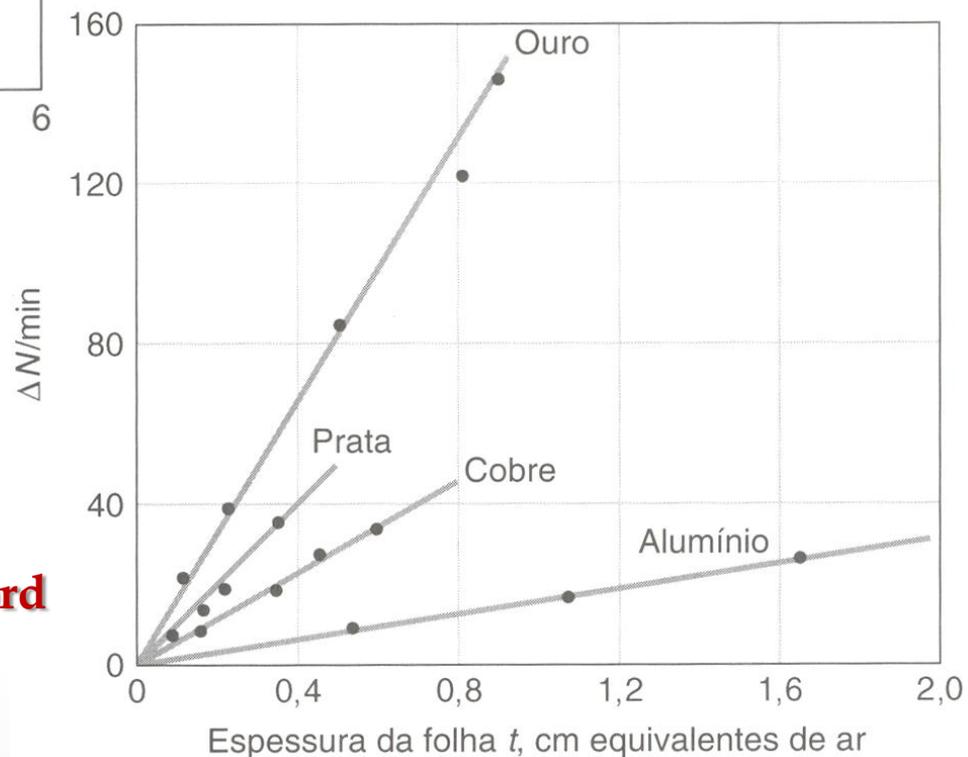


**Acima: Em escala log: contagem (em algum intervalo de tempo) versus o inverso de  $\text{sen}^4(\theta/2)$  equivalente ao gráfico anterior**

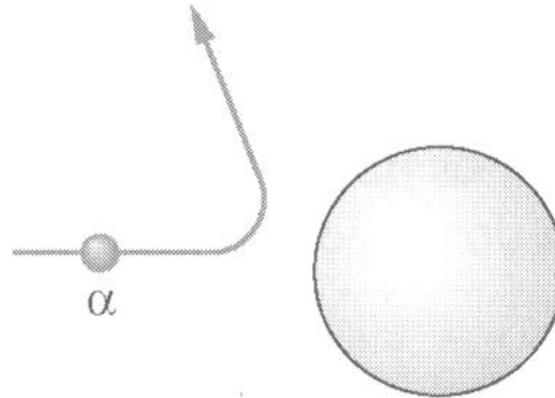
**Os pontos são experimentais e as retas as previsões do espalhamento de Rutherford**

Figura do Tipler & Llewellyn

**Abaixo: contagem por minuto versus a espessura da folha**

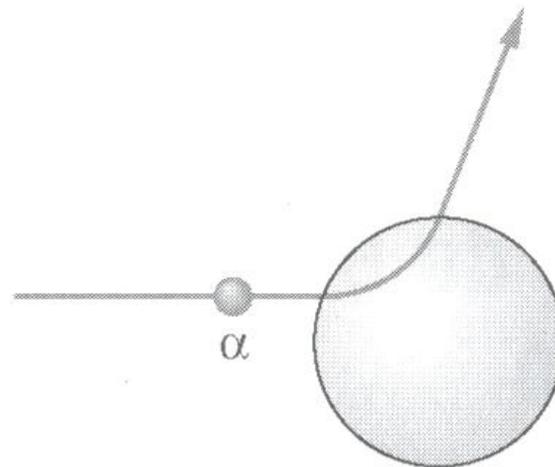


(a)



**Espalhamento Rutherford:**  
repulsão coulombiana entre  
carga puntiforme da alfa com  
carga puntiforme do núcleo.

(b)



**Espalhamento da alfa quando  
penetra no núcleo:**  
repulsão coulombiana entre  
esfera carregada da alfa com  
esfera carregada do núcleo + a  
força atrativo núcleo-núcleo.

