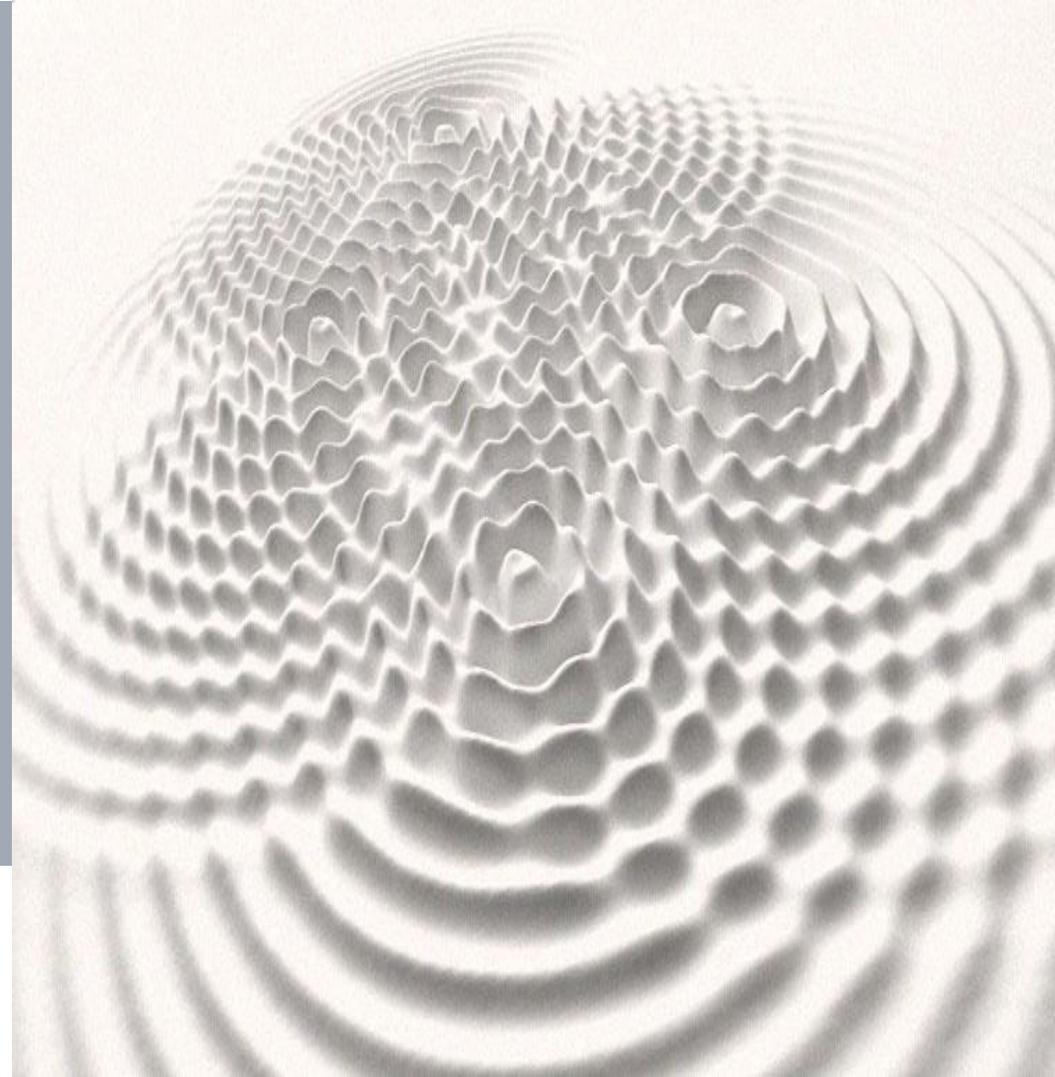


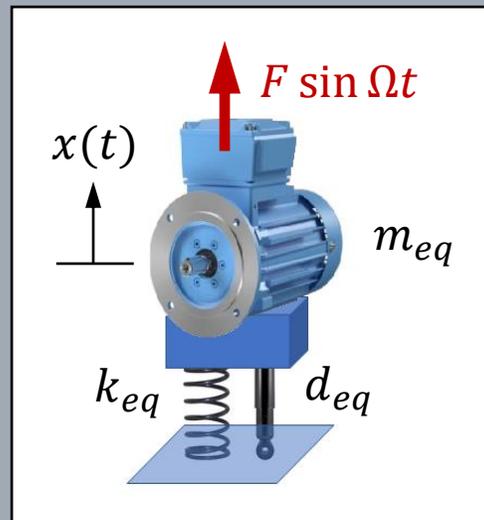
