



# **Princípios da Administração de Empresas**

## **PRO2303**



**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MINAS E DE PETRÓLEO**  
**Prof. Regina Meyer Branski**

# Programa



1. Fundamentos da Engenharia Econômica
  1. Tempo, Juros e o Valor do Dinheiro
  2. Combinação de Fatores
  3. Taxas Nominais e Taxas Efetivas de Juros
2. Ferramentas para Avaliar Alternativas
  1. Análise do Valor Presente
  2. Análise do Valor Anual
  3. Análise da Taxa de Retorno
  4. Análise Custo-Benefício
3. Tomada de Decisões
  1. Decisões sobre Substituição e Retenção
  2. Escolha de Projetos Independentes
  3. Análise do Ponto de Equilíbrio
4. Complementando o Estudo
  1. Efeitos da Inflação
  2. Estimativa dos Custos e Alocação dos Custos Indiretos
  3. Método de Depreciação
  4. Análise Econômica depois dos Impostos



**Objetivo:** derivar e usar os fatores de engenharia econômica para considerar o valor do dinheiro no tempo

- Fatores  $F/P$  e  $P/F$
- Fatores  $P/A$  e  $A/P$
- Fatores  $F/A$  e  $A/F$
- Fatores  $P/G$  e  $A/G$
- Gradiente Geométrico
- Calcular  $i$
- Calcular  $n$



## Fatores F/P e P/F

**Determinar o montante F** acumulado depois de  $n$  anos (ou períodos) a partir de um único valor  $P$ , com juros compostos

$$F_n = P(1 + i)^n$$

$(1 + i)^n$  fator de capitalização (ou acumulado) de pagamento único

$$\text{fator } F/P = (1 + i)^n$$

$(1 + i)^n$  quando multiplicado por  $P$  produz o montante futuro  $F$  depois de  $n$  anos à taxa de juros  $i$

# Fatores de Pagamento Único



## Fatores F/P e P/F

**Determinar o montante  $P$**  acumulado depois de  $n$  anos (ou períodos) a partir de um único valor  $F$ , com juros compostos

$$F_n = P(1 + i)^n$$



$$P = F(1/(1 + i)^n)$$

$1/(1 + i)^n$  fator de descapitalização de pagamento único

$$\text{fator } P/F = 1/(1 + i)^n$$



## Fatores F/P e P/F

Notação Padrão ( $X/Y, i, n$ )

$X$  = o que é procurado

$Y$  = o que é dado

## Fator F/P

(F/P, 6%, 20)

Procurar montante futuro  $F$  acumulado em 20 períodos se a taxa for 6% por período.  $P$  é dado

## Fator P/F

(P/F, 6%, 20)

Procurar valor presente  $P$  descapitalizado em 20 períodos se a taxa for 6% por período.  $F$  é dado

# Fatores F/P e P/F: notações e equações



<b>Notação</b>	<b>Nome</b>	<b>Encontrar/Dado</b>	<b>Fórmula do Fator</b>	<b>Funções do Excel</b>
(F/P,i,n)	Valor Futuro de Pagamento Único	F/P	$(1 + i)^n$	VF(taxa;nper;pgto;vp;tipo)
(P/F,i,n)	Valor Presente para Pagamento Único	P/F	$(1/(1+ i))^n$	VP(taxa;nper;pgto;vf;tipo)

# Exercício 3.1



Um engenheiro recebeu uma bonificação de \$12.000 que investirá agora. Ele quer calcular o valor equivalente após 24 anos, quando planeja usar todo o dinheiro resultante como pagamento de uma casa em uma ilha turística. Suponha uma taxa de retorno de 8% ao ano, para cada um dos 24 anos. Encontre o montante que ele pode desprender. R. \$76.094,17

## Exercício 3.2



Uma empresa concluiu um estudo que indica que os \$50.000 de redução nos custos de manutenção este ano (ou seja, ano zero), em uma linha de processamento, são resultantes de uma melhor tecnologia de fabricação de circuitos integrados.

- a) Se a empresa considera que esse tipo de economia de custos de manutenção vale 20% ao ano, encontre o valor equivalente a este resultado depois de 5 anos. R. \$124.415,00
- b) Se os \$50.000 de economia em custos de manutenção ocorrem agora, encontre o seu valor equivalente 3 anos atrás, com juros de 20% ao ano. R. 28.935,00

# Exercício 3.3



Um consultor em engenharia descobriu que o custo de materiais de escritório variava de acordo com a tabela. O engenheiro quer saber qual é o valor equivalente no ano 10 dos três maiores montantes, a uma taxa de juros de 5% ao ano. Desenhe o diagrama do Fluxo de Caixa. R. \$1.931,11

<b>Ano</b>	<b>Custo (\$)</b>
0	600
1	175
2	300
3	135
4	250
5	400

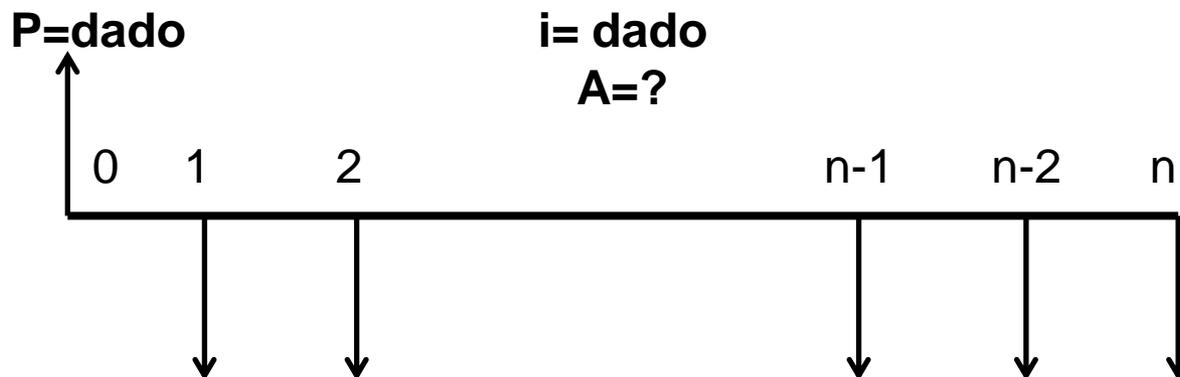
# Fatores de Séries Uniformes



**Fator P/A: Valor Presente P equivalente de uma série uniforme A de fluxos de caixa de fim de período**



**Fator A/P: Valor de uma série uniforme A de fluxos de caixa de fim de período dado P**



# Fatores de Séries Uniformes



**Fator P/A: Valor Presente P equivalente de uma série uniforme A de fluxos de caixa de fim de período**

$$P = A \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

**Fator A/P: Valor de uma série uniforme A de fluxos de caixa de fim de período dado P**

$$A = P \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

## **IMPORTANTE:**

**Fórmulas consideram que P e o primeiro A estão distantes um período.**

**Portanto, P sempre deve estar localizado um período antes do A**

# Fatores F/P, P/F, P/A e A/P



Notação	Nome	Encontrar/Dado	Fórmula do Fator	Funções do Excel
(F/P,i,n)	Valor Futuro de Pagamento Único	F/P	$(1 + i)^n$	VF(taxa;nper;pgto;vp;tipo)
(P/F,i,n)	Valor Presente para Pagamento Único	P/F	$(1/(1+ i)^n$	VP(taxa;nper;pgto;vf;tipo)
(P/A,i,n)	Valor Presente de Sequencias Uniformes	P/A	$\frac{(1 + i)^n - 1}{i(1 + i)^n}$	VP(taxa;nper;pgto;vf;tipo)
(A/P,i,n)	Recuperação de Capital	A/P	$\frac{i(1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1}$	PGTO(taxa;nper;vp;vf;tipo)
(F/A,i,n)	Valor Futuro de Sequencias Uniformes	F/A	?	VF(taxa;nper;pgto;vp;tipo)
(A/F,i,n)	Fundo de Amortização	A/F	?	PGTO(taxa;nper;vp;vf;tipo)

# Exercício 3.4



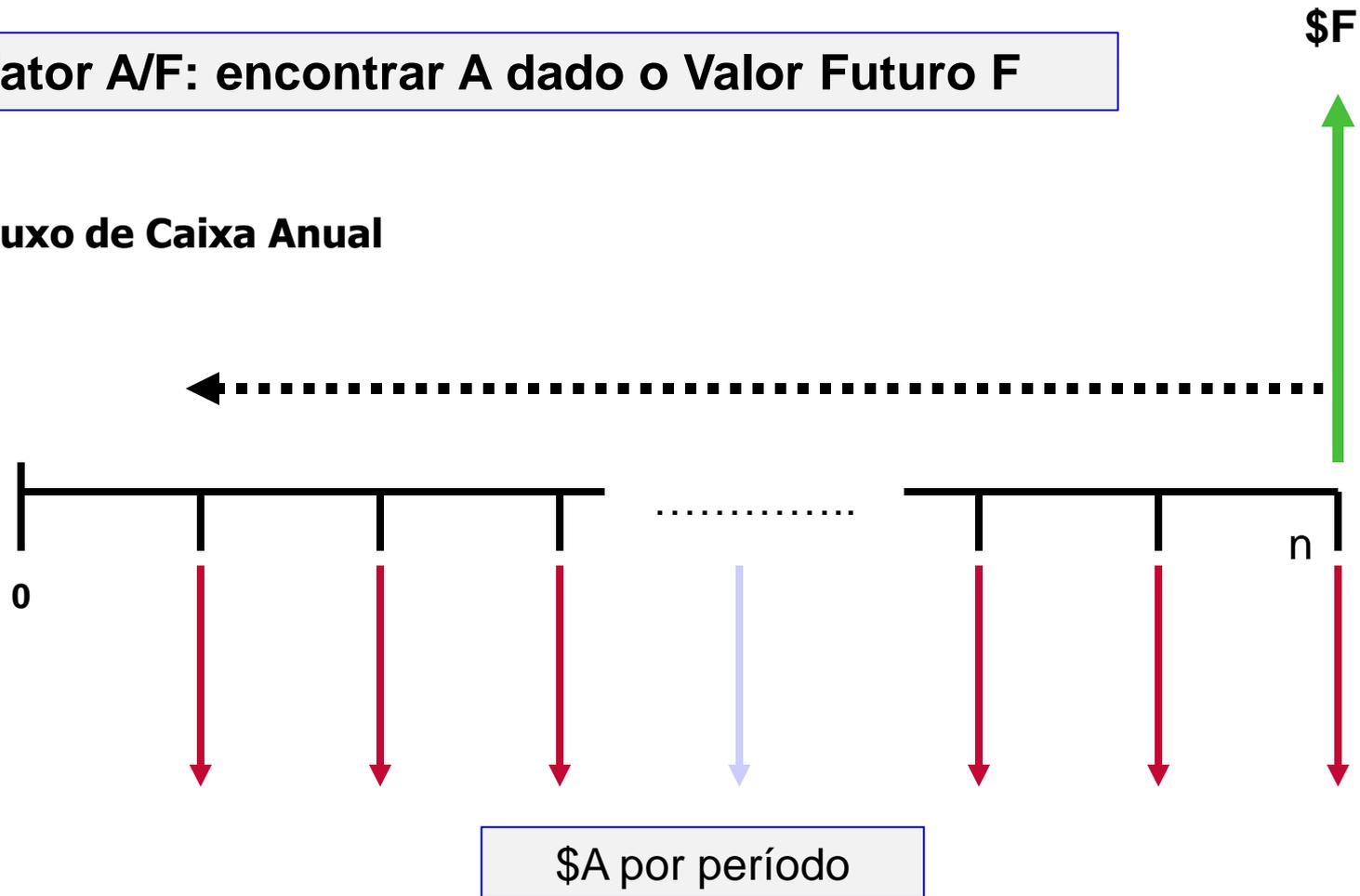
Quanto dinheiro você está disposto a gastar agora para receber um valor afiançado de \$600 por ano durante 9 anos a partir do próximo ano, a uma taxa de retorno de 16% ao ano? R. \$2.763,93

