

# 4323201 - Física Experimental A

*IFUSP 2023*

**Prof. Alain André Quivy**

Instituto de Física  
Edifício Principal - Ala II, sala 109  
(no final do corredor, na frente do bandeirão)

Fone: 3091-7147

e-mail: [aquivy@if.usp.br](mailto:aquivy@if.usp.br)

# Disciplina obrigatória oferecida pelo IFUSP aos estudantes do terceiro semestre da Escola Politécnica:

Só farão 5 dos 6 experimentos: 2<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup>, 5<sup>a</sup>, 6<sup>a</sup>: exp 0 - 4  
3<sup>a</sup>: exp 0 - 5

- EXP0** - Reflexo motor. Introdução às medidas em Física, incerteza experimental, Algarismos significativos, propagação de incertezas.
- EXP1** - Queda Livre. MRUV, faiscador, determinação de g.
- EXP2** - Colisão 2D. Conservação da energia e do momento linear.
- EXP3** - Viscosidade. Viscosímetro de Stokes, velocidade limite, paquímetro, micrômetro.
- EXP4** - Cordas vibrantes. Ondas estacionárias, ressonância, determinação empírica da lei de ondas estacionárias.
- EXP5** - Lei de Resfriamento de Newton. Calor, temperatura, transição de fase (só 3<sup>a</sup>).
- REP** - Reposição da aula perdida, (**Semana de reposição 19/06-30/06/2023**)
- EXE** – 4 listas de exercícios obrigatórios sobre Algarismos significativos, incertezas e propagação de incertezas. **No Moodle durante o semestre, acesso até 23/04/2022, sem limite de tentativas, 10 % da nota final.** Ler o **Guia para expressão de incertezas** antes de fazer os exercícios.

# Objetivos

Rever os **conteúdos de Física 1 e 2** através de experimentação participativa realizada num ambiente de trabalho ativo “*hands on*” (mão na massa).

Aplicar **metodologias do trabalho experimental** que contribuam para a compreensão dos resultados obtidos (teste de hipóteses, **métodos estatísticos, análise de incertezas, tratamento de dados**, gráficos, instrumentação, etc.);

Espera-se que ao final o aluno seja capaz de **planejar e executar um experimento**, gerando uma medida ou o resultado desejado num ambiente de trabalho cooperativo e organizado.

# Horários e equipe para Física Experimental A

**Local:** Laboratório Didático do Instituto de Física da USP, Edifício Principal, Ala Central, subsolo, de segunda a sexta-feira das 13:10 às 16:40.

**Organização:** 5 experiências no IF + 4 listas de exercícios pela internet + 1 reposição. EXP0 para todas as turmas no mesmo tempo. A partir da experiência seguinte, num determinado dia, **cada turma terá um experimento diferente.** **Veja bem qual é a sua turma, sala e experiência no dia certo.**

**Site:** <https://edisciplinas.usp.br/course/view.php?id=107068>

**Horário:** 13:10 – 16:40

**Tolerância 10 minutos**

Não será permitida a entrada de aluno fora do horário ou fora da sua turma (Nota = 0 ou reposição no final do semestre).

# Procedimentos

- **A leitura prévia, em casa**, do Guia de Estudo de cada experimento é altamente recomendada para um melhor aproveitamento das aulas;
- **Apresentação oral** do experimento pelo professor. Discussão de dúvidas e primeiro contato com o arranjo experimental;
- Execução: O Guia de Trabalho **distribuído em classe**, deve ser preenchido e entregue no final da aula. **Pessoas dormindo ou usando redes sociais terão pontos a menos no relatório.**
- Os relatórios serão corrigidos rapidamente e entregues na aula seguinte. **As notas serão lançadas quinzenalmente no Stoa** e, no final do semestre, no Júpiter.

# Computadores, tablets, celulares e calculadoras

O uso de dispositivos eletrônicos para execução de cálculos e relatórios é recomendado e incentivado.

Instale seus programas preferidos para edição e cálculo. Provavelmente eles também serão usados em suas atividades profissionais. O quanto antes aprender a usá-los, melhor.

