

# Física Experimental A – 2022 – 4323201 -

*Prof. Rubens Lichtenthäler Filho*

## 5 experimentos

0- Introdução às incertezas - Reflexo motor

1- Queda Livre

2- Colisão 2D

3- Viscosidade

4- Cordas Vibrantes

5- Resfriamento de Newton (\*)

- Grupos de 2-3 pessoas
- 1 relatório por grupo entregue no final da aula.
- Média dos 5 relatórios

- Não pode faltar às aulas. Pode perder no máximo 1 experimento.
- Haverá 1 reposição no final do curso para 1 (um) experimento.
- 2 faltas em experimentos ou mais está reprovado por frequência.
- **Atrasos não são permitidos.**

*(\*) Apenas turma de sexta-feira*

Média dos relatórios:  $M_R = (\sum R_i) / 5$

Média final =  $(0.9 * M_R + 0.1 * M_{\text{exerc}})$

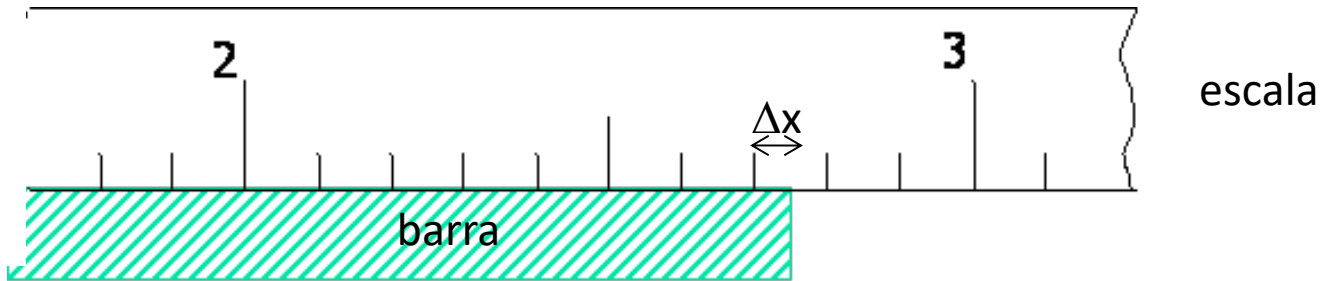
*Exercícios online à disposição na página da disciplina. Valem 1 ponto na média. Ficarão abertos por 1 mês.*

# Medidas e Algarismos significativos

- Como representar o resultado de uma medida, algarismos significativos.
- Erros, médias e desvio padrão.
- Histogramas e distribuição normal.
- Propagação de erros.

# Medidas em física

ex. medida do comprimento de uma barra



O numero de algarismos significativos é o numero de algarismos exatos da medida (2 e 7) mais 1 duvidoso.

$$L = 2.7 + \Delta x \quad \Delta x = 0.03 \text{ ou } 0.04 \text{ ou } 0.05 \text{ (estimado!)}$$

algarismo duvidoso



$$L = 2.73$$

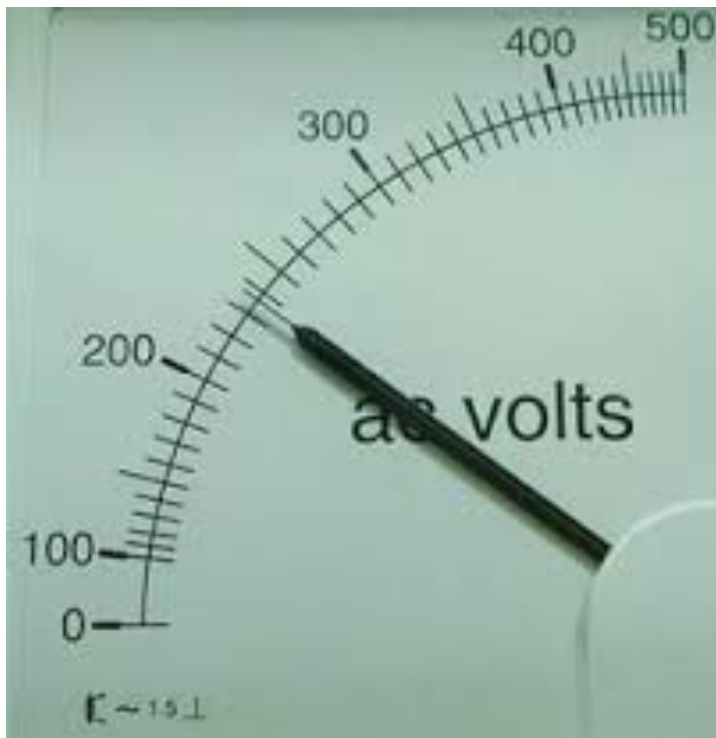
$L = 2.74$  todos têm 3 algarismos significativos

$L = 2.75$  os 3 estão corretos

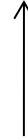
Algarismos significativos:

- todos os números de 1 a 9.
- zeros à esquerda não são significativos.
- zeros à direita podem ser significativos ou não (se forem unidades).

Ex:  $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$  o 1 é o algarismo duvidoso  
 $1,0 \text{ m} = 100 \text{ cm}$  o zero depois da vírgula é o duvidoso. O último, não.