# Fatores de Séries Uniformes



Fator A/F: encontrar A dado o Valor Futuro F

Fluxo de Caixa Anual

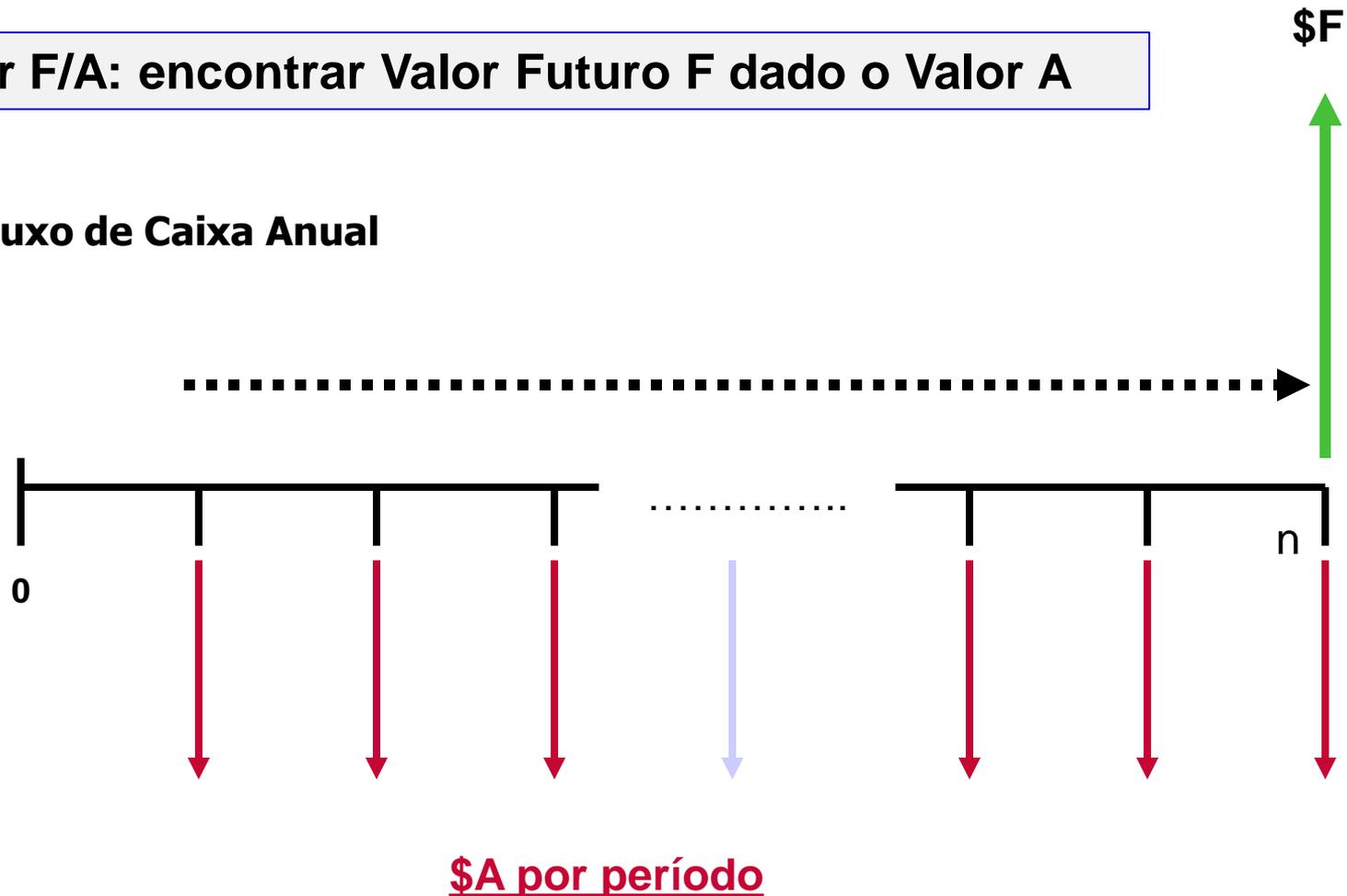


# Fatores de Séries Uniformes



Fator F/A: encontrar Valor Futuro F dado o Valor A

Fluxo de Caixa Anual





**Fator A/F: Valor A dado o Valor Futuro F**

$$A = F \left[ \frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

**Fator F/A: Valor Futuro F dado o Valor de A**

$$F = A \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

## Exercício 3.5



A empresa Formasa Plásticos tem importantes instalações industriais no Texas e em Hong Kong. O presidente quer saber qual é o valor futuro equivalente de um investimento financeiro de \$1 milhão a cada ano, durante 8 anos, a partir de agora. O capital da Formasa produz rendimentos à taxa de 14% ao ano. R. \$13.232,80

## Exercício 3.6



Quanto dinheiro a Carol deve depositar anualmente, com início daqui a 1 ano, a taxa de 5% ao ano, a fim de acumular \$6000 daqui a 7 anos? R. \$725,79

## Exercício 3.7



Para melhorar a detecção de rachaduras em aeronaves, a Força Aérea Americana combinou procedimentos de inspeção com aquecimento a laser. A detecção precoce das rachaduras podem reduzir os custos de manutenção em até \$ 200.000 por ano. Qual o valor presente dessas economias em um período de 5 anos, a uma taxa de juros de 10% ao ano? R. \$758.160



## Fatores P/G e A/G

Gradiente Linear é uma sequencia de fluxos de caixa que cresce ou decresce de acordo com um valor constante.

Valor do aumento ou diminuição é o Gradiente

Exemplo: Engenheiro prevê que o custo de manutenção de um robô se elevará \$500 ao ano até que a máquina seja aposentada.

Gradiente é \$500



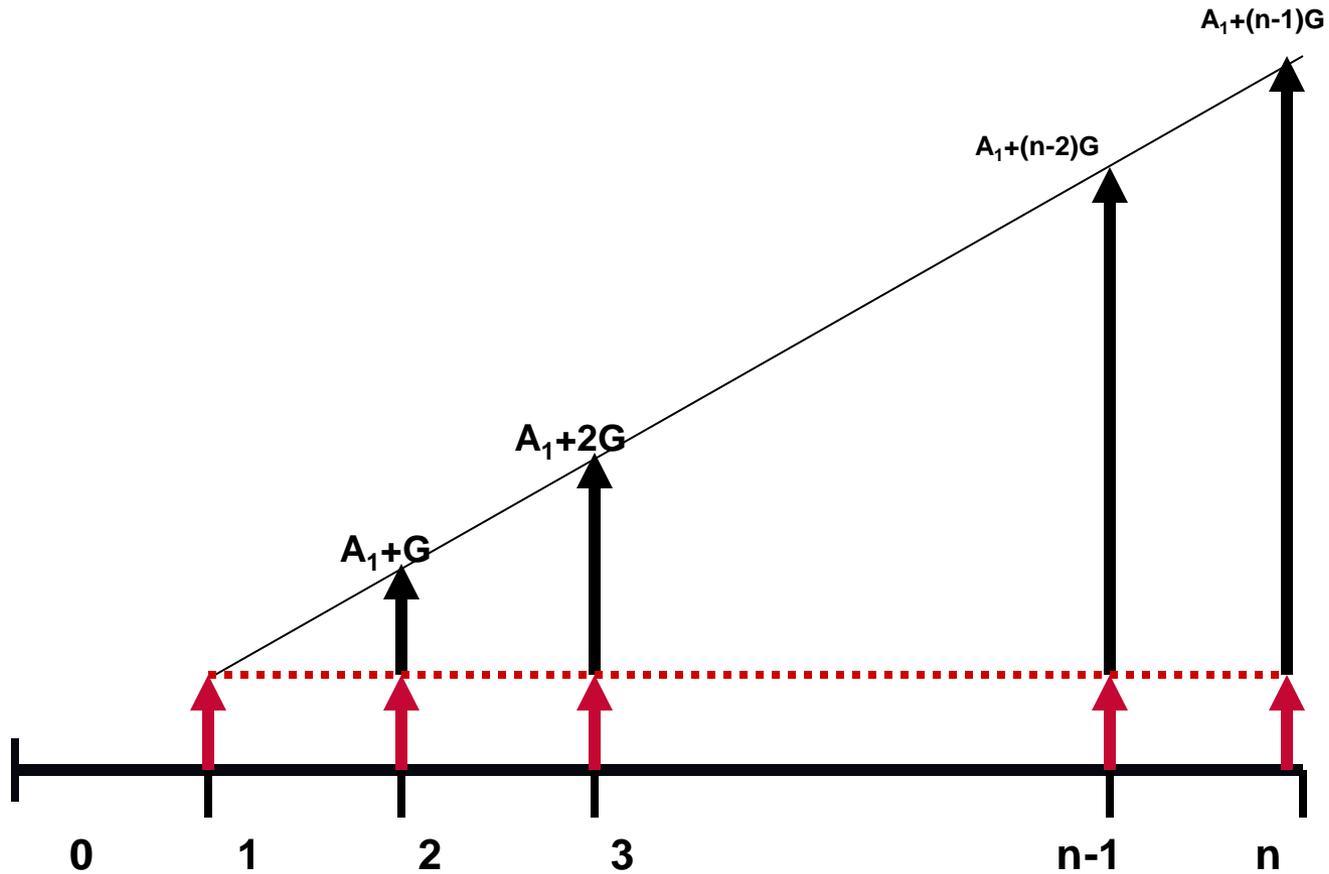
## Gradiente Linear tem dois componentes

- Básico
- Gradiente

Exemplo: Você compra um carro com 1 ano de garantia. Neste caso irá pagar os custos de combustível e seguro durante o primeiro ano. Suponha que esses custos sejam de \$1.500, ou seja, \$1.500 é o montante básico. Depois do ano 1 você terá que arcar com os custos de reparos que devem se elevar a cada ano. Se você estima que os custos totais se elevarão \$50 anualmente, o montante no segundo ano será \$1.550, no terceiro ano \$1.600 e assim por diante.