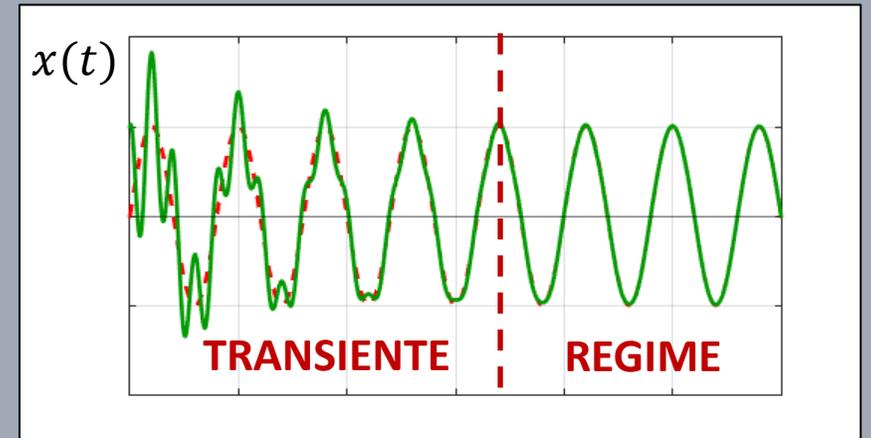
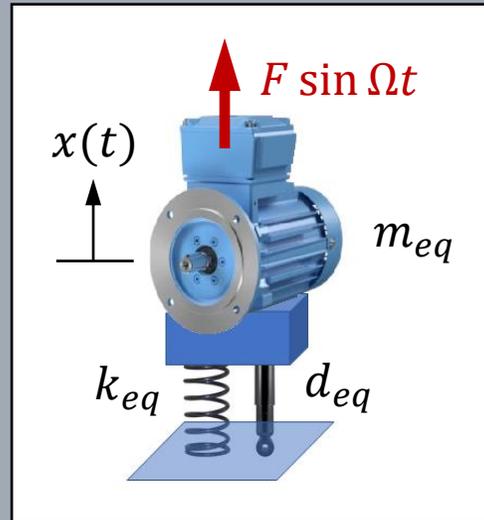
SEM 172 – Vibrações Mecânicas