$V=237$  Volts



duvidoso ou estimado

Quantos significativos? **3**

Poderia ser 238 Volts? Sim! Ainda são 3 significativos

## No. de significativos

ex: 13.55 cm	4
4.2 A	2
0.000573 km	3
10. s	2
$12 \times 10^2$ s	2
$0.6 \times 10^2$ m	1
16 cm	2
160 mm	3

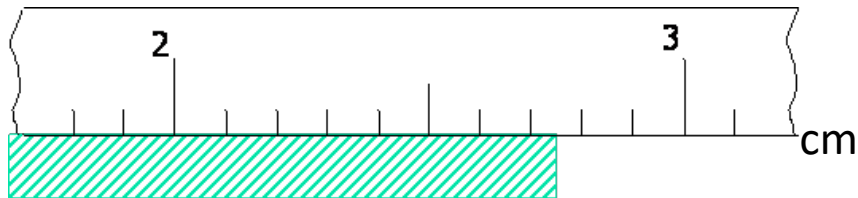
- Os nos. de 1 a 9 sempre são significativos
- Zeros à esquerda não são significativos
- Zeros à direita podem ser ou não

# Como representar o resultado de uma medida?

resultado = medida  $\pm$  desvio

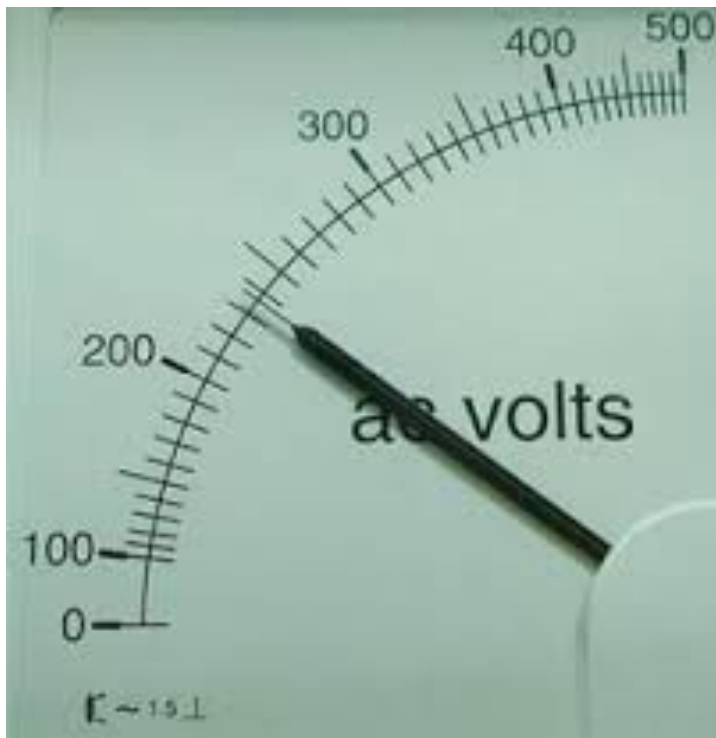
O desvio está ligado à precisão do aparelho de medida e ao processo de medida

Aparelhos com escala: desvio = metade da menor divisão da escala.



Menor divisão = 0.1 cm

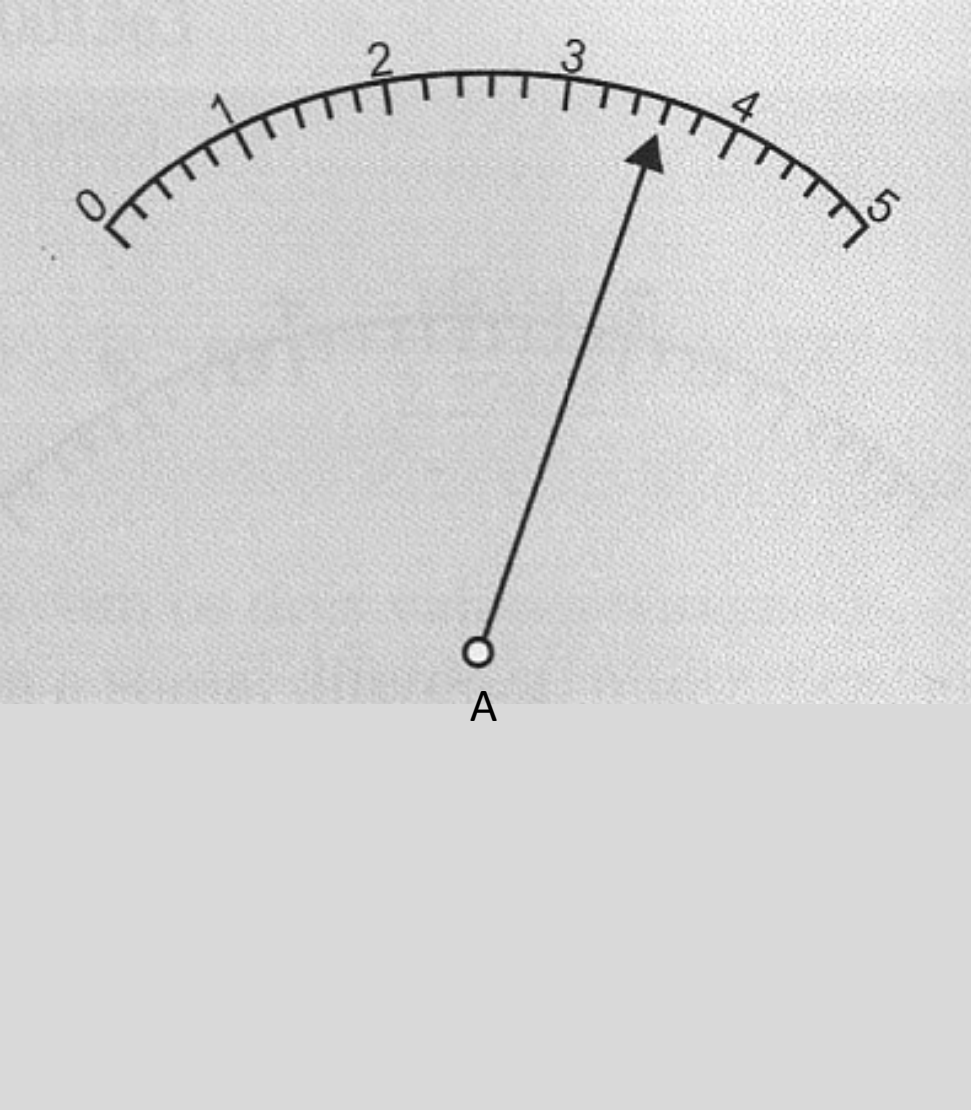
Metade da menor divisão = 0.05 cm



Menor divisão = 10 Volts  
desvio = 5 Volts

**236  $\pm$  5 Volts**





Menor divisão = 0.2 A  
desvio = 0.1 A

$$3.6 \pm 0.1 \text{ A}$$

Quantos significativos? 2

ou  $3.60 \pm 0.05 \text{ A}$  ?