**IMPORTANTE:** o gradiente é observado pela primeira vez entre o ano 1 e 2.

# Gradiente Linear Positivo

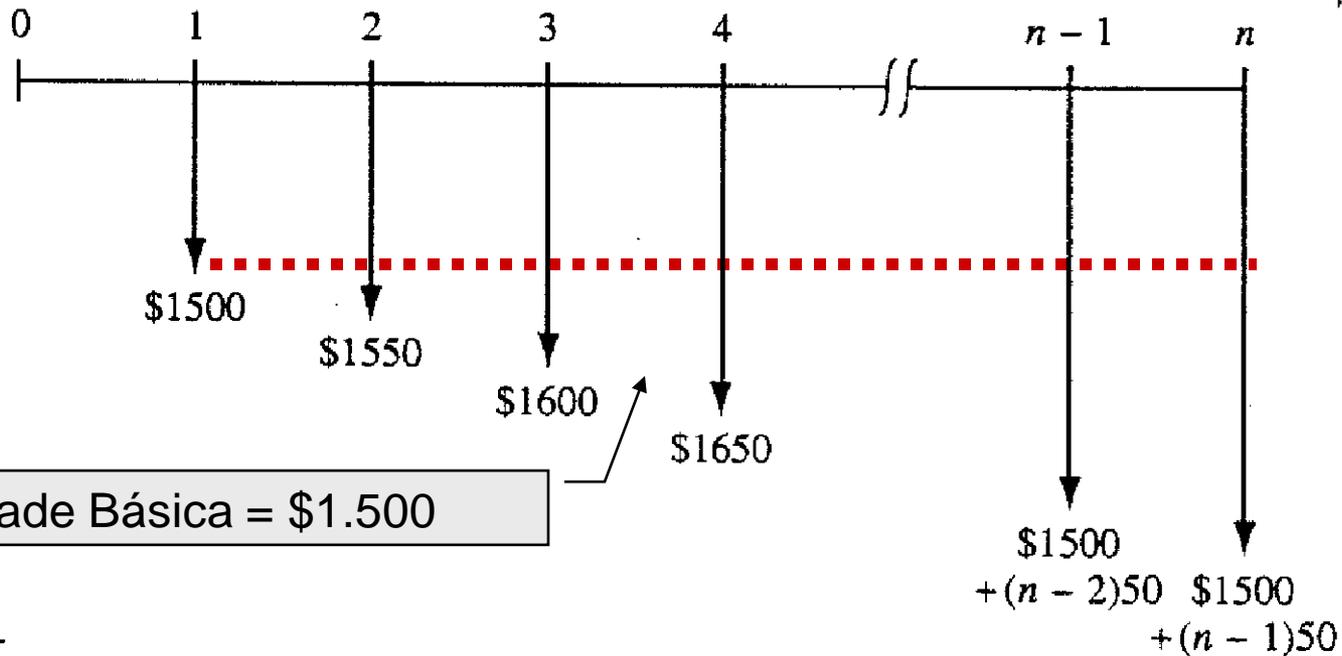


Representa um gradiente aritmético positivo

# Gradiente Linear Negativo



Representa um gradiente aritmético negativo



# Exercício 4.1



Uma empresa de materiais esportivos iniciou um programa de licenciamento de seu logotipo. Ela espera realizar uma receita de \$80.000, no próximo ano, das taxas de venda de seu logotipo. É esperado um incremento uniforme da receita para um nível de \$200.000 em 9 anos. Determine o gradiente aritmético e construa o diagrama de fluxo de caixa. R. \$15.000 ao ano.