**Fig. 4-13** (a) Se a partícula  $\alpha$  não penetra no núcleo, este pode ser considerado uma carga pontual. (b) Se a partícula  $\alpha$  tem energia suficiente para penetrar no núcleo, a lei de espalhamento de Rutherford deixa de ser válida, já que parte da carga do núcleo não é “vista” pela partícula durante o espalhamento.

# Resultados da mecânica clássica no caso de interação coulombiana repulsiva

A energia incidente  $E_{inc}$  está associada ao parâmetro de impacto que permite **a máxima aproximação entre a partícula espalhada e o núcleo espalhador que é igual à mínima distância entre partícula incidente e o núcleo**, a cada ângulo de espalhamento  $\theta$ .

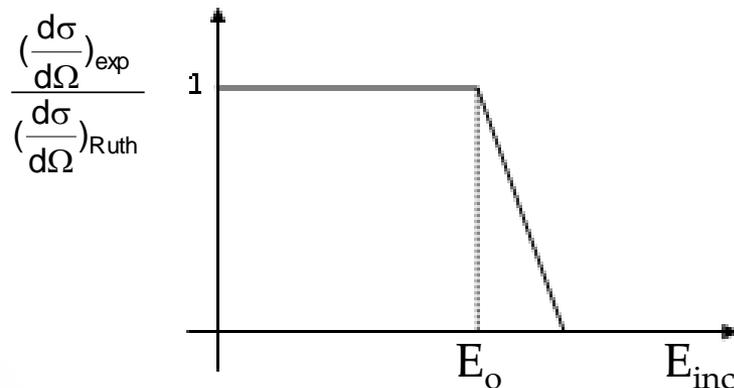
A relação matemática é a seguinte (Marion – Mecânica):

$$r_{min} = D_{max} = \frac{1}{2} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi \epsilon_0 E_{inc}} \left(1 + \frac{1}{\text{sen} \frac{\theta}{2}}\right)$$

**Observe que a máxima aproximação, ou valor da mínima distância entre alfa e núcleo se dá na colisão frontal na qual a trajetória é uma reta:  $b=0$ ,  $\theta=180^\circ$ ,  $L=0$ .**

# Observação importante sobre o espalhamento de Rutherford experimental

Em experimentos de Rutherford no qual se varia a energia das partículas incidentes, a partir de certo valor  $E_0$  (que depende das condições de interação - partícula incidente, núcleo espalhador, energia incidente e ângulo de espalhamento) o resultado experimental não concorda com a previsão de Rutherford. **De forma genérica e esquemática o comportamento é aproximadamente o seguinte:**