Quantos significativos? 3

Notação

Notação compacta

$236 \pm 5 \text{ Volts}$  ou  $236(5) \text{ Volts}$

$3.6 \pm 0.1 \text{ A}$  ou  $3.6(1) \text{ A}$

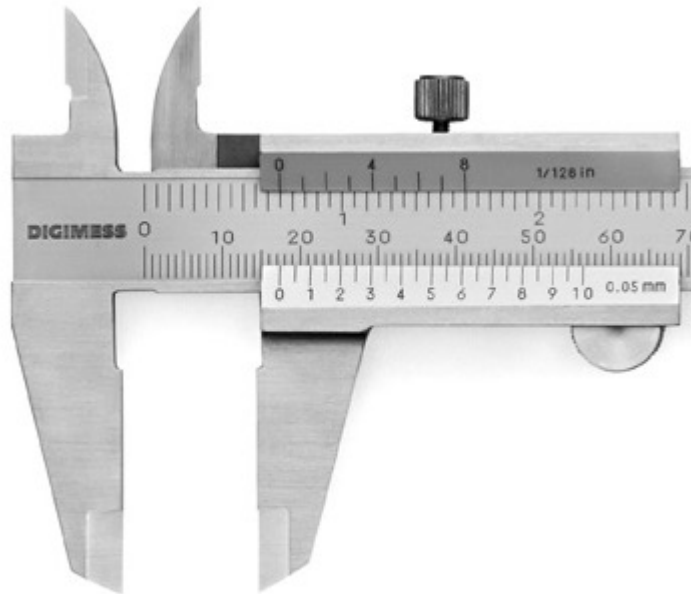
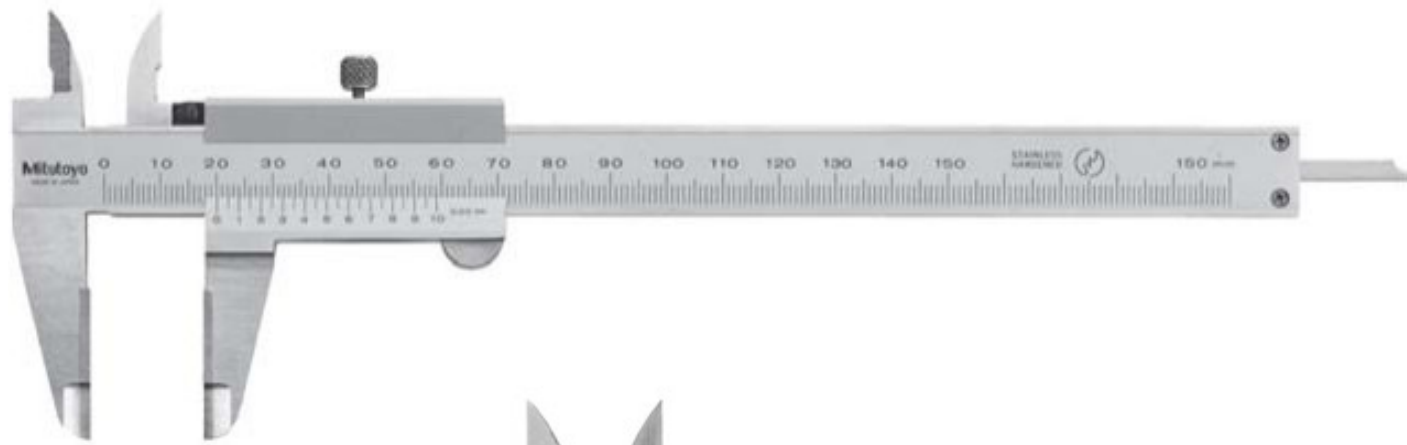
Carga do elétron =  $-1,60217653(14) \times 10^{-19} \text{ C}$