G: constante aritmética que varia de um período a outro

G: pode ser positivo ou negativo

**O ponto do valor presente está sempre**

**1 período** a esquerda do primeiro fluxo de caixa da série

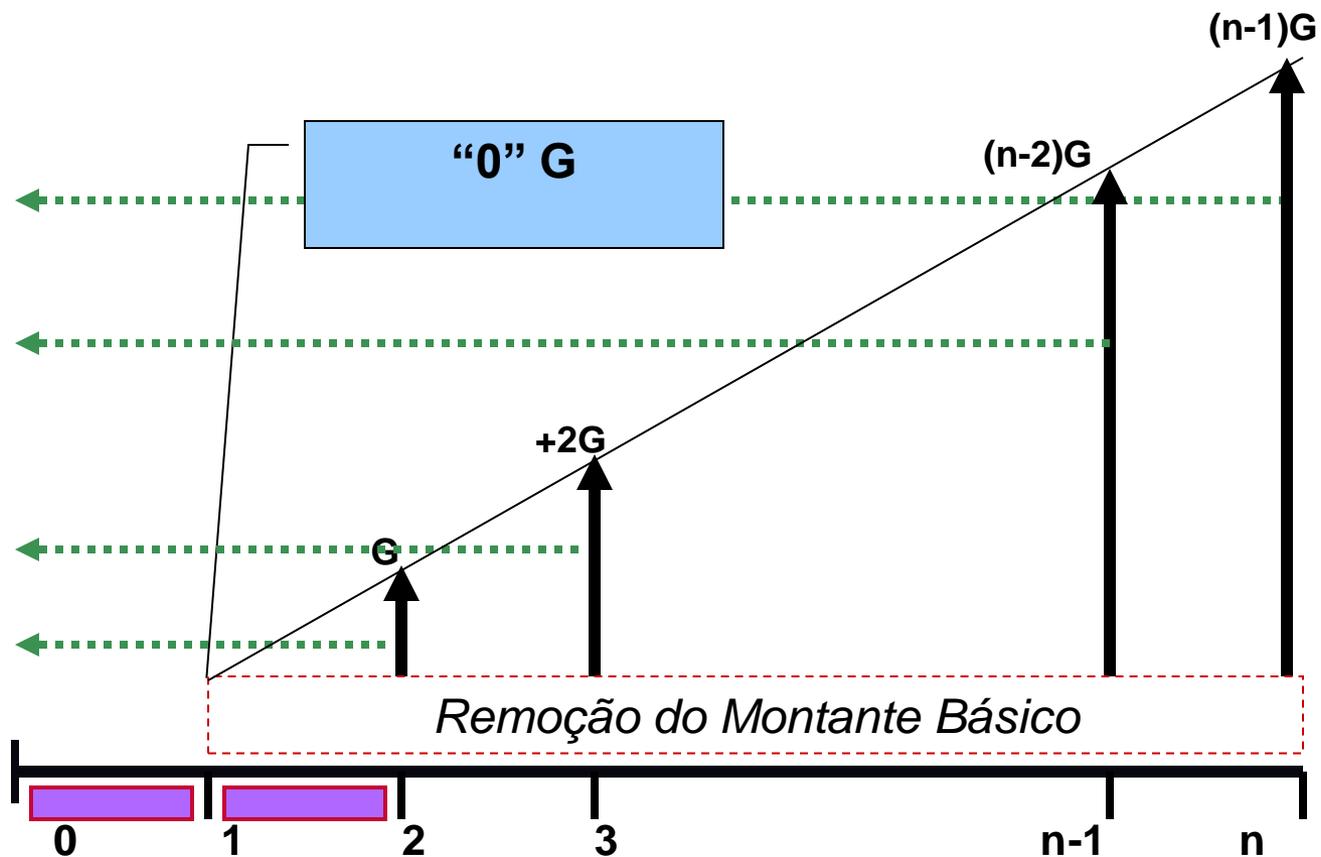
e

**2 períodos** a esquerda do primeiro fluxo de caixa do gradiente

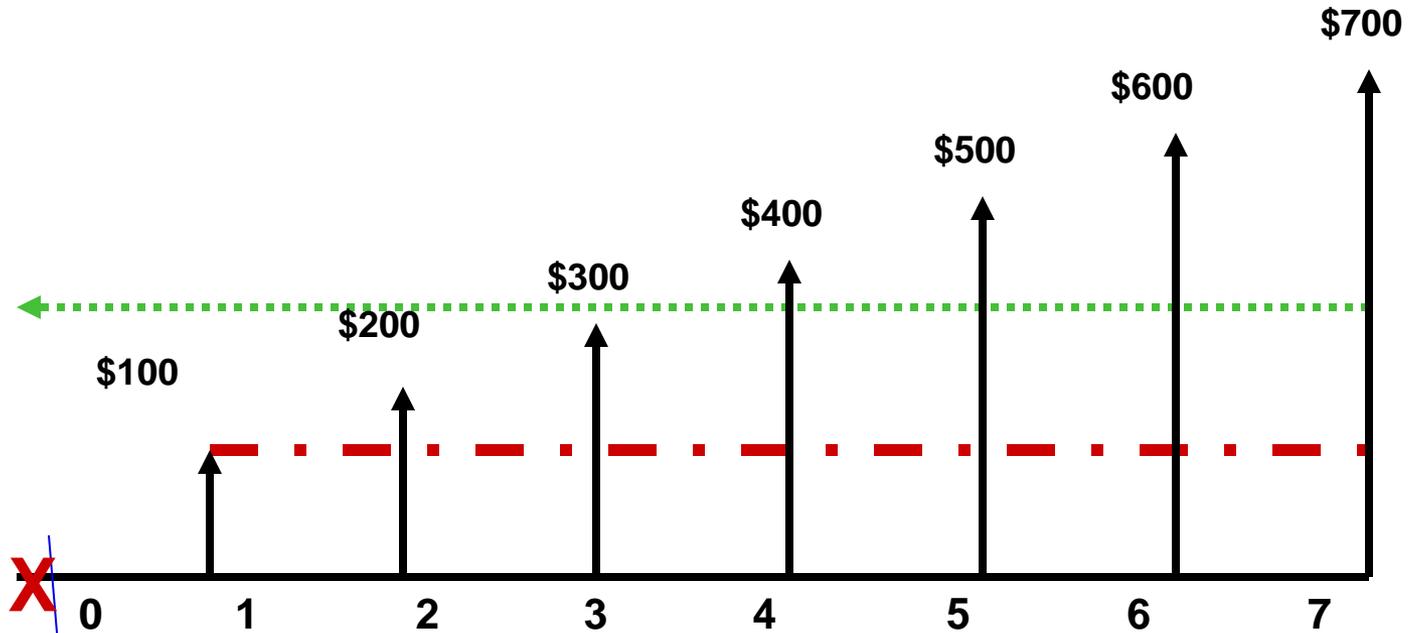
# Componentes do Gradiente



Foco nos componentes do Gradiente

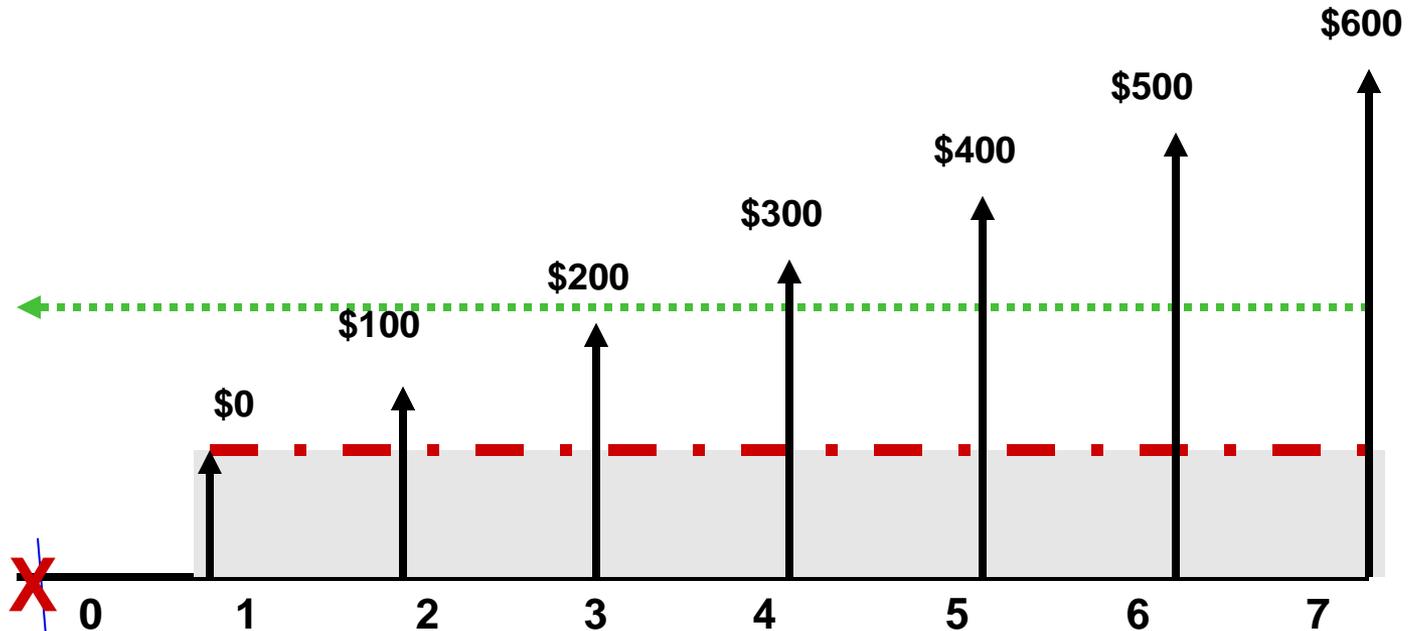


# Ponto do Valor Presente



Ponto do Valor Presente do  
Gradiente

# Componentes do Gradiente



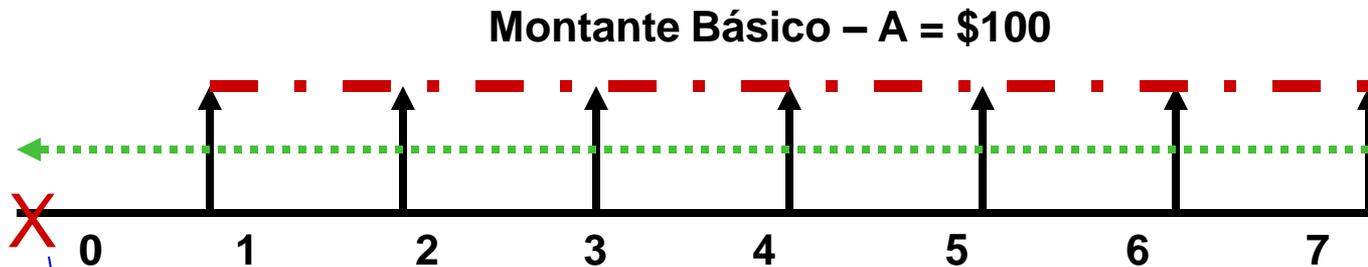
Ponto do Valor Presente do Gradiente

# Ponto do Valor Presente



$P_{\text{Montante Básico}}$  é  $t = 0$

$$P_{\text{Montante Básico}} = \$100(P/A, i\%, 7)$$



Valor Presente do Gradiente



Valor Presente do Gradiente Linear é o Valor Presente do Montante Básico e do Gradiente

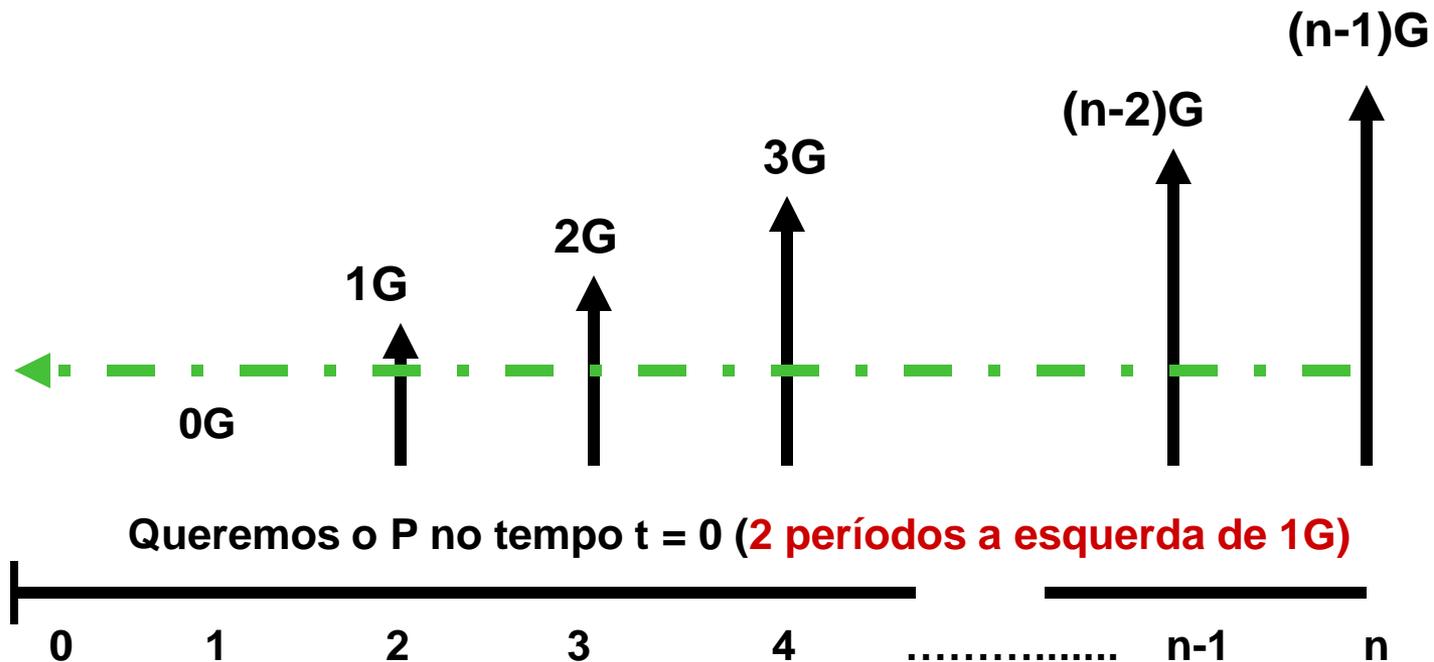
1. Valor Presente do Gradiente
2. Valor Presente do Montante Básico

# Valor Presente do Gradiente Linear



P do Montante Básico é  $A(P/A, i, n)$

E o P do Componente do Gradiente?





## Fator P/G

$$P = \frac{G}{i} \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} - \frac{n}{(1+i)^n} \right]$$

$$(P/G, i\%, N) = \frac{(1+i)^N - iN - 1}{i^2 (1+i)^N}$$

# Fator de Sequencia Uniforme



Fator A/G: fator de sequencia uniforme dado um gradiente aritmético

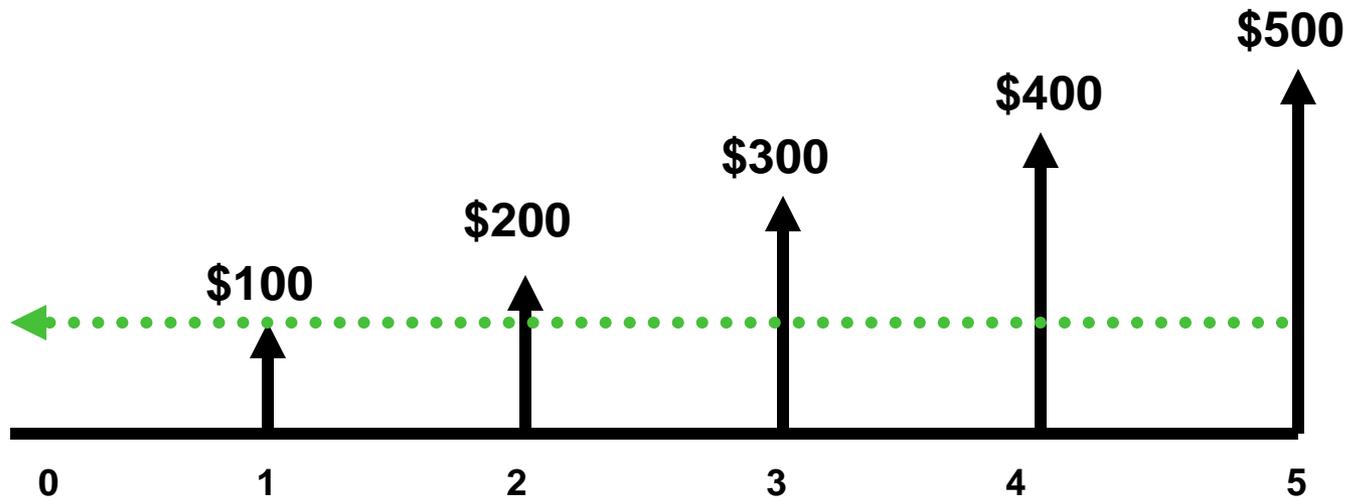
A/G converte um gradiente linear em um sequencia anual uniforme equivalente

$$A = G \left[ \frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1} \right]$$

# Exemplo



Considere o fluxo de caixa abaixo

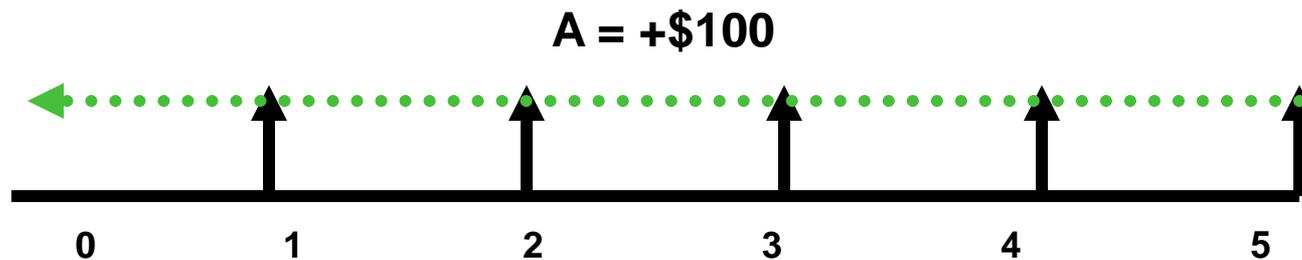


Encontre  $P$  se  $i = 10\%$  ao ano e  $n = 5$  anos

# Exemplo



Montante Básico de \$100/periodo



$$P_{\text{Montante Básico}} = \$100(P/A, 10\%, 5)$$

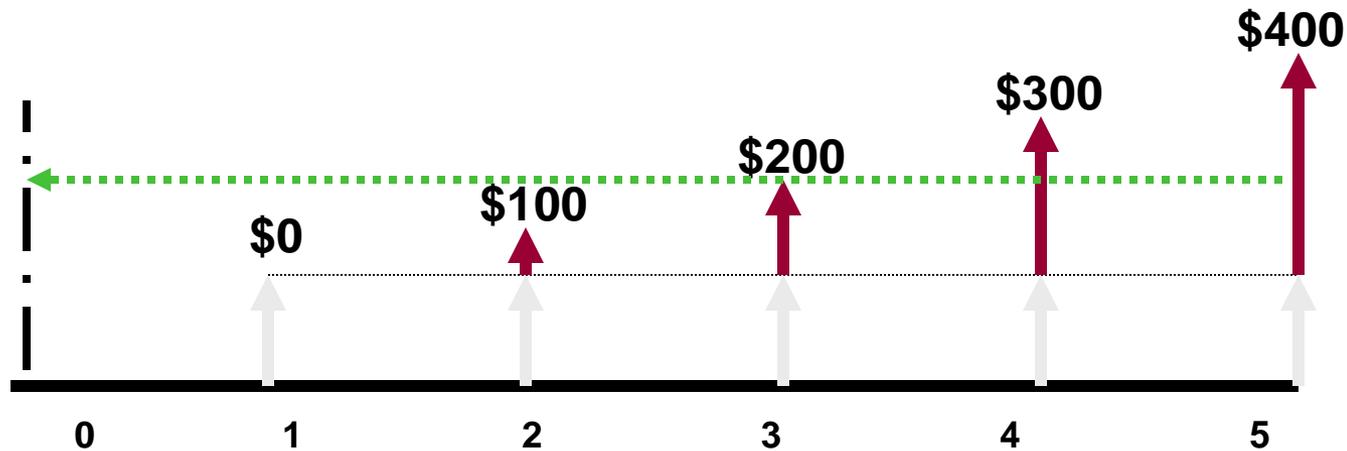
$$P_{\text{Montante Básico}} = \$100(3.7908) = \$379.08$$