Prof. Rodrigo Nicoletti

AULA 7 – Vibração Forçada Desbalanço



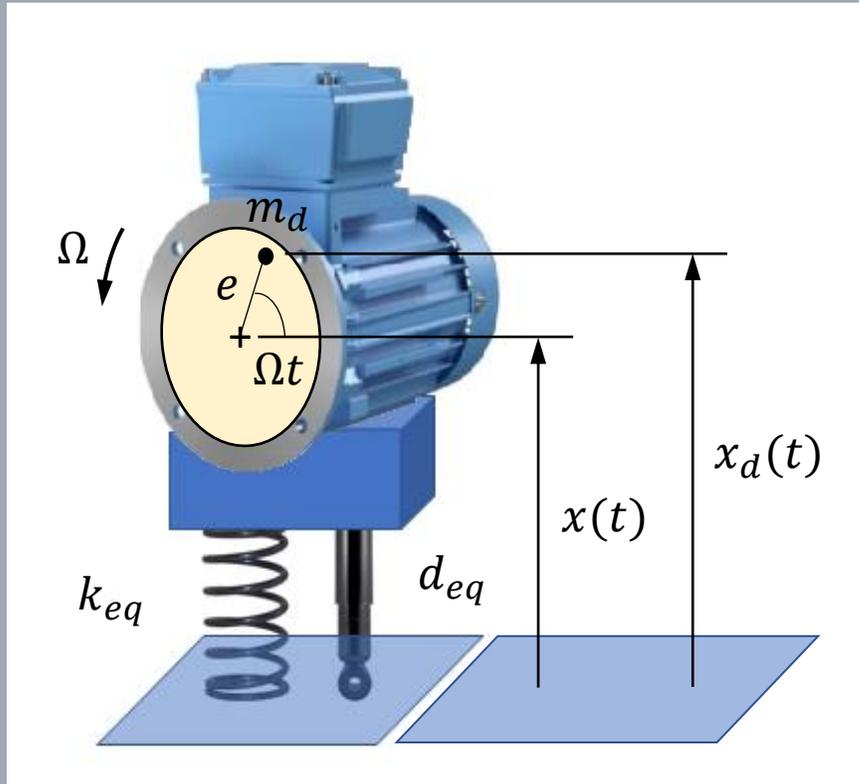
Resposta Forçada



Qual o valor de F ?

Vibração Forçada por Desbalanço

Equação de Movimento do Sistema



Considere uma **massa de desbalance** m_d posicionada a uma distância e do centro de rotação.

Se a **massa total do sistema** é M , então a equação de movimento será dada por:

$$ma = \sum F \Rightarrow (M - m_d)\ddot{x} = -k_{eq}x - d_{eq}\dot{x} - m_d\ddot{x}_d$$

A posição da massa de desbalance é dada por:

$$x_d(t) = x(t) + e \sin \Omega t$$

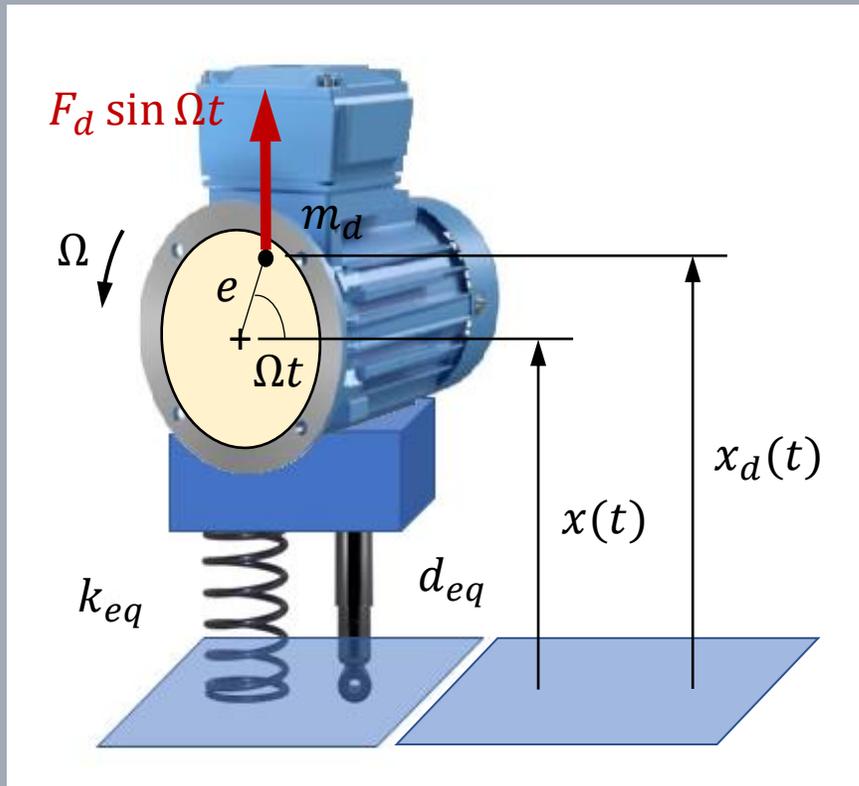
Então: $(M - m_d)\ddot{x} = -k_{eq}x - d_{eq}\dot{x} - m_d \frac{d^2}{dt^2}(x + e \sin \Omega t)$

$$\Rightarrow (M - m_d)\ddot{x} = -k_{eq}x - d_{eq}\dot{x} - m_d\ddot{x} + m_d e \Omega^2 \sin \Omega t \Rightarrow$$

$$M\ddot{x} + d_{eq}\dot{x} + k_{eq}x = m_d e \Omega^2 \sin \Omega t$$

Eq. Movimento do Sistema

Resposta Forçada por Desbalanço



Observe que a equação de movimento:

$$M\ddot{x} + d_{eq}\dot{x} + k_{eq}x = m_d e \Omega^2 \sin \Omega t$$

Tem o mesmo formato da equação de um sistema com excitação harmônica:

$$m_{eq}\ddot{x} + d_{eq}\dot{x} + k_{eq}x = F \sin \Omega t$$

Ou seja:

$$F_d = m_d e \Omega^2$$

Amplitude de Força de Desbalanço

A força de desbalanço cresce com o quadrado da velocidade de rotação !!!