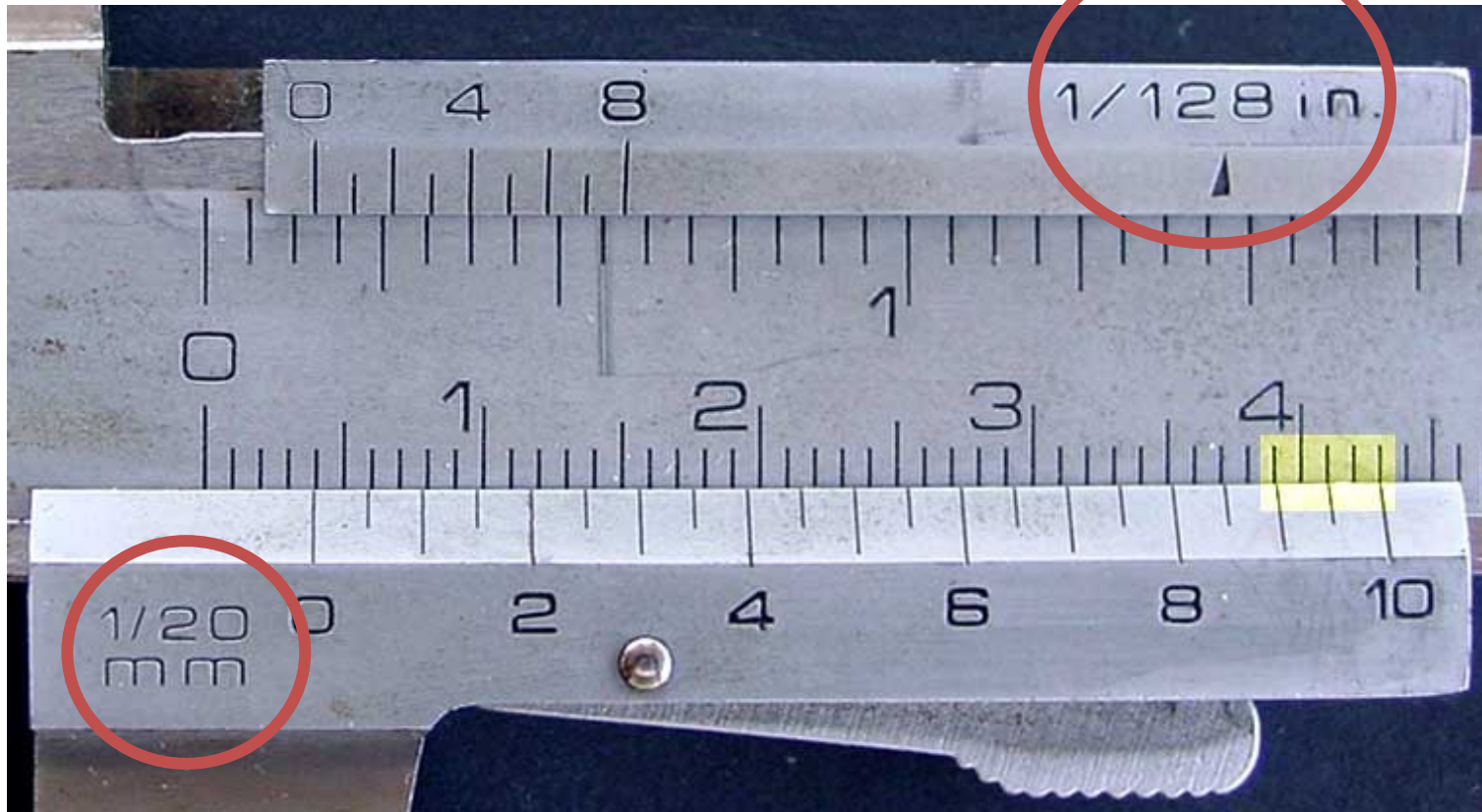
Em geral, no laboratório didático, utilizamos 1 ou 2 (no máximo) algarismos significativos nos erros.

notação errada	<u>notação correta</u>
<del>5,30 ± 0,0572 🤔</del>	5,30 ± 0,06 ou 5.30(6)
<del>124,5 ± 11 🤔</del>	125 ± 11 ou 125(11)
<del>0,00002 ± 0,00000050</del> <b>use notação científica</b>  !	(2,000 ± 0,050)x10 <sup>-5</sup>
<del>450 ± 2,6x10<sup>1</sup></del> 🤔	(45 ± 3) x 10 <sup>1</sup> ou (4,50 ± 0,26) x 10 <sup>2</sup>

Precisão de aparelhos de medida sem escala ou com nônio.

paquímetro





A precisão vem indicada:  $1/20 \text{ mm} = 0.05 \text{ mm}$

# Aparelhos digitais



A precisão está indicado no manual do aparelho e, em geral, é uma porcentagem da medida + no. de dígitos

## Médias, erros e desvio padrão

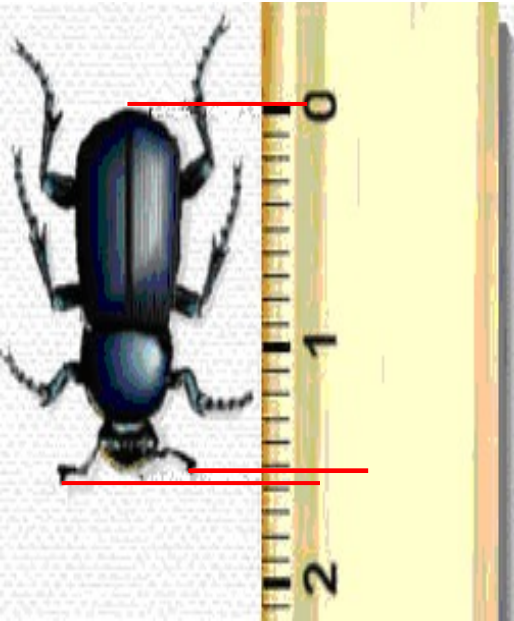
- desvio de uma medida =  $| \text{medida} - \text{valor verdadeiro} |$
- *o valor verdadeiro em geral é desconhecido, então, como estimar o erro?*

*O desvio é uma estimativa do erro e foi definido como a metade da menor divisão do aparelho.*

*Entretanto, em alguns casos, o processo de medida pode ser bastante impreciso e introduzir erros que são maiores do que a menor divisão do aparelho.*

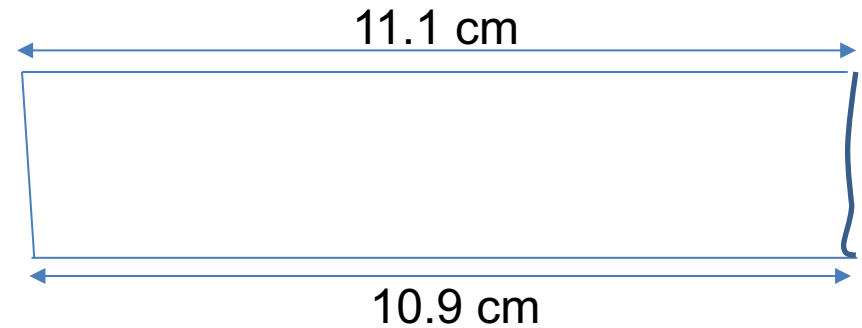
Ex: o objeto de medida não apresenta uma forma definida:

besouro



$L = 1,5 \pm 0,1 \text{ cm}$   
 $L = 1,51 \pm 0,05 \text{ cm}$

Comprimento de uma barra irregular



O que ocorre se repetirmos as medidas?