$$P_{\text{Componente do Gradiente}} = ?$$

# Exemplo



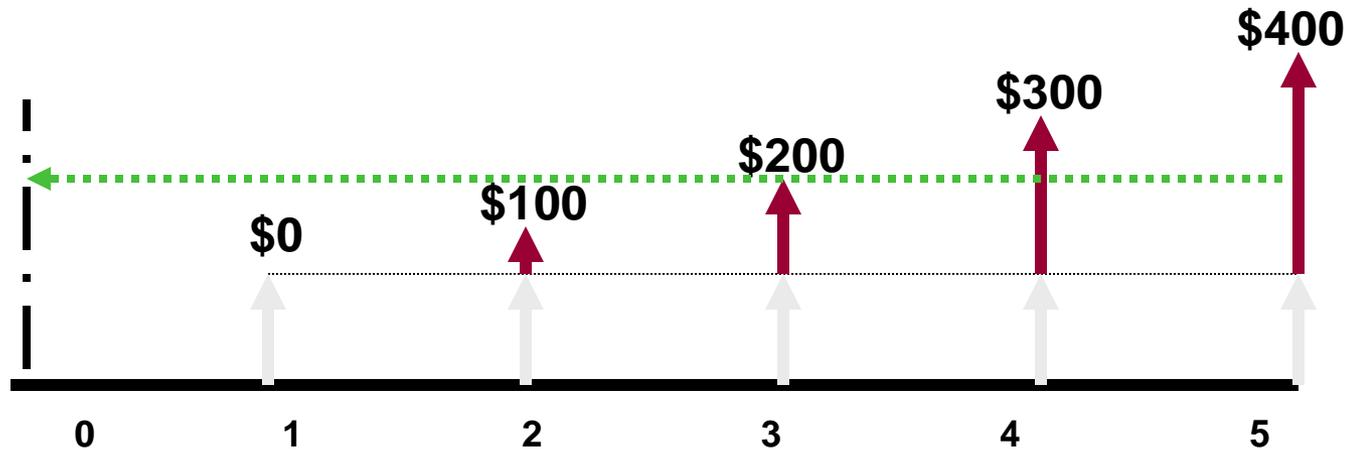
## Componente do Gradiente



P do Componente do Gradiente em  $t = 0$

$$P_{G@t=0} = G( P/G, 10\%, 5 ) = \$100( P/G, 10\%, 5 )$$

# Exemplo



$$P_{G \text{ no } t=0} = G(P/G, 10\%, 5) = \$100(P/G, 10\%, 5)$$

$$P = \frac{G}{i} \left[ \frac{(1+i)^N - 1}{i(1+i)^N} - \frac{N}{(1+i)^N} \right]$$

# Exemplo



## VP do Componente do Gradiente

$$P_{g \text{ no } t=0} = G(P/G, 10\%, 5) = \$100(P/G, 10\%, 5)$$

$$(P/G, 10\%, 5)$$

$$G=\$100; i=10.10; n=5$$

$$P = \frac{G}{i} \left[ \frac{(1+i)^N - 1}{i(1+i)^N} - \frac{N}{(1+i)^N} \right]$$

6.8618

$$P_{t=0} = \$100(6.8618) = \$686.18$$



## P do Componente do Gradiente

$$P(10\%)_{\text{Montante Básico}} = \$379.08$$

$$P(10\%)_{\text{Componente do Gradiente}} = \$686.18$$

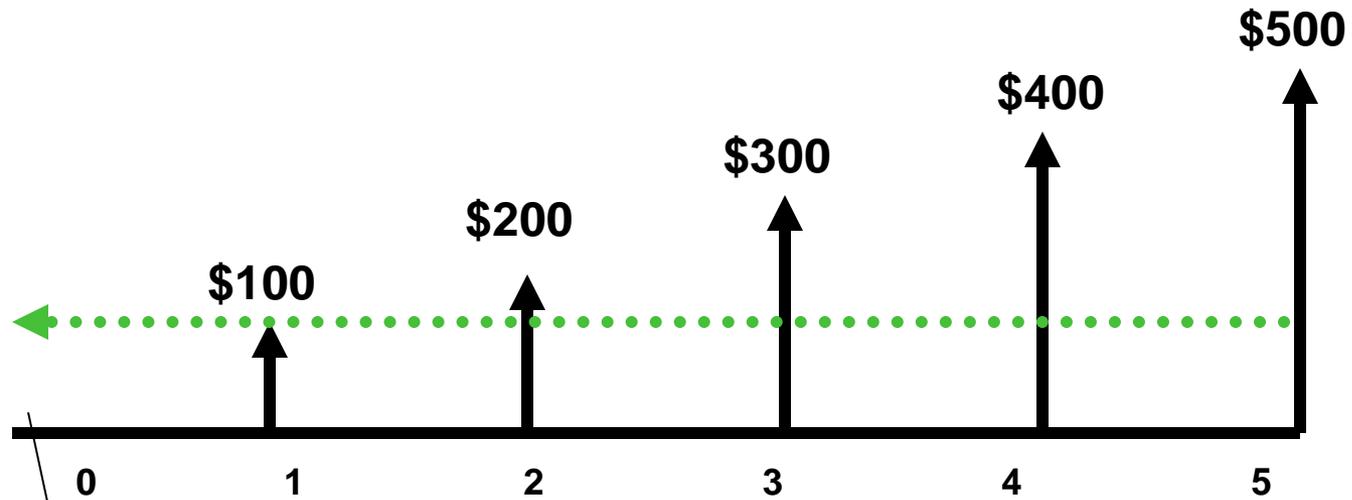
$$P \text{ TOTAL } (10\%) = \$379.08 + \$686.18$$

**\$1065.26**

Nota: os dois montantes ocorrem no  $t = 0$  e devem ser somados



## Fluxo de Caixa...

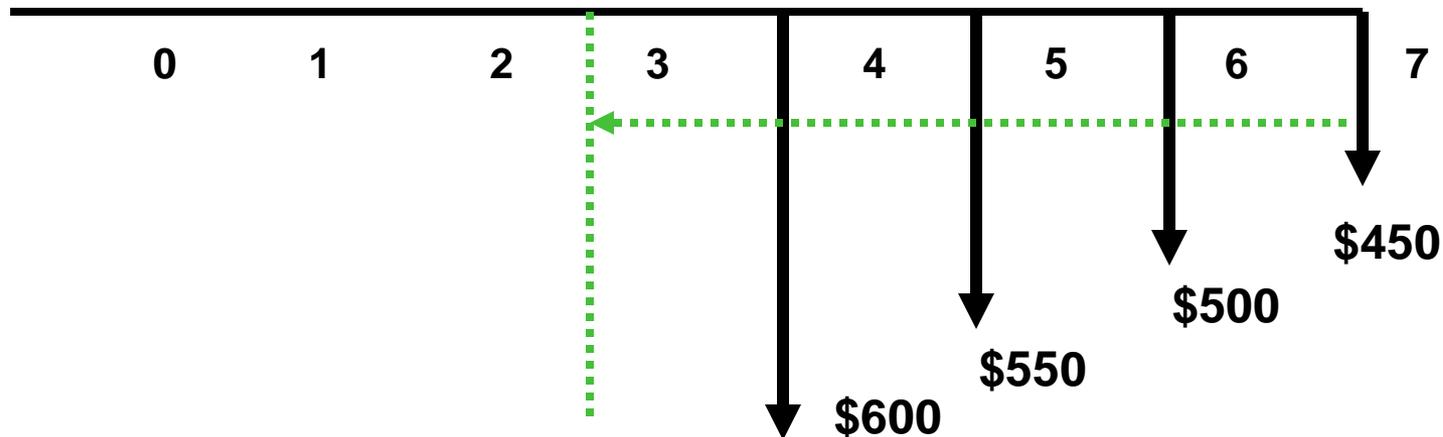


Equivale a \$1065.26 no tempo 0 se a taxa de juros é 10% por ano!