O laboratório é uma atividade que exige concentração: **desligue-se de suas redes sociais** por um tempo para acompanhar as aulas com atenção (PERDA DE NOTA!!).

Colas e plágios serão punidos com nota ZERO + encaminhamento do caso ao Coordenador da disciplina.

**Excel, Origin,**  
**Descriptive Statistics Tools, Octave**  
**Reflex test, Human benchmark (Android)**

Muitas calculadoras científicas têm funções estatísticas embutidas. Verifique o manual da sua calculadora

PC: <https://faculty.washington.edu/chudler/java/redgreen.html>

# Horários e Turmas

(sujeito a alteração. [Consulte semanalmente!!](#))

<https://edisciplinas.usp.br/course/view.php?id=107068>

## 4323201 Física Experimental A

Experiência		Professor responsável	
E0	Introd. incerteza / Refl. motor	Leandro (Coord)	<a href="mailto:lguasques@if.usp.br">lguasques@if.usp.br</a>
E1	Queda livre	Alain	<a href="mailto:aquivy@if.usp.br">aquivy@if.usp.br</a>
E2	Colisão 2D	Valdir Osvaldo	<a href="mailto:scarduelli@if.usp.br">scarduelli@if.usp.br</a> <a href="mailto:osvaldo.santos@usp.br">osvaldo.santos@usp.br</a>
E3	Viscosidade	Jorge Leandro	<a href="mailto:delyra@if.usp.br">delyra@if.usp.br</a> <a href="mailto:lguasques@if.usp.br">lguasques@if.usp.br</a>
E4	Cordas vibrantes	Antônio	<a href="mailto:adsantos@if.usp.br">adsantos@if.usp.br</a>
E5	Lei de resfriamento	Paula	<a href="mailto:pacrisguian@usp.br">pacrisguian@usp.br</a>



08/05/2023	12/05/2020	1025	22,2	E1	William	Não tem aula					51,3	E1	Jéssica	62,2	E1	Alain	
		1023	22,3	E2	Daniel						51,4	E2	Leandro	62,3	E2	Oswaldo	
		1019	22,4	E3	Nathalia						51,1	E3	André	62,4	E3	Cauê	
		1026	22,1	E4	Paula						51,2	E4	Toninho	62,1	E4	Raissa	
		1017															
15/05/2023	19/05/2020	1025	Semana P1										61,3	E1	Jorge		
		1023											61,4	E2	Oswaldo		
		1019											61,1	E3	Cauê		
		1026											61,2	E4	Raissa		
		1017															
22/05/2023	26/05/2020	1025	21,3	E1	William	31,3	E1	Jorge	41,3	E1	Alain	52,3	E1	Jéssica	62,3	E1	Alain
		1023	21,4	E2	Daniel	31,4	E2	Valdir	41,4	E2	Leandro	52,4	E2	Leandro	62,4	E2	Oswaldo
		1019	21,1	E3	Nathalia	31,5	E3	Luan	41,1	E3	Marcio	52,1	E3	André	62,1	E3	Cauê
		1026	21,2	E4	Paula	31,1	E4	Toninho	41,2	E4	Silvio	52,2	E4	Toninho	62,2	E4	Raissa
		1017				31,2	E5	Keiser									
29/05/2023	02/06/2020	1025	22,3	E1	William	32,3	E1	Jorge	42,3	E1	Alain	51,4	E1	Jéssica	61,4	E1	Jorge
		1023	22,4	E2	Daniel	32,4	E2	Valdir	42,4	E2	Leandro	51,1	E2	Leandro	61,1	E2	Oswaldo
		1019	22,1	E3	Nathalia	32,5	E3	Luan	42,1	E3	Marcio	51,2	E3	André	61,2	E3	Cauê
		1026	22,2	E4	Paula	32,1	E4	Paula	42,2	E4	Silvio	51,3	E4	Toninho	61,3	E4	26
		1017				32,2	E5	Keiser									
05/06/2023	09/06/2020	1025	21,4	E1	William	31,4	E1	Jorge	41,4	E1	Alain	Corpus Christi					
		1023	21,1	E2	Daniel	31,5	E2	Valdir	41,1	E2	Leandro						
		1019	21,2	E3	Nathalia	31,1	E3	Luan	41,2	E3	Marcio						
		1026	21,3	E4	Paula	31,2	E4	Toninho	41,3	E4	Silvio						
		1017				31,3	E5	Keiser									
12/06/2023	16/06/2020	1025	22,4	E1	William	32,4	E1	Jorge	42,4	E1	Alain	52,4	E1	Jéssica	62,4	E1	Alain
		1023	22,1	E2	Daniel	32,5	E2	Valdir	42,1	E2	Leandro	52,1	E2	Leandro	62,1	E2	Oswaldo
		1019	22,2	E3	Nathalia	32,1	E3	Luan	42,2	E3	Marcio	52,2	E3	André	62,2	E3	Cauê
		1026	22,3	E4	Paula	32,2	E4	Paula	42,3	E4	Silvio	52,3	E4	Toninho	62,3	E4	Raissa
		1017				32,3	E5	Keiser									
19/06/2023	23/06/2020	1025	Rep 1	E1	William	Rep 2	E1	Jorge	Rep 3	E1	Alain	Rep 4	E1	Jéssica	Rep 5	E1	Jorge
		1023		E2	Daniel		E2	Valdir		E2	Leandro		E2	Leandro		E2	Oswaldo
		1019		E3	Nathalia		E3	Luan		E3	Marcio		E3	André		E3	Cauê
		1026		E4	Paula		E4	Toninho		E4	Silvio		E4	Toninho		E4	Raissa
		1017					E5	Keiser									
26/06/2023	30/06/2020	1025	Rep 6	E1	William	Rep 7	E1	Jorge	Rep 8	E1	Alain	Rep 9	E1	Jéssica	Rep 10	E1	Alain
		1023		E2	Daniel		E2	Valdir		E2	Leandro		E2	Leandro		E2	Oswaldo
		1019		E3	Nathalia		E3	Luan		E3	Marcio		E3	André		E3	Cauê
		1026		E4	Paula		E4	Paula		E4	Silvio		E4	Toninho		E4	Raissa
		1017					E5	Keiser									