Se varias pessoas repetirem as medidas provavelmente os resultados serão diferentes.



## Processos de medida imprecisos introduzem erros na medida.

Como estimar estes erros?

Tipos de erros:

### -Estatísticos ou aleatórios

Erros provocados por flutuações nas medidas.

Como eliminá-los?

**Repetir as medidas um grande numero de vezes e calcular a média.**

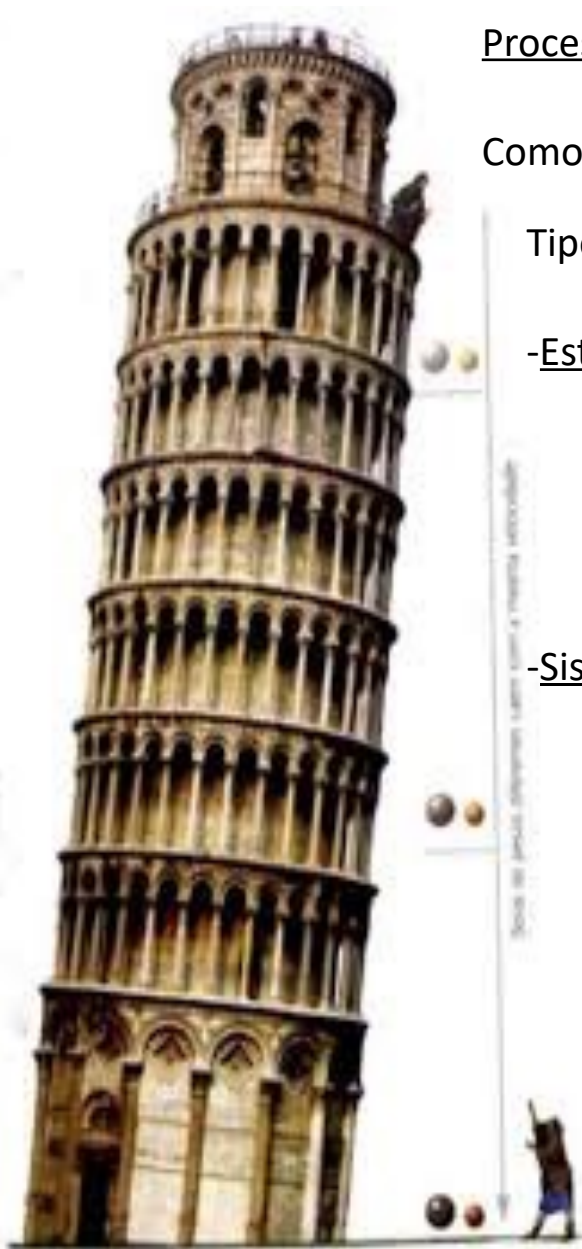
### -Sistemáticos

Erros que causam sempre a mesma variação entre o valor medido e o valor verdadeiro.

Ex. má calibração de aparelhos, efeitos de temperatura ou pressão nos aparelhos de medida.

o que é acurácia (exatidão) de um experimento ?  
o quanto a medida se aproxima do valor verdadeiro