# Exemplo



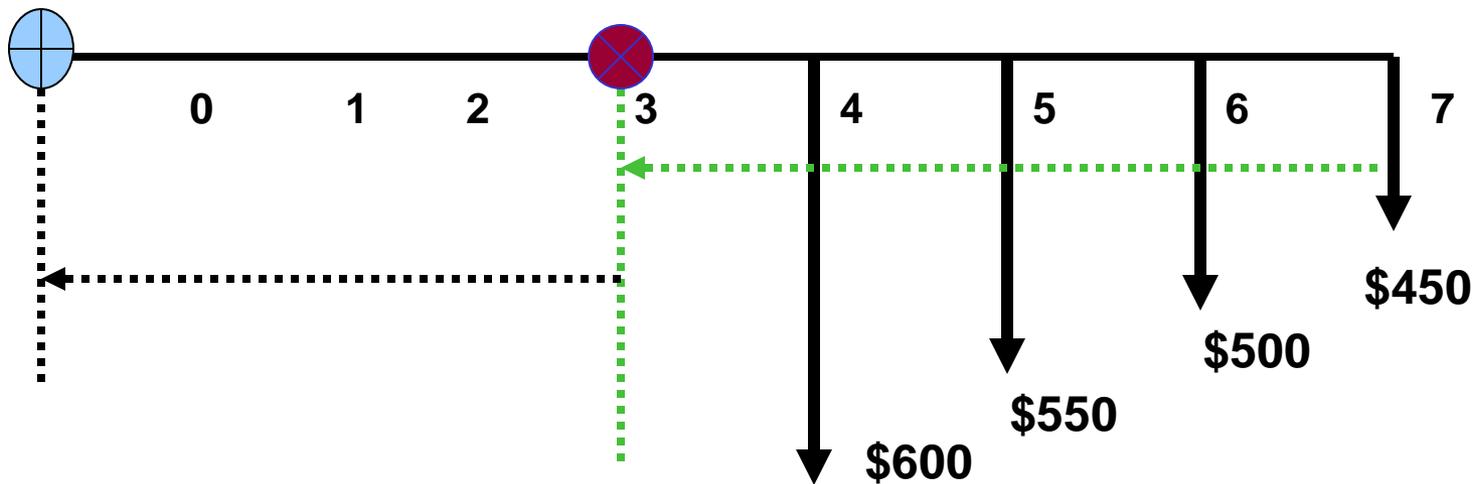
$$i = 10\%$$



1. Gradiente Decrescente
2. O Valor Presente no ponto  $t = 3$  (não  $t = 0$ )



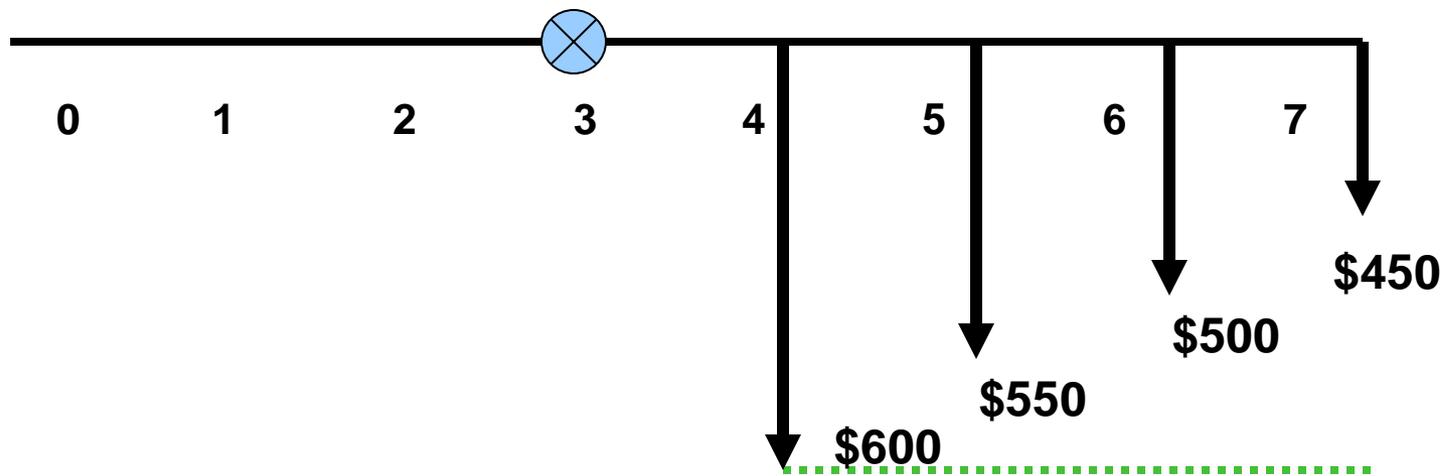
Considere o seguinte Fluxo de Caixa



$$P_{t=0} = (?)$$

Obter  $P_{t=3}$

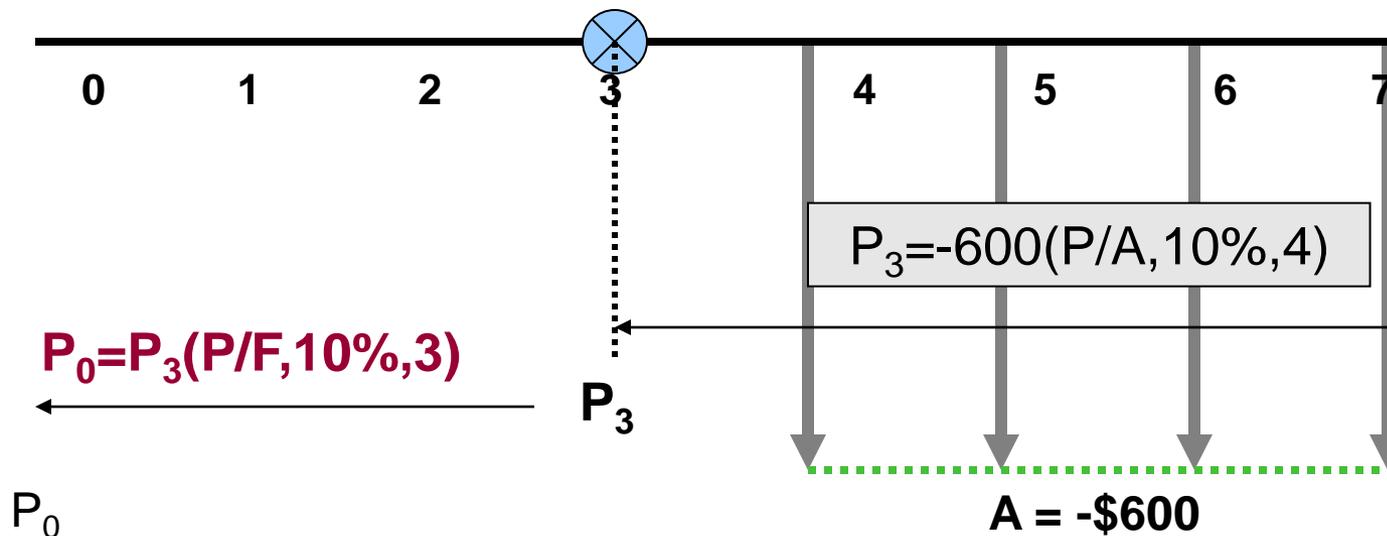
Usar o fator P/F para mover  $P_3$  para  $P_0$



**Montante Básico é fluxo de caixa de \$600 para 3 períodos**



## P do Montante Básico: 2 Etapas



$$P_0 = [-600(P/A, 10\%, 4)](P/F, 10\%, 3)$$

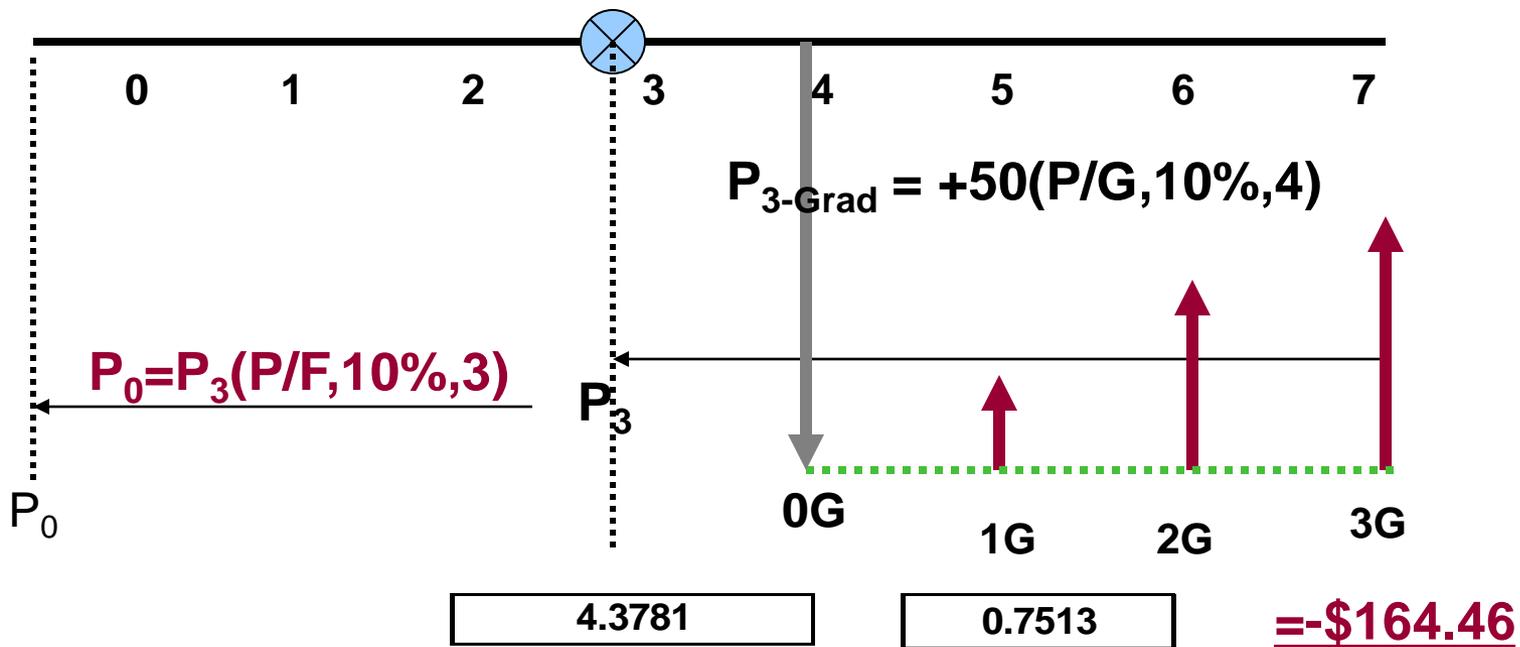
3.1699

0.7513

$$P_{(0)} \text{ Montante Básico} = \underline{\underline{-\$1.428.93}}$$



## P do Componente do Gradiente: $G = -\$50$



$$P_{0-grad} = \{+50(P/G, 10\%, 4)\}(P/F, 10\%, 3)$$

## Exercício 4.2



Três municípios vizinhos concordaram em fazer uma combinação de recursos de impostos já designados para reforma de pontes. Em uma reunião os engenheiros estimaram que um total de \$500.000 será depositado no fim do próximo ano em uma conta destinada ao reparo de pontes velhas, possivelmente inseguras, em todos os três municípios. Além disso estimaram que os depósitos terão um aumento de \$100.000 por ano durante 9 anos a partir de então, e depois cessarão. Determine a) o valor presente equivalente e b) os montantes das sequencias anuais se os fundos municipais renderem juros a uma taxa de 5% ao ano. R. \$7.026.050 e \$909,91

# Combinação de Fatores



**Objetivo:** derivar e usar os fatores de engenharia econômica para considerar o valor do dinheiro no tempo

- Fatores  $F/P$  e  $P/F$
- Fatores  $P/A$  e  $A/P$
- Fatores  $F/A$  e  $A/F$
- Fatores  $P/G$  e  $A/G$
- Gradiente Geométrico
- Calcular  $i$
- Calcular  $n$



## **Gradiente Linear**

Muda um valor fixo a cada período de tempo

## **Gradiente Geométrico**

Muda uma porcentagem fixa a cada período de tempo

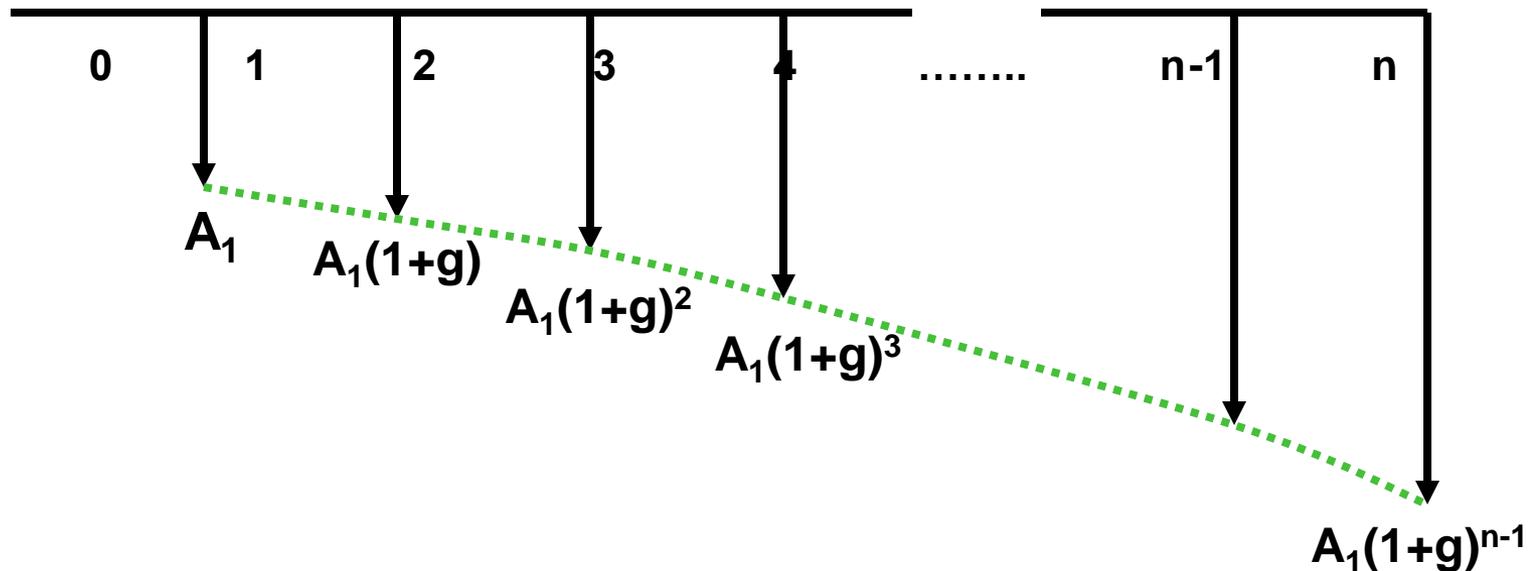
## **Taxa Uniforme de Variação (%)**

$g$  = Taxa de Variação Constante pela qual os montantes crescem ou decrescem de um período para outro