# Notas e aprovação na disciplina

$$\text{Média dos relatórios} = M_R = \frac{\sum_{i=1}^{i=5} N_{\text{relatório}_i}}{5}$$

$$\text{Média dos exercícios} = M_E = \frac{\sum_{i=1}^{i=j} N_{\text{exercício}_i}}{j} \quad j=4$$

$$\text{Média final} = M_F = 0.9 M_R + 0.1 M_E$$

- **O aluno será aprovado se tiver simultaneamente**

$$M_F \geq 5.0 \text{ e frequência nos laboratórios} \geq 70\%$$

- Só será permitida uma única reposição, no final do semestre (19-30/06/2023), após reserva on-line da vaga (100 vagas) no Moodle
- Um aluno com mais de uma falta será automaticamente reprovado ( $f < 70\%$ )
- Não haverá recuperação!!!!

A Física é basicamente uma ciência experimental

→ Precisa-se fazer medidas

Mas toda medida possui algum tipo de erro

→ Precisa-se estimar os erros e apresentar o resultado da medida da forma

$$X \pm \sigma_c$$

Para isso, precisa-se saber

o que	}	medir
como		
com que		

- Escolher o **instrumento adequado** (trena, régua, paquímetro, micrômetro)
- Saber **usa-lo corretamente** (manual, manuseio, calibração)
- **Estimar o erro cometido** durante a medida, que **pode vir**
  - do **objeto/grandezza** a ser medido (forma irregular)
  - do **instrumento** de medida (calibração, erro intrínseco (manual))
  - do **operador** (condições difíceis, tempo de reação (cronômetro))
  - de **fatores externos** (variação de temperatura, vento, movimento)

→ Qual vai ser o erro total ???

- Apresentar o resultado e o erro final com o número correto de **algarismos** e a **unidade** certa.

Exemplo:  $58.47 \pm 0.05$  mm

# Medida, erro e incerteza

**Valor verdadeiro:** Valor exato da grandeza (que ninguém conhece)

**Valor medido:** Aquele que a gente acaba obtendo pelo processo de medida

**Erro:** diferença entre o valor verdadeiro e o valor medido (ou médio)

(resulta de vários fatores: processo de medida, instrumento, operador)

→ o erro nunca é conhecido!!!!