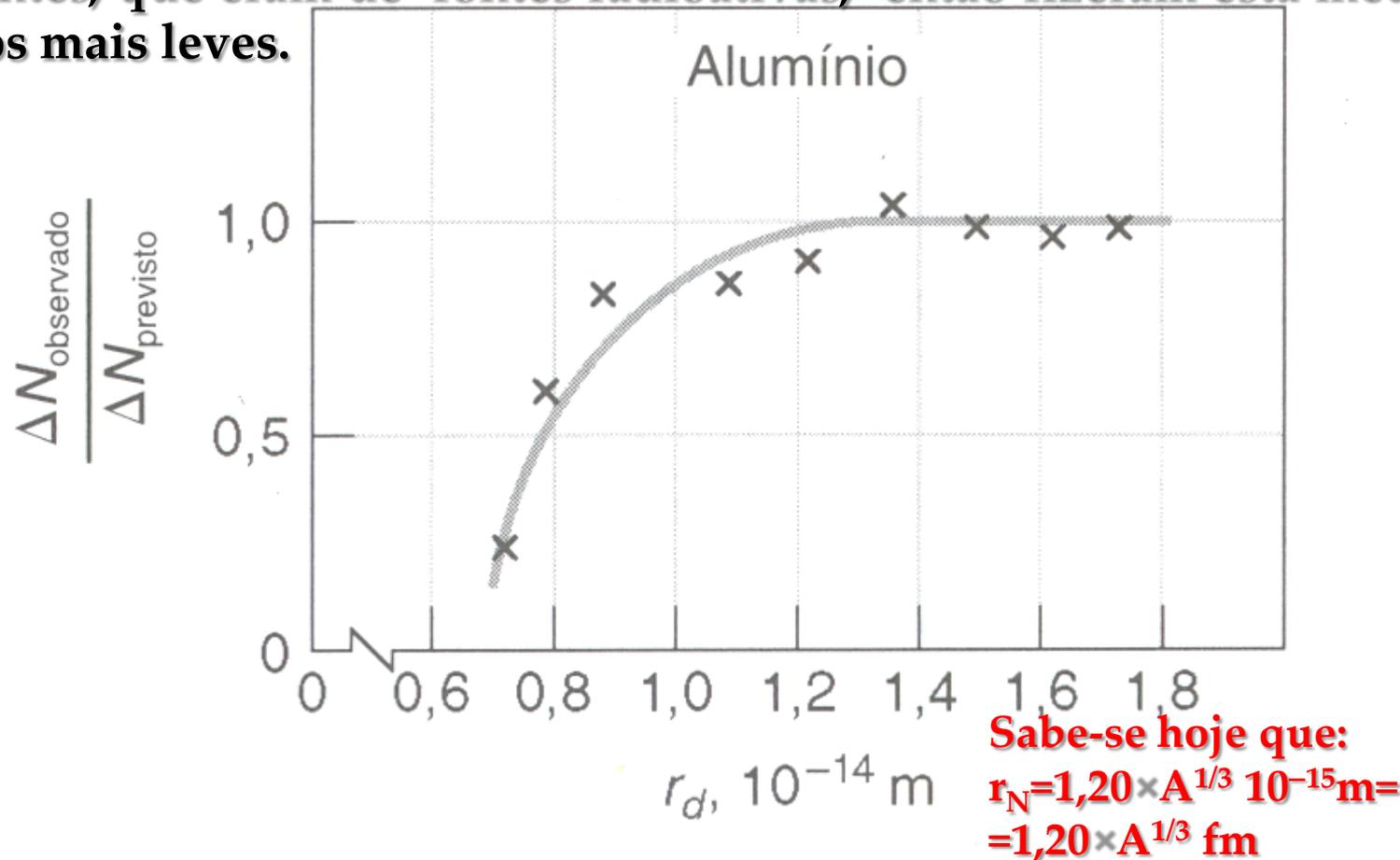
# *Interpretação dos resultados experimentais do espalhamento quando “fogem” do previsto por Rutherford*

**Interpretação:** para energias maiores do que  $E_0$  a partícula incidente chega a distâncias menores do que a soma dos dois raios nucleares que interagem, e a interação eletromagnética deixa de ser inversamente proporcional à distância. Pode também haver outro tipo de interação, e de fato há a interação nuclear, no caso das partículas incidente e espalhadora serem núcleos.

Assim, a máxima energia incidente  $E_0$  que com a qual há apenas espalhamento de Rutherford, está associada à aproximação entre a partícula espalhada e o núcleo espalhador *de forma a seus raios se tangenciarem*, ou seja:

$$r_{\min} = r_N + r_{\text{alfa}} \sim 2r_N = \frac{1}{2} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 E_0} \left(1 + \frac{1}{\text{sen} \frac{\theta}{2}}\right)$$

O grupo de Rutherford não podia mudar muito a energia das alfas incidentes, que eram de fontes radioativas, então fizeram esta medida em núcleos mais leves.



**Fig. 4-14** Resultados obtidos pelo grupo de Rutherford para o espalhamento de partículas  $\alpha$  (para um ângulo fixo) em função de  $r_d$ , calculado a partir da energia cinética das partículas  $\alpha$  usando a Eq. 4-11.

# *A dimensão nuclear*

*Questão: Faça cálculo de  $r_{min}$  para o caso de colisão frontal ( $\theta = \pi$ ) a partir da conservação da energia.*

Estes experimentos permitiram estimar o raio do núcleo como da ordem de  $10^{-15}\text{m}$ , ou seja, 100.000 vezes menor do que o raio do átomo.