## Diagrama de fluxo de caixa de uma série gradiente geométrica crescente

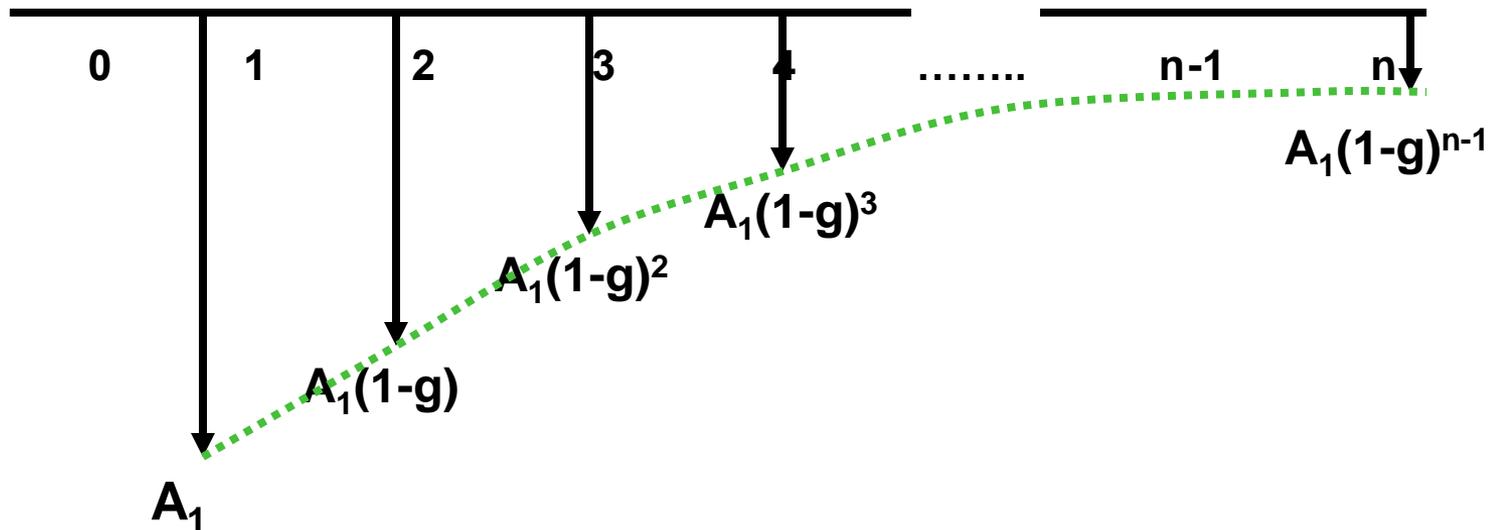
$A_1$  = Primeiro Fluxo de Caixa da Série





## Diagrama de fluxo de caixa de uma série gradiente geométrica decrescente

$A_1$  = Primeiro Fluxo de Caixa da Série





## **IMPORTANTE**

Série inicia no ano 1 com  $A_1$

$A_1$  não é considerado Montante Básico

Objetivo: determinar o VP de 1 período à esquerda de  $A_1$



## Parâmetros

Taxa de juros por período:  $i$

Taxa Uniforme de Variação :  $g$

Períodos de tempo:  $n$

Início do Fluxo de Caixa:  $A_1$



Fator ( $P/A$ ,  $g$ ,  $i$ ,  $n$ ) se diferente de  $i$

$$P_g = A_1 \left[ \frac{1 - \left( \frac{1+g}{1+i} \right)^n}{i-g} \right] \quad g \neq i$$



Fator ( $P/A$ ,  $g$ ,  $i$ ,  $n$ ) se  $g$  igual a  $i$

$$P_g = \frac{nA_1}{(1+i)}$$

$$g = i$$

# Exemplo

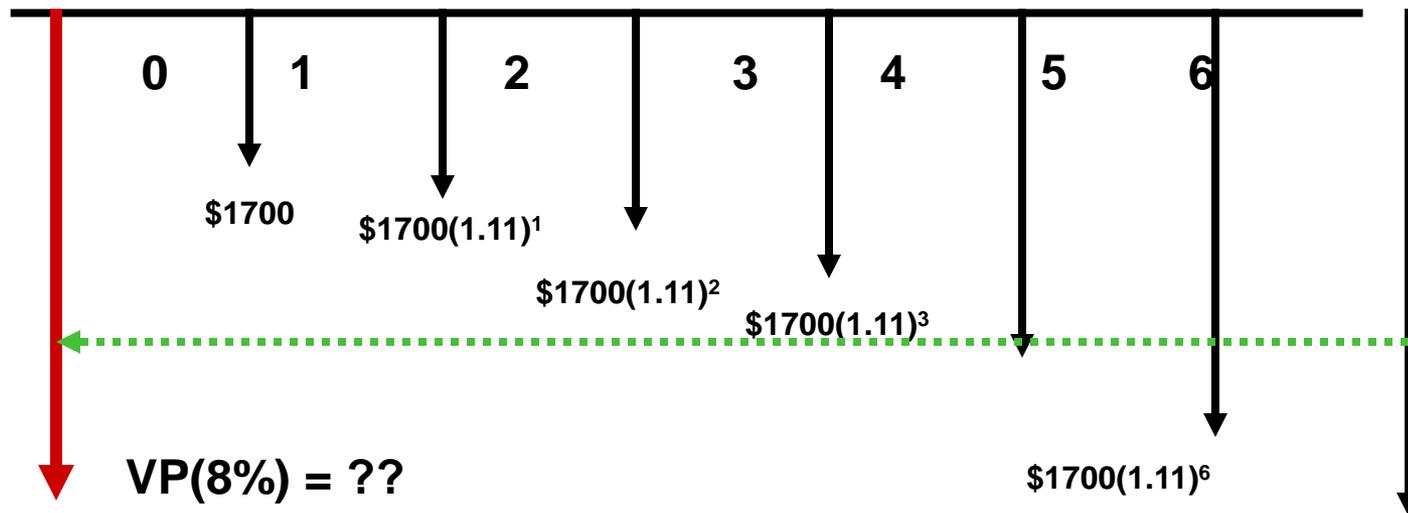


O custo de manutenção de uma atividade será de \$ 1700 ao ano a partir de agora. Está previsto um aumento anual de 11% ao ano nos próximos 7 anos. Se a taxa de juros é 8% ao ano, determine o valor presente.

# Exemplo



$g = +11\%$  por periodo;  $A_1 = -\$1700$ ;  $i = 8\%$  ao ano



# Exemplo



$$P = \$1700 \text{ (P/A, 11\%, 8\%, 7)}$$

Calcular fator P/A para Gradiente Geométrico

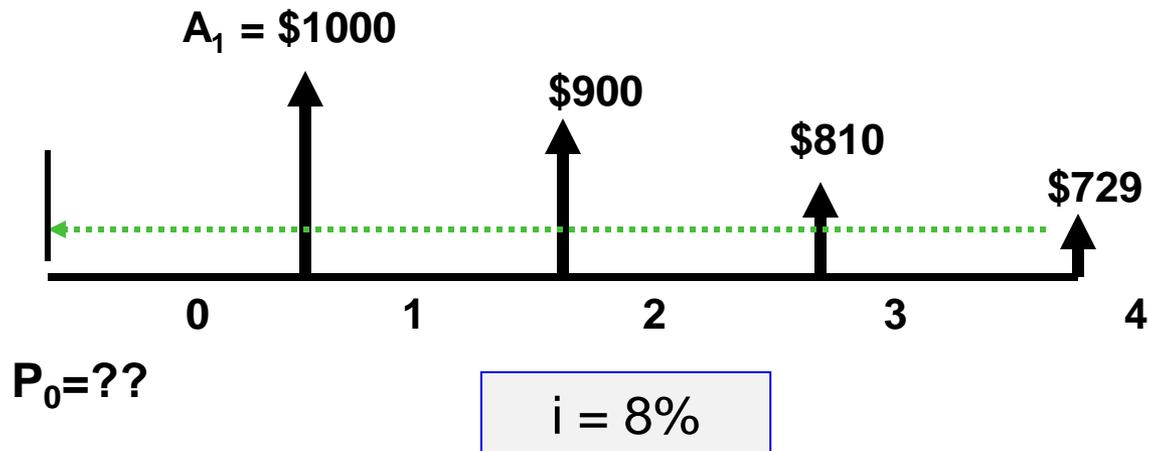
g	11%
i	8%
n	7
(P/A, 11, 8, 7)	7,04732
A1	1700,00
VP	11.980,44

$$P_g = A_1 \left[ \frac{1 - \left( \frac{1+g}{1+i} \right)^n}{i - g} \right] \quad g \neq i$$

# Exemplo



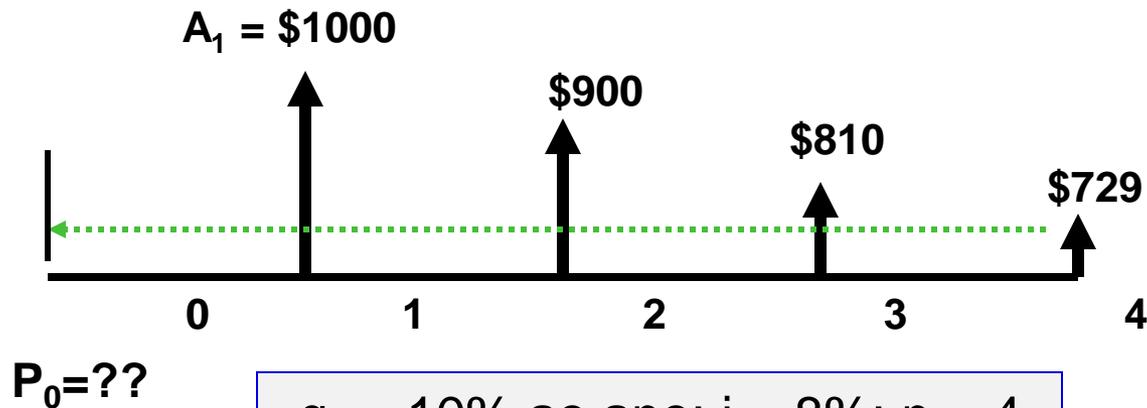
Gradiente negativo?



# Exemplo



Gradiente negativo?



$g = -10\%$  ao ano;  $i = 8\%$ ;  $n = 4$

$g = -0.10$

# Exemplo



---

g	- 10%
i	8%
n	4
(P/A, -10%, 8%, 4)	2,87637
A1	\$1.000,00
VP	\$2.876,37

---


$$P_g = A_1 \left[ \frac{1 - \left( \frac{1+g}{1+i} \right)^n}{i-g} \right] \quad g \neq i$$

## Exercício 4.3



Engenheiros de uma empresa concluíram uma modificação em um equipamento existente em seu parque de esportes aquáticos. A reforma custou \$8.000 e espera-se que perdure 6 anos com um valor recuperado de \$1.300. Estima-se que os custos de manutenção atinjam \$1.700 no primeiro ano, crescendo 11% ao ano a partir de então. Determine o valor presente equivalente da modificação e do custo de manutenção. A taxa de juros é 8% ao ano. R. \$ -17.305,85

## Exercício 4.4



Uma empresa de consultoria quer começar a poupar dinheiro para fazer a substituição de servidores de rede. Se a empresa investir \$ 3.000 no fim do ano 1 e aumentar o valor investido em 5% a cada ano, quanto haverá na conta daqui a 4 anos, se rende juros a uma taxa de 8% ao ano? R. \$ 14.498



## Determinação da Taxa de Juros



## Determinar Taxa de Retorno ou Taxa de Juros

Pode ser uma tarefa difícil...