Tudo que podemos fazer é estimar o erro  
Neste caso, ele se chama incerteza ou desvio

Todo mundo chama **erroneamente** a incerteza de erro (abuso de linguagem)

## Tipos de erro

**Grosseiro:** Aquela que não pode/deve acontecer. Descartar a medida ou refazê-la

**Aleatório:** As condições de medida não são exatamente reprodutíveis (tipo A) (operador, objeto, fatores ambientais). Este erro pode ser minimizado tomando um grande número de medidas. Por isto é também chamado de **erro estatístico**.

**Sistemático:** Aquela que ocorre em todas as medidas, sempre na mesma (tipo B) direção e com o mesmo valor. Em geral, tem que ser corrigido.

- Aparelho mal calibrado (ou zerado), mau uso do equipamento
- Tempo de reação humana, coice no aperto no gatilho

**Instrumental:** Devido à precisão intrínseca do instrumento (ver manual,  $\frac{1}{2}$  da menor divisão para uma régua)

## Erro aleatório (estatístico, tipo A)

A mesma grandeza é medida  $n$  vezes e produz  $n$  resultados  $x_i$  ( $i=1, \dots, n$ )

Valor médio: 
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Desvio padrão das medidas: 
$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}$$

Desvio padrão do valor médio:  
(incerteza estatística) 
$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$\sigma_{\bar{x}}$  determina um intervalo de confiança  $[\bar{x} - \sigma_{\bar{x}}, \bar{x} + \sigma_{\bar{x}}]$  dentro do qual o valor verdadeiro de  $x$  tem 68% de probabilidade de ser encontrado. Se usar um intervalo com  $2\sigma$  ou  $3\sigma$ , a probabilidade sobe para 95 ou 99%.

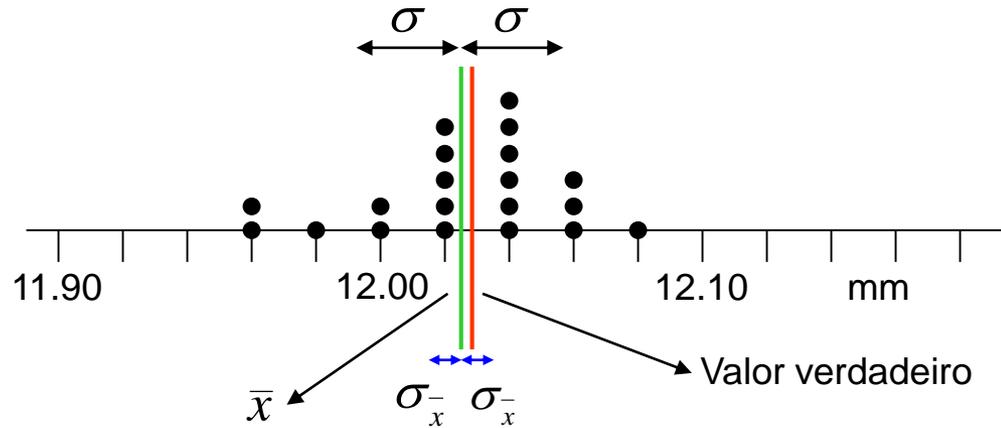
# Interpretação física de $\sigma$ e $\sigma_x$

20 medidas do tamanho de um mesmo grão de feijão com um paquímetro

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = 12.025 \text{ mm}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2} = 0.0324 \text{ mm}$$

$$\sigma_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0.00724 \text{ mm}$$



$\sigma$  dá uma informação a respeito do espalhamento dos dados em torno do valor médio (medidas parecidas ou não). 68% dos dados estão contidos no intervalo  $[x - \sigma_x, x + \sigma_x]$ . **Nunca** tende para zero quando  $N \rightarrow \infty$

$\sigma_x$  indica que o valor verdadeiro está no intervalo  $\bar{x} \pm \sigma_x$

(com 68% de probabilidade!!)