## **Uma comparação futebolística**

**Se o núcleo tiver a dimensão da cabeça de um alfinete, ou seja, um raio de  $1,5\text{mm}=1,5\times 10^{-3}\text{m}$ , o átomo teria a dimensão de  $1,5\times 10^2\text{m}=150\text{m}$ , que é aproximadamente a dimensão de um campo de futebol.**

# *Aula de Física também é CULTURA*

## **DIMENSÕES DO CAMPO DE FUTEBOL**

Um campo de futebol é retangular e deve ter um comprimento mínimo de 90 m e o máximo de 120 m. A largura deverá ser de 45 m no mínimo e de 90 m no máximo.

## **DIMENSÕES DOS CAMPOS para JOGOS INTERNACIONAIS**

Quando uma equipe tem de participar num jogo de uma competição internacional, o comprimento do campo deve ser de 100 m no mínimo e de 110 m no máximo.

Neste tipo de jogos, a largura do recinto de jogo deverá ter um mínimo de 64 m e um máximo de 75 m.

# Aplicação de Rutherford

Um feixe de partículas alfa com  $1\text{nA}$  e energia cinética de  $6,0\text{MeV}$  incide perpendicularmente sobre uma fina folha de prata ( $M=108$ ,  $Z=47$ , ) de  $1\mu\text{m}$  de espessura. Um detector de partículas alfa com  $5\text{mm}^2$  de área é colocado a  $2\text{cm}$  de distância do centro da folha.

- (a) Determine a seção de choque diferencial de Rutherford deste espalhamento a  $180^\circ$ . E a partir do resultado de  $180^\circ$  determine a seção de choque a  $90^\circ$ . **Respostas:  $0,32 \times 10^{-28} \text{ m}^2$  e  $1,27 \times 10^{-28} \text{ m}^2$ .**
- (b) Supondo que este espalhamento segue o resultado teórico de Rutherford, determine o número de partículas que devem entrar no detector por segundo quando o detector está colocado a  $180^\circ$  e a  $90^\circ$  da direção incidente. **Respostas: 72,3 e 289,4 part./segundo**
- (c) Determine a máxima aproximação entre uma alfa espalhada a  $180^\circ$  e a  $90^\circ$  pelo mesmo núcleo espalhador. **Respostas:  $2,3 \times 10^{-14}\text{m}$  e  $3,2 \times 10^{-14}\text{m}$ .**
- (d) A resposta ao item (c) sustenta a hipótese inicial que a única interação é espalhamento de Rutherford no espalhamento a  $90^\circ$ ? E a  $180^\circ$ ? E para ângulos menores do que  $90^\circ$ ? Justifique.
- (e) Compare a densidade material, atômica e nuclear da prata. **Respostas:  $1,05 \times 10^6\text{g/m}^3$ ,  $2,4 \times 10^{20}\text{g/m}^3$  respectivamente.**

# *Densidade de matéria , atômica e nuclear da prata*

1. Densidade de matéria:  $\rho_{\text{mat}} = 10,5 \times 10^6 \text{g/m}^3 = 1,05 \times 10^7 \text{g/m}^3$
2. Densidade atômica:  $\rho_{\text{atm}} = m_{\text{atm}} / (4\pi r_{\text{atm}}^3 / 3) =$   
 $\sim 108 \times 1,7 \times 10^{-24} \text{g} / (4 \times 3,14 \times [10^{-10}]^3 \text{m}^3 / 3) = 1,8 \times 10^7 \text{g/m}^3$
3. Densidade nuclear:  $\rho_{\text{nuc}} = m_{\text{nuc}} / (4\pi r_{\text{nuc}}^3 / 3) =$   
 $= 108 \times 1,7 \times 10^{-24} \text{g} / (4 \times 3,14 \times [5,7 \times 10^{-15}]^3 \text{m}^3 / 3) = 2,4 \times 10^{20} \text{g/m}^3$