# Taxa de Juros $i$

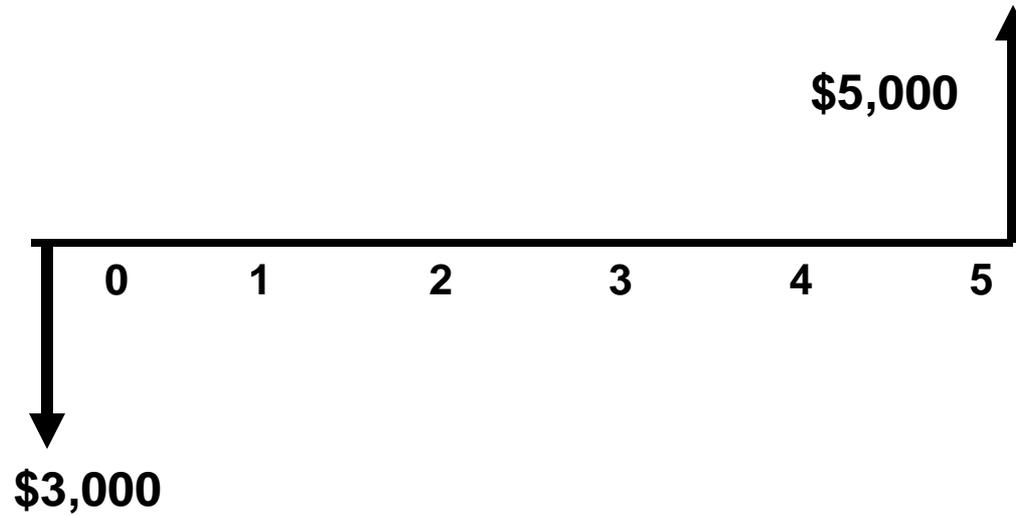


Suponha que você pode investir \$3.000 agora na expectativa de ganhar \$5.000 em cinco anos. Qual a taxa de juros?

# Taxa de Juros $i$



## Fluxo de Caixa

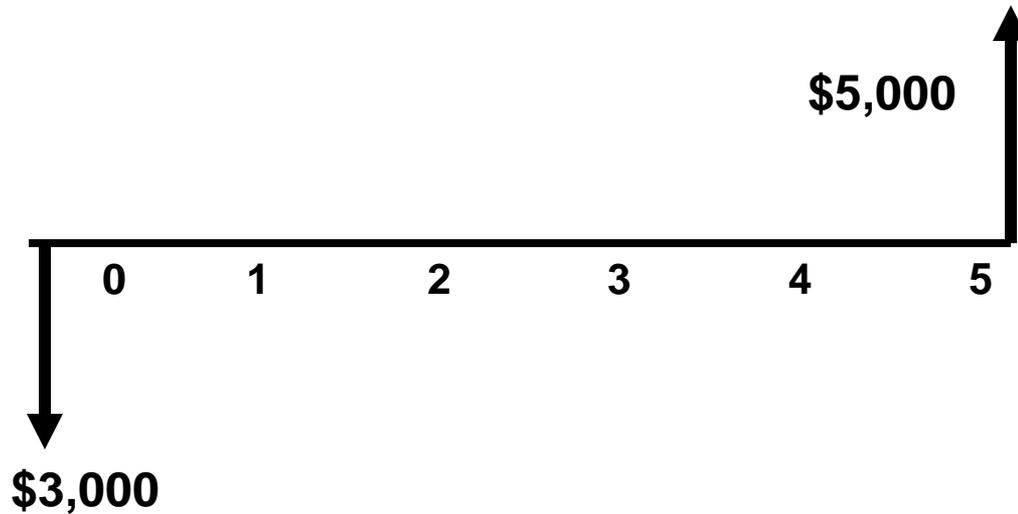


$$F = P(1+i)^n$$

$$5,000 = 3,000(1+i)^5$$

$$(1+i)^5 = 5,000/3000 = 1.6667$$

# Taxa de Juros $i$



$$(1+i)^5 = 5,000/3000 = 1.6667$$

$$(1+i) = 1.6667^{0.20}$$

$$i = 1.1076 - 1 = 0.1076 = \underline{10.76\%}$$

# Taxa de Juros $i$



Taxa de Juros  $i$  pode ser determinada pela solução direta da equação para valores simples, séries uniformes ou gradiente convencional uniforme

Quando envolver pagamentos não uniformes: usar métodos de tentativas ou método numérico (mais tarde...)

# Taxa de Juros $i$



Laura pode fazer agora um investimento de \$3.000 nos negócios de um amigo e receber \$5.000 daqui a 5 anos, ou depositar em um banco e receber 7% de juros ao ano. Qual investimento deve ser feito? (EXCEL) R. 10,76%



## EXCEL

**TAXA: Taxa de Juros Compostos quando os fluxos de caixa anuais são idênticos**

**TAXA(nper;pgto;vp;vf;tipo;estimativa)**

(Valor F não inclui o montante A que ocorre no ano n)

**TIR: Taxa Interna de Retorno**

Pode ser usada para encontrar a Taxa de Juros ou Taxa de Retorno de qualquer sequencia de fluxos de caixa

**TIR (valores;estimativa)**

**IMPORTANTE:** necessário lançar fluxos de caixa iguais a zero

# Exercício 5.1



Laura pode fazer agora um investimento de \$3.000 nos negócios de um amigo e receber \$5.000 daqui a 5 anos, ou depositar em um banco e receber 7% de juros ao ano. Qual investimento deve ser feito? R. 10,76% (**EXCEL**)

0	\$-3.000
1	0
2	0
3	0
4	0
5	\$5.000
TIR	?

## Exercício 5.2



Uma empresa de engenharia exige que sejam colocados \$500 por ano em um fundo de amortização para cobrir quaisquer operações imprevistas para refazer um trabalho. Em um caso foram depositados \$500 durante 15 anos e cobriram um custo de refazer o trabalho equivalente a \$10.000 no ano 15. Qual a taxa de retorno essa prática proporcionou à empresa? Encontre a solução com o EXCEL. R.  $i=3,98\%$



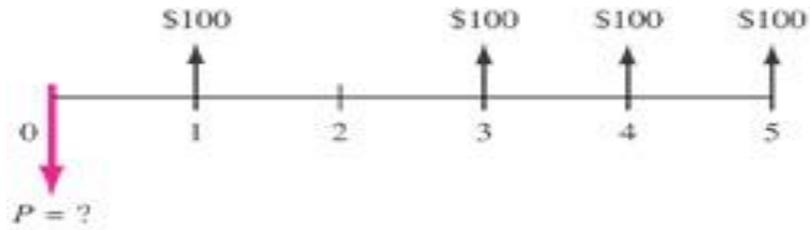
# Determinação do número de anos

# Número de Períodos Desconhecido



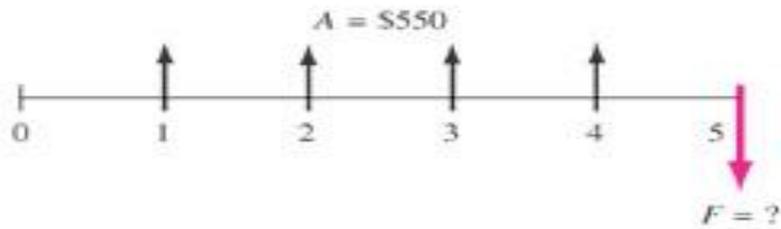
Quanto tempo levará para \$1.000 dobrar em valor se a taxa de desconto for 5% ao ano?

# Exercício 5.3

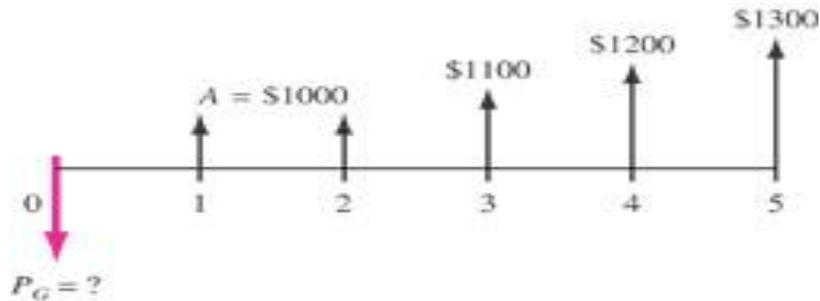


(a)

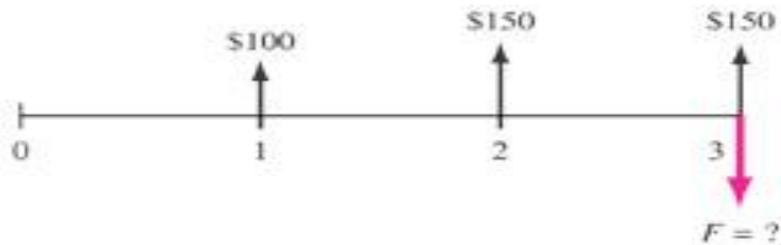
Explique por que os fatores de séries uniformes não podem ser usados para calcular  $P$  ou  $F$  diretamente em relação aos fluxos de caixas apresentados



(b)



(c)



(d)



# Análise de Sensibilidade



Procedimento onde os parâmetros variam

Varia os parâmetros de entrada e observa as mudanças no parâmetro de interesse

*What-if*

Usar EXCEL!

## Exercício 5.4 (EXCEL)



Um engenheiro e um médico descobriram como desenvolver uma importante melhoria em cirurgias de vesícula biliar. Formaram uma pequena corporação empresarial para cuidar dos aspectos financeiros de sua parceria. A empresa investiu \$500.000 no projeto já neste ano ( $t=0$ ) e espera gastar \$500.000 anualmente nos próximos 4 anos e, possivelmente, em mais anos. Desenvolva uma planilha para responder as seguintes questões:

a) Suponha que \$500.000 sejam gastos somente em 4 anos adicionais. Se a empresa vender os direitos de uso da nova tecnologia no fim do ano 5 por \$5 milhões, qual a taxa de retorno prevista?

b) Eles calculam que precisarão de \$500.000 ao ano durante mais tempo do que os 4 anos adicionais. Daqui a quantos anos eles terão de concluir o trabalho de desenvolvimento e receber \$ 5 milhões em taxas de licenciamento para obter pelo menos 10% ao ano? Suponha que os \$ 500.000 ao ano se prolonguem até o ano imediatamente anterior ao recebimento dos 5 milhões.

# Combinação de Fatores



**Objetivo:** derivar e usar os fatores de engenharia econômica para considerar o valor do dinheiro no tempo

- Fatores  $F/P$  e  $P/F$
- Fatores  $P/A$  e  $A/P$
- Fatores  $F/A$  e  $A/F$
- Fatores  $P/G$  e  $A/G$
- Gradiente Geométrico
- Calcular  $i$
- Calcular  $n$