o que é precisão de um experimento ?  
o quanto suas medidas são reprodutíveis



# Histograma ou distribuição de frequências

10 medidas do tempo de queda de um corpo em segundos

4.93	0.77	7.01	3.83	5.40
2.21	6.00	5.17	4.12	2.56

Maior valor=7.01 s

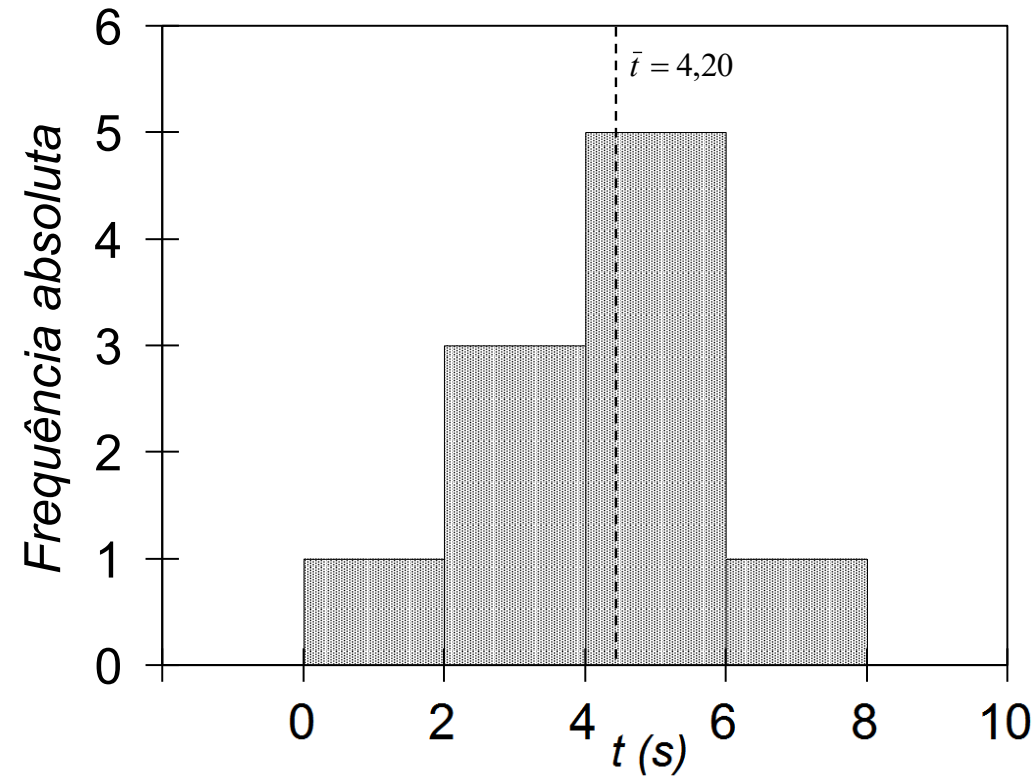
Menor valor=0.77 s

Tomemos o numero de eventos em um intervalo de 2 segundos desde zero até 8.

0.77 2.21 2.56 3.83 4.12 4.93 5.17 5.40 6.00 7.01

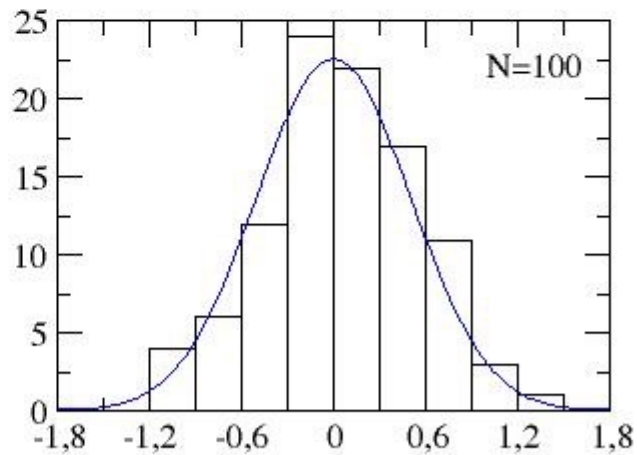
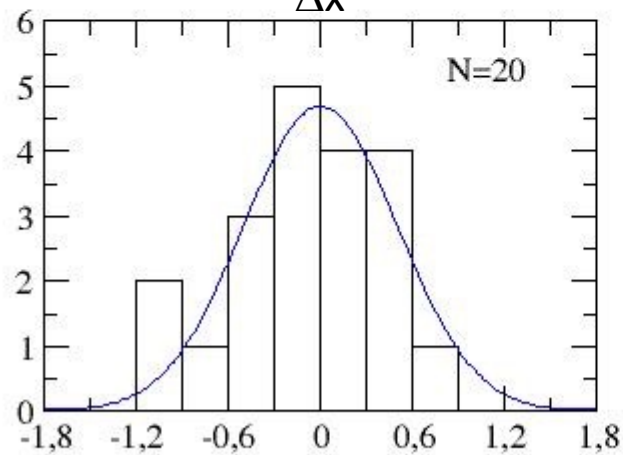
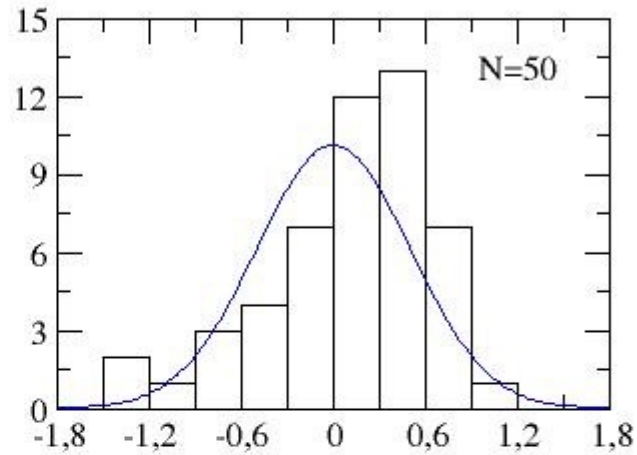
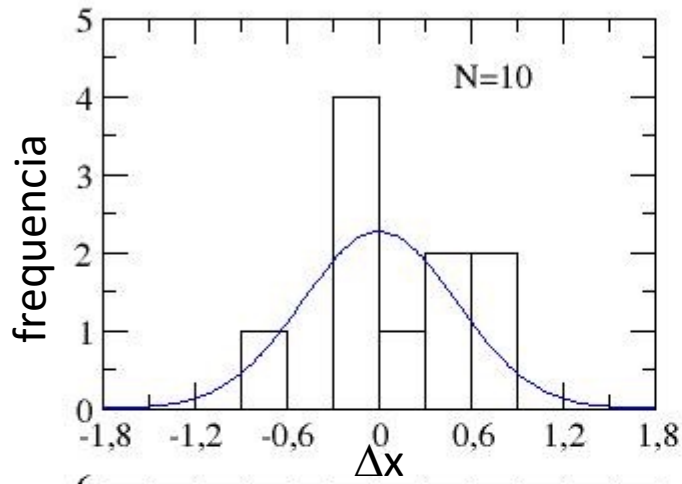
intervalo	no. de eventos
$0 < t < 2$	1
$2 < t < 4$	3
$4 < t < 6$	5
$6 < t < 8$	1