*E a estabilidade de um átomo  
com núcleo?*

*Quem ousa desmentir  
o Maxwell?*

*E a estabilidade de um átomo  
com núcleo?*

*Desmentir o Maxwell ?*

*Não! Mas contornar...*

**Niels Henrik David  
Bohr**

**(1885 –1962) Físico dinamarquês -  
Prêmio Nobel de Física em 1922.**

# Niels Henrik David Bohr

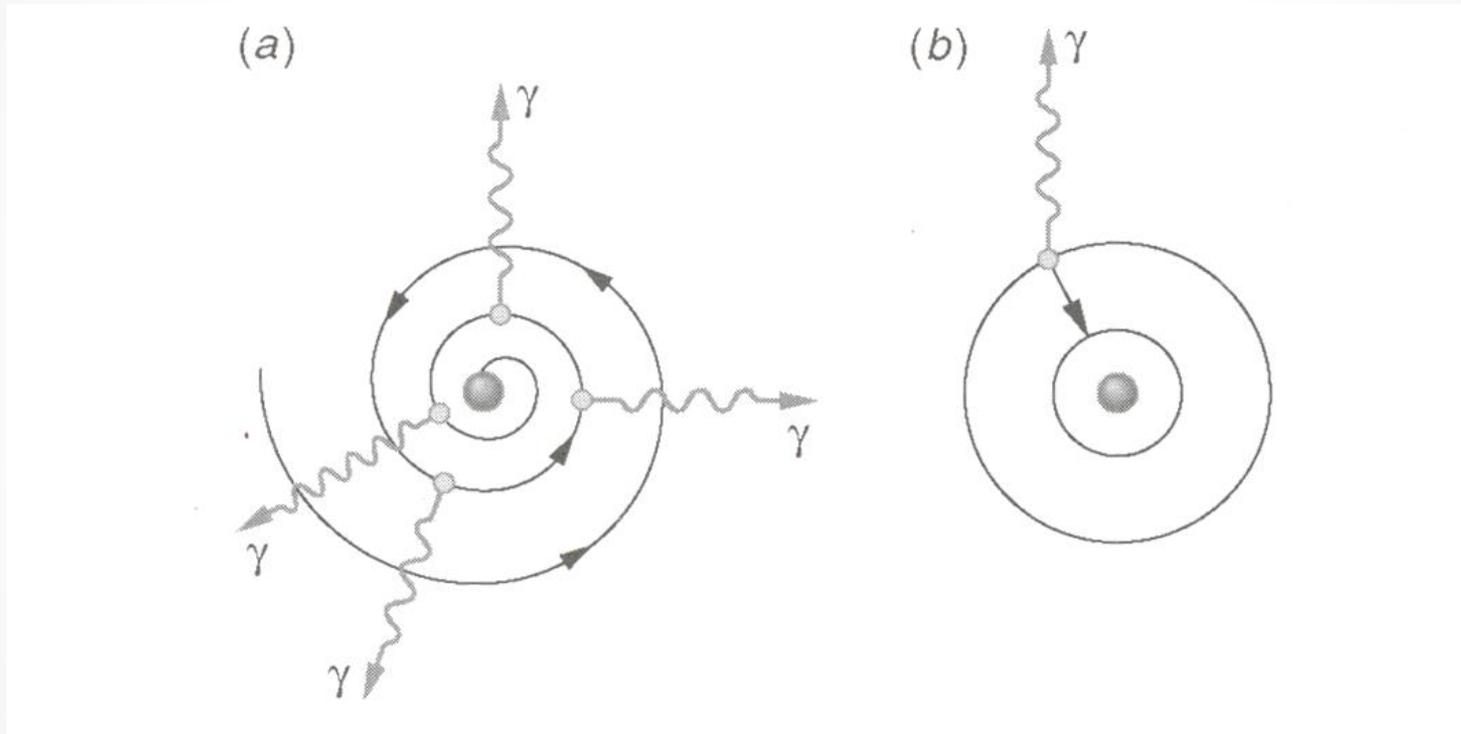


*"Technology has advanced more in the last thirty years than in the previous two thousand. The exponential increase in advancement will only continue. Anthropological Commentary The opposite of a trivial truth is false; the opposite of a great truth is also true."*

*Niels Bohr*



# A “correção” na instabilidade no átomo nucleado de Rutherford proposta por Bohr



**Fig. 4-15** (a) No modelo clássico do átomo, o elétron descreve uma espiral em direção ao núcleo porque está constantemente irradiando energia. (b) No modelo de Bohr, o elétron só irradia energia quando executa uma transição para uma órbita de raio menor.