Resposta Forçada por Desbalanço

Se a amplitude da resposta forçada é dada por: $X = \frac{F}{\sqrt{(k_{eq} - m_{eq}\Omega^2)^2 + (d_{eq}\Omega)^2}}$

Então, a **amplitude da resposta por desbalanço** será dada por:

$$X = \frac{m_d e \Omega^2}{\sqrt{(k_{eq} - M \Omega^2)^2 + (d_{eq} \Omega)^2}}$$

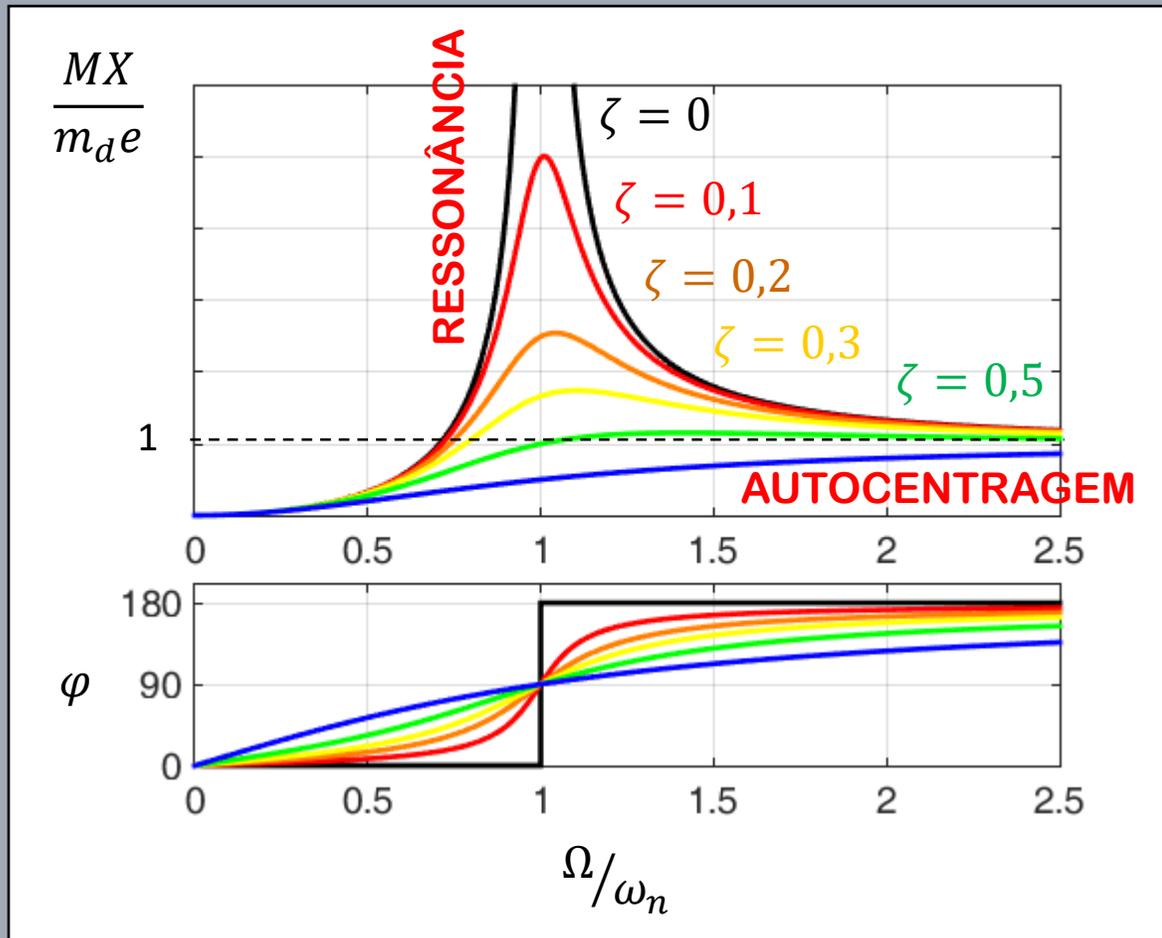
Amplitude da Resposta

E a fase da resposta vibratória será dada por:

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{d_{eq} \Omega}{k_{eq} - M \Omega^2} \right)$$

Fase da Resposta (atraso)

Resposta Forçada por Desbalanço



- $\Omega \ll \omega_n \Rightarrow X \approx 0$ (baixa vibração em baixas velocidade de rotação)
- $\Omega \approx \omega_n \Rightarrow \uparrow X$ (RESSONÂNCIA)
- $\Omega \gg \omega_n \Rightarrow \frac{MX}{m_d e} \rightarrow 1 \Rightarrow X \approx \frac{m_d e}{M}$ (AUTOCENTRAGEM)
- $\uparrow e \Rightarrow \uparrow X \quad \forall \zeta$
- $\uparrow m_d \Rightarrow \uparrow X \quad \forall \zeta$

Ponto de Vista de Projeto:

Ω deve estar abaixo de ω_n para se ter mínima resposta vibratória do sistema

Centrifugação em Máquina de Lavar Roupas



Ponto de Vista de Projeto:

Ω deve estar abaixo de ω_n para se ter mínima resposta vibratória do sistema

Mas se a rotação for baixa, não centrifuga a roupa (não retira a água) !!!

Solução: Velocidade de rotação muito acima da frequência natural !!!
(trabalha na **AUTOCENTRAGEM**)

$$\omega_n \approx 1,5 \text{ Hz} \quad (\text{suspensão})$$

$$\Omega \approx 13 \text{ Hz} \quad (780 \text{ rpm})$$

Centrifugação em Máquina de Lavar Roupas



Nós vimos que, na AUTOCENTRAGEM: $X \approx \frac{m_d e}{M}$

Mas: $\uparrow e \Rightarrow \uparrow X \quad \forall \zeta$

$\uparrow m_d \Rightarrow \uparrow X \quad \forall \zeta$

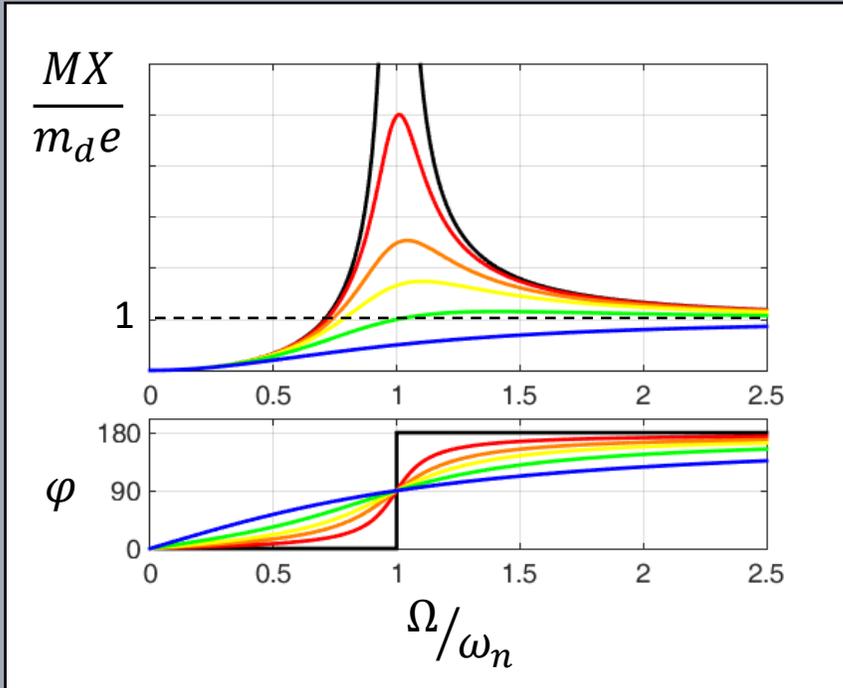
m_d e e são aleatórios !!!

Então, como controlar a amplitude de vibração na centrifugação?