# histograma

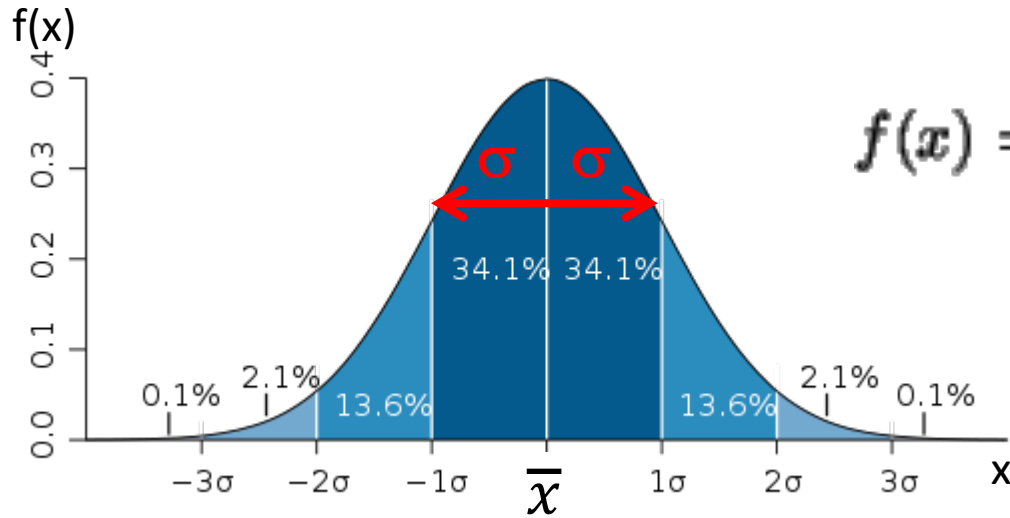


intervalo	frequencia
0 < t < 2 s	1
2 < t < 4 s	3
4 < t < 6 s	5
6 < t < 8 s	1

Histogramas para diferentes números de medidas: gerador de números entre [-2,2].



Quando o número de medidas tende infinito ( $N \rightarrow \infty$ ) a distribuição tende a distribuição normal (gaussiana).



$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi\sigma^2)}} \exp \left\{ -\frac{(x - \bar{x})^2}{2\sigma^2} \right\}.$$

$$\text{média: } \bar{x} = \frac{\sum_1^N x_i}{N}$$

$$\text{desvio padrão: } \sigma = \sqrt{\frac{\sum (\bar{x} - x_i)^2}{N - 1}}$$

$$\text{erro da média: } \sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

Note que o erro da média  
pode ser bem menor do que  
o desvio padrão !

$$\text{medida final} = \bar{x} \pm \sigma_m$$

Mas isso não é tudo pois pode haver um erro sistemático:

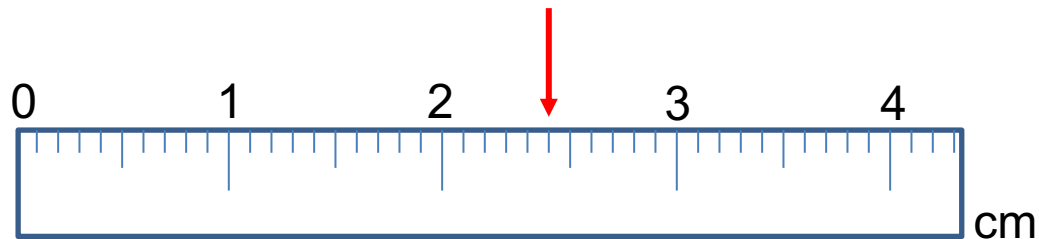
$$\text{Erro final} = \sqrt{\sigma_m^2 + (\text{erro sistemático})^2}$$

O erro sistemático pode vir da calibração de um aparelho.

Em geral pode ser eliminado realizando medidas com diferentes aparelhos.

Ex:

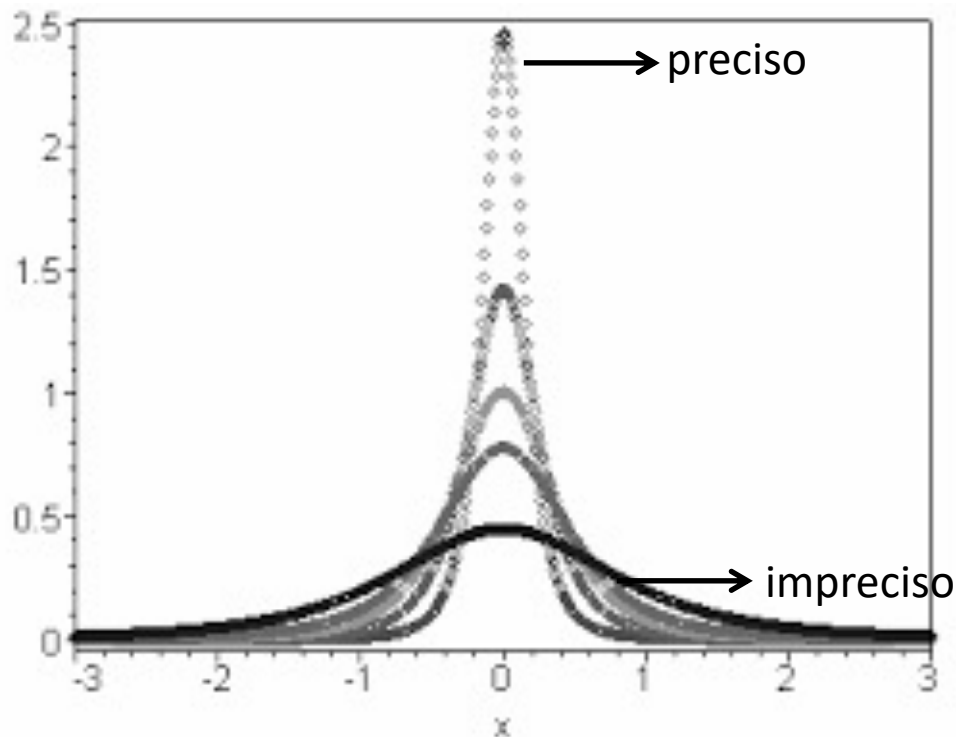
1- régua: se vc usa sempre a mesma régua para fazer medidas, essa régua pode ter um erro



Solução: fazer a medida com várias régua diferentes.