O ideal seria tomar uma infinidade de medidas para ter  $\sigma_x \rightarrow 0$ , e então o valor verdadeiro seria igual ao valor médio  $\bar{x}$ . Mas isto não é possível!!!!

E se existir mais de um tipo de erro??

(erro estatístico, sistemático, instrumental)

Qual vai ser a incerteza total da medida???

## E se existir mais de um tipo de erro??

(erro estatístico, sistemático, instrumental)

A incerteza total da medida chama-se **INCERTEZA COMBINADA**

$$\sigma_c = \sqrt{\sigma_{estat.}^2 + \sigma_{sist.}^2 + \sigma_{instrum.}^2} = \sqrt{\sum_i \sigma_i^2} \text{ onde } i = \text{estat., sist., instrum.}$$

Numa medida, existe sempre, pelo menos, o erro instrumental.

→ Jamais uma medida pode ser apresentada sem incerteza!!!

No exemplo anterior da medida do grão de feijão com o paquímetro ( $\sigma_{paq}=0.02$  mm), vamos supor que não houve erro sistemático:

$$\rightarrow \sigma_c = \sqrt{\sigma_{estat.}^2 + \sigma_{instr.}^2} = \sqrt{(0.00724)^2 + (0.02)^2} \text{ mm} = 0.0212 \text{ mm}$$

Neste caso, não adianta medir muitas vezes. É o instrumento que limita a incerteza final. Tem que usar um instrumento mais preciso (micrômetro)!!!!!!

# Como apresentar o resultado final corretamente????

$$\bar{x} \pm \sigma_c$$

- Expressar  $\bar{x}$  e  $\sigma_c$  na mesma unidade e na mesma potência de 10
- Escrever  $\sigma_c$  com um algarismo significativo (se  $\sigma_c$  começar com 4,5,6,7,8,9).  
dois algarismos significativos (se  $\sigma_c$  começar com 1,2,3).
- “0” na frente nunca é significativo (0.00352060 m = 3.52060 mm)
- Escrever  $\bar{x}$  com o mesmo número de casas decimais que  $\sigma_c$
- Arredondar quando precisar
- $\sigma_c$  é sempre  $>0$

**QUEM MANDA É A INCERTEZA!!!**

## O que é um algarismo significativo?

É qualquer algarismo exato de uma medida ou o primeiro algarismo duvidoso

Um algarismo exato é aquele que “não varia” durante a medida.

Um algarismo duvidoso é aquele que “varia” durante a medida.

## Tensão medida com um voltímetro

1.3588 V

1.3548 V

1.3567 V

1.3522 V

1.3571 V

Os algarismos 1, 3 e 5 são **exatos**

Os algarismos 6 e 7 são **duvidosos**

Os algarismos 1, 3, 5 e 6 **são significativos**

$$\bar{V} = \frac{\sum_{i=1}^n V_i}{n} = 1.35592 \text{ V}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{V} - V_i)^2} = 0.0025193 \text{ V}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0.001127 \text{ V}$$

$$\sigma_{\text{ap}} = 0.0007 \text{ V (ver manual)}$$

$$\sigma_c = \sqrt{(0.001127)^2 + (0.0007)^2} = 0.001327 \text{ V}$$

Qual é o valor médio  
das medidas  
corretamente escrito?

$$(1.3559 \pm 0.0013) \text{ V}$$

2 algarismos  
significativos na  
incerteza porque  
começa com 1.

Escrever da maneira correta os resultados seguintes

$(1954.64 \pm 1.0934) \text{ s}$

$(1.24868 \pm 0.04857) \text{ m}$

$834.3456 \text{ mm} \pm 2.34 \text{ cm}$

$(0.0009575 \pm 0.0579) \text{ m}$

$(873556.34 \pm 845.29) \text{ km}$

## Escrever da maneira correta os resultados seguintes

$(1954.64 \pm 1.0934) \text{ s}$

$(1954.6 \pm 1.1) \text{ s}$

$(1.24868 \pm 0.04857) \text{ m}$

$(1.25 \pm 0.05) \text{ m}$

$834.3456 \text{ mm} \pm 2.34 \text{ cm}$

$(83.4 \pm 2.3) \text{ cm}$

$(0.0009575 \pm 0.0579) \text{ m}$

$(0.00 \pm 0.06) \text{ m}$

$(873556.34 \pm 845.29) \text{ km}$

$(8736 \pm 8) 10^2 \text{ km}$

## Informações adicionais

- Numa medida, sempre existe pelo menos o erro do instrumento
- O erro do instrumento depende do tipo de instrumento
  - Régua, trena, micrômetro  $\rightarrow \frac{1}{2}$  da menor divisão
  - Aparelho analógico  $\rightarrow$  manual (% do fundo da escala ou da leitura)
  - Aparelho digital  $\rightarrow$  manual (% da leitura + alguns dígitos)
- Quando um tipo de erro é muito maior que os outros, ele domina os cálculos  
 $\rightarrow$  Podemos desprezar os outros (ter certeza!!!)
- Sempre usar vários algarismos a mais nas contas intermediárias
- Só apresentar o número correto de algarismos na hora de escrever  $\bar{x} \pm \sigma_c$
- Não fazer as contas na mão (usar calculadora, aplicativo, planilha)!!!
- Cuidado, pois a calculadora só dá  $\sigma$  e não  $\sigma_m$
- Sempre apagar todos os dados anteriores antes de introduzir os novos
- Cuidado pois a calculadora fornece  $\sigma$  com o fator  $1/n$  e  $1/(n-1)$  (usar  $1/(n-1)$ )
- Para os dados 1, 2 e 3,  $\sigma$  deve valer 1 e não  $0.81649$  ( $(2/3)^{1/2}$ )

# Como achar a incerteza de uma grandeza se ela não foi medida?

→ Usar as fórmulas de propagação de incertezas

\*\*\*\*\* Casos simples de propagação de incertezas \*\*\*\*\*

Se  $y$  depende das variáveis independentes  $x, z$ , ( $a, p$  e  $q$  são constantes)

$$y = x \pm z \quad \rightarrow \quad \sigma_{yc}^2 = \sigma_{xc}^2 + \sigma_{zc}^2$$

$$y = ax^p z^q \quad \rightarrow \quad \left( \frac{\sigma_{yc}}{y} \right)^2 = \left( \frac{p \sigma_{xc}}{x} \right)^2 + \left( \frac{q \sigma_{zc}}{z} \right)^2$$

$$y = ax \quad \rightarrow \quad \sigma_{yc} = |a| \sigma_{xc}$$

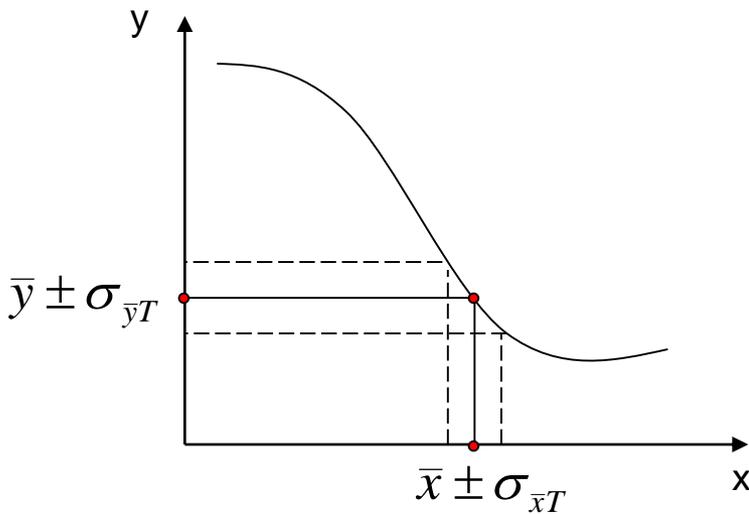
→ Apresentar o resultado  $y \pm \sigma_{yc}$  da maneira correta com as regras citadas

(c indica que se trata das incertezas combinadas)

# Se a função $y$ não é uma das 4 operações fundamentais

→ Usar a fórmula geral de propagação de incertezas

Vamos supor que uma grandeza  $y$  seja uma função  $f(x)$  de uma outra grandeza  $x$  que medimos e cujo desvio combinado  $\sigma_{xc}$  foi calculado. Quanto vale  $\sigma_{yc}$ ?



•  $\sigma_{yc}$  corresponde a  $\sigma_{xc}$  mas multiplicado pela inclinação local da curva, que é dada pelo coeficiente angular da reta tangente à função  $f$  no ponto  $x$

$$\sigma_{yc} = |f'(x)|\sigma_{xc} = \left| \frac{d}{dx} f \right| \sigma_{xc} = \left| \frac{d}{dx} y \right| \sigma_{xc}$$

• Se  $y$  depende de  $n$  variáveis  $x_1, x_2, \dots, x_n$  independentes,

$$\sigma_{yc}^2 = \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x_1} y \right) \sigma_{x_1c} \right]^2 + \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x_2} y \right) \sigma_{x_2c} \right]^2 + \dots + \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x_n} y \right) \sigma_{x_nc} \right]^2 \rightarrow$$

$$\sigma_{yc} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x_i} y \right) \sigma_{x_ic} \right]^2}$$

Vamos supor que  $y = \frac{3x^2}{z}$  e que  $x$ ,  $z$ ,  $\sigma_{xc}$  e  $\sigma_{zc}$  tenham sido medidos e calculados e valam respectivamente 10, 100, 1 e 5. Qual é a incerteza de  $y$ ?

Maneira mais simples:

$$y = ax^p z^q \rightarrow \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2 = \left(\frac{p\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{q\sigma_z}{z}\right)^2 \rightarrow \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2 = \left(\frac{2\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{(-1)\sigma_z}{z}\right)^2$$

$$\rightarrow \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2 = \left(\frac{2 \times 1}{10}\right)^2 + \left(\frac{(-1) \times 5}{100}\right)^2 = 0,0425 \rightarrow \sigma_y = y \sqrt{0,0425} = 3 \times 0,2061 = 0,6185$$

$$y(10,100) = \frac{3 \times 10^2}{100} = 3$$

$$\rightarrow y = 3,0 \pm 0,6$$

Vamos supor que  $y = \frac{3x^2}{z}$  e que  $x$ ,  $z$ ,  $\sigma_{xc}$  e  $\sigma_{zc}$  tenham sido medidos e calculados e valam respectivamente 10, 100, 1 e 5. Qual é a incerteza de  $y$ ?

Usando a fórmula geral da propagação de incertezas (mais “trabalhosa”):

$$\sigma_{yc}^2 = \sum_{i=1}^n \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x_i} y \right) \sigma_{x_i c} \right]^2 = \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x} y \right) \sigma_{xc} \right]^2 + \left[ \left( \frac{\partial}{\partial z} y \right) \sigma_{zc} \right]^2$$

$$= \left[ \left( \frac{6x}{z} \right) \sigma_{xc} \right]^2 + \left[ \left( (-1) \frac{3x^2}{z^2} \right) \sigma_{zc} \right]^2 = \left[ \left( \frac{6 \times 10}{100} \right) \times 1 \right]^2 + \left[ \left( -\frac{3 \times 10^2}{100^2} \right) \times 5 \right]^2 = 0,3825$$

$$\rightarrow \sigma_{yT} = \sqrt{0,3825} = 0,6185$$

$$y(10,100) = \frac{3 \times 10^2}{100} = 3$$

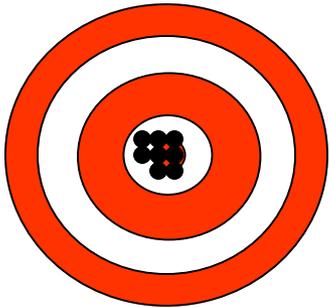
$$\rightarrow y = 3,0 \pm 0,6$$

# Diferença entre precisão e exatidão (acurácia) de uma medida

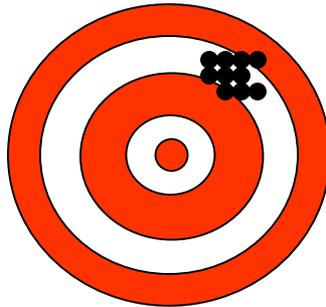
A precisão está ligada ao valor do desvio padrão: quando ele é pequeno (medidas parecidas), há precisão.

A exatidão (acurácia) está ligada à presença ou não de erros sistemáticos: quando existem erros sistemáticos, não há exatidão.

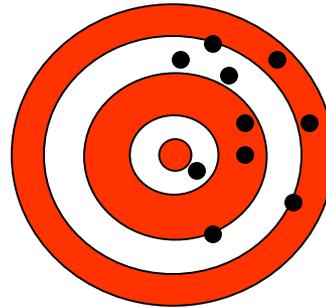
## Tiro ao alvo



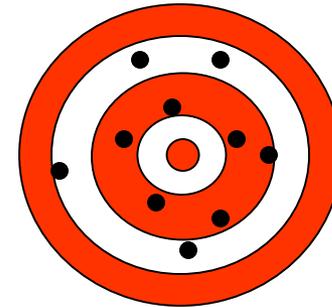
Com precisão  
e exatidão



Com precisão  
mas sem exatidão



Sem precisão  
nem exatidão



Sem precisão  
mas com exatidão

## Quando dois resultados podem ser considerados iguais??

Quando cada resultado, considerado com a sua margem de erro (intervalo de confiança), possui algum valor em comum com o outro.

O valor experimental  $8.5 \pm 0.6$  é igual ao valor teórico 8.8945?

Os dois valores experimentais  $23.456 \pm 0.018$  e  $22 \pm 1$  são iguais?

Os dois valores experimentais  $1.95 \pm 0.05$  e  $2.5 \pm 0.5$  são iguais?

## Quando dois resultados podem ser considerados iguais??

Quando cada resultado, considerado com a sua margem de erro (incerteza), possui algum valor em comum com o outro.

O valor experimental  $8.5 \pm 0.6$  é igual ao valor teórico 8.8945?

Sim, pois o valor teórico 8.8945 está incluído no intervalo dos valores experimentais que vão de 7.9 a 9.1

Os dois valores experimentais  $23.46 \pm 0.02$  e  $22 \pm 1$  são iguais?

Não, pois os dois intervalos experimentais 23.44 a 23.48 e 21 a 23 não possuem valores em comum

Os dois valores experimentais  $1.95 \pm 0.05$  e  $2.5 \pm 0.5$  são iguais?

Sim, pois o valor 2.0 é comum aos dois intervalos experimentais

## Como comparar a “precisão” de duas medidas ??

Que resultado é mais preciso  $(1233 \pm 9)$  km ou  
 $(0.239 \pm 0.008)$  mm ?? **E se for  $(0.239 \pm 0.008)$  kg??**

## Como comparar a “precisão” de duas medidas ??

Que resultado é mais preciso  $(1233 \pm 9)$  km ou  $(0.239 \pm 0.008)$  mm ?? **E se for  $(0.239 \pm 0.008)$  kg??**

É necessário usar o conceito de incerteza relativa  $\sigma_r$

$$\sigma_r = \frac{\sigma_{\text{grandeza}}}{\text{grandeza}}$$

$$\text{Primeiro resultado: } \sigma_r = \frac{9}{1233} = 7.299 \times 10^{-3} \approx 0.7 \%$$

$$\text{Segundo resultado: } \sigma_r = \frac{0.008}{0.239} = 3.347 \times 10^{-2} \approx 3.4 \%$$

→ Apesar da incerteza absoluta da primeira medida ser “muito maior” que a da segunda, a primeira medida é relativamente mais precisa.

(supondo que elas tivessem a mesma unidade, para serem comparáveis)

# Exp0 – Reflexo motor para estímulo visual

Aplicação: Estimativa do tempo de reação no acionamento de um cronômetro (reação do operador >> incerteza do cronômetro).

Medir o tempo de reflexo com um computador (mudança de cor na tela → apertar uma tecla → tempo de reação em ms). Calcular  $\bar{t}, \sigma, \sigma_{\bar{t}}, \sigma_{\bar{t}c}$

Medir o reflexo com uma régua e a equação do MRUV  $