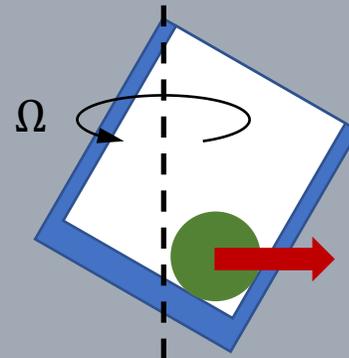


ANEL HIDRO

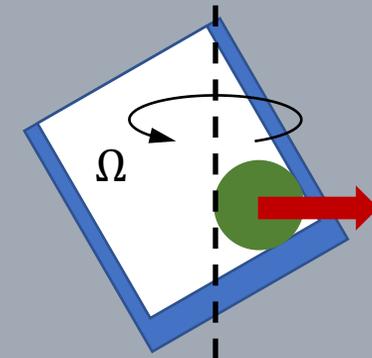
Centrifugação em Máquina de Lavar Roupas



• Se $\Omega \ll \omega_n \Rightarrow \varphi \approx 0^\circ$

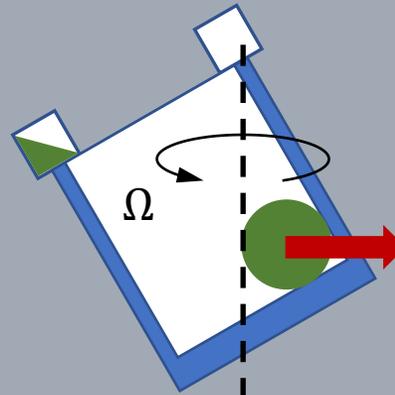
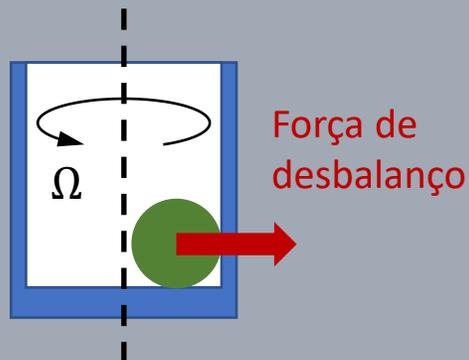
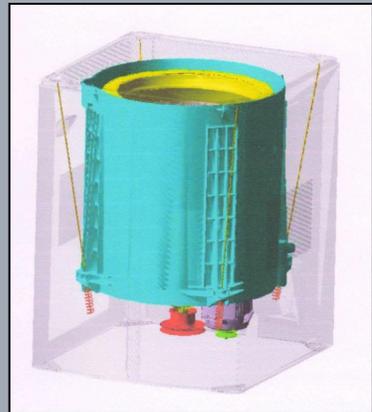


• Se $\Omega \gg \omega_n \Rightarrow \varphi \approx 180^\circ$

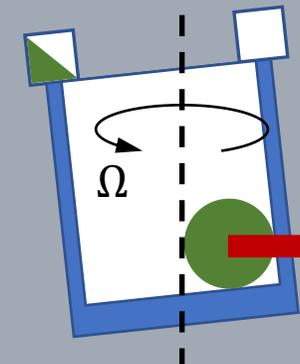


(CENTRIFUGAÇÃO)

• Com **ANEL HIDRO**: Líquido compensa o desbalanço, diminuindo a distância e



Força de desbalanço



Força de desbalanço

Conclusão

Moral da História...

1. A força harmônica de um motor com desbalanceamento é $F_d = m_d e \Omega^2$

2. A amplitude da vibração depende da frequência de excitação Ω

- Se $\Omega \ll \omega_n \Rightarrow X \rightarrow 0$
- Se $\Omega = \omega_n \Rightarrow \uparrow X$ (**RESSONÂNCIA**)
- Se $\Omega \gg \omega_n \Rightarrow X \approx m_d e / M$ (**AUTOCENTRAGEM**)

3. A amplitude de vibração aumenta se:

- $\uparrow e, \forall \zeta$
- $\uparrow m_d, \forall \zeta$

4. Ponto de Vista de Projeto: Ω deve ser menor que ω_n para se ter mínima vibração do sistema

Dúvidas ?