## Precisão x acurácia (exatidão).

Um experimento pode ser muito preciso ( $\sigma$  pequeno) por ter sido feito com instrumentos precisos e utilizando alta tecnologia, mas não ser acurado.

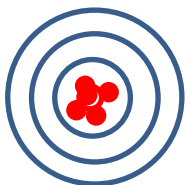


Carga do elétron

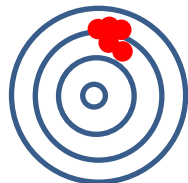
$$-1,60217653(14) \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$-1,61217653(14) \times 10^{-19} \text{ C erro sistemático}$$

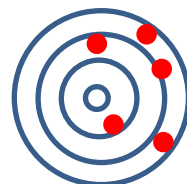
# Tiro ao alvo



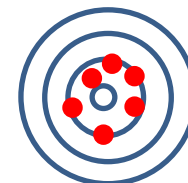
preciso e acurado



preciso e inacurado



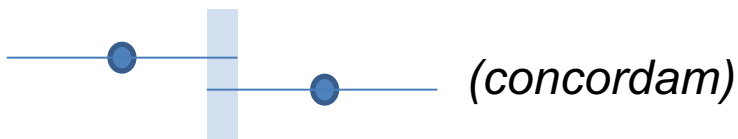
impreciso e inacurado



acurado e impreciso

## Como comparar 2 medidas?

Ex:  $236 \pm 5 \text{ Volts}$  e  $232 \pm 5 \text{ Volts}$ .  $\rightarrow$  os resultados concordam



$236 \pm 1 \text{ Volts}$  e  $232 \pm 1 \text{ Volts}$ .  $\rightarrow$  os resultados Não concordam





# Propagação de erros

medidas indiretas: são medidas derivadas de medidas de outras grandezas.

exemplos:

-mede-se a altura de queda para obter o tempo:  $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

-mede-se a base (b) e a altura (h) para obter a área:  $A=b.h$

-mede-se a massa (m) e o comprimento (L) para obter a densidade linear:  $\mu = \frac{m}{L}$

DADOS OS ERROS DAS MEDIDAS h, b, m, L, QUAL SERÁ O ERRO DO RESULTADO?

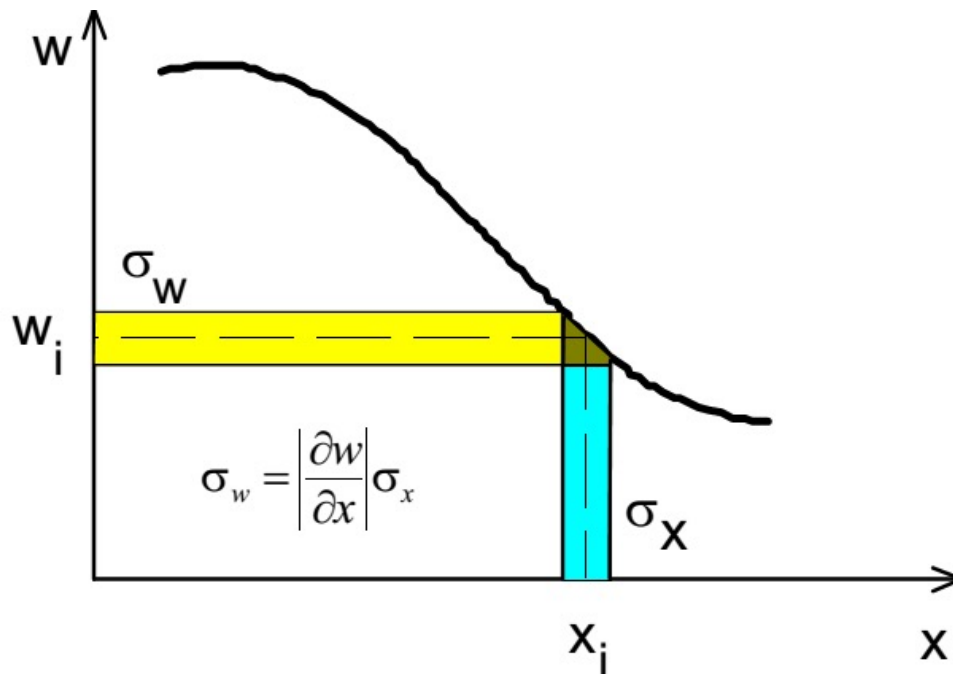
# Propagação de incertezas

Dada uma função:  $w = f(x, y, z, \dots)$

$\sigma \rightarrow$  erros

Formula geral de propagação de erros:

$$\sigma_w^2 = \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \sigma_x^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \sigma_y^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \sigma_z^2 + \dots$$



**Quadro 2.1. RESUMO DE FÓRMULAS PARA PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS**

<b>w = w (x, y, ...)</b>	<b>Expressões para <math>\sigma_w</math></b>
<b>w = x ± y</b> soma e subtração	$\sigma_w^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2$
<b>w = axy</b> multiplicação	$\left(\frac{\sigma_w}{w}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2$
<b>w = a (y / x)</b> divisão	$\left(\frac{\sigma_w}{w}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2$
<b>w = x<sup>m</sup></b> potência simples	$\left \frac{\sigma_w}{w}\right  = \left m \frac{\sigma_x}{x}\right $
<b>w = ax</b> multiplicação por constante	$\left \frac{\sigma_w}{w}\right  = \left \frac{\sigma_x}{x}\right  \quad \text{ou} \quad \sigma_w =  a  \sigma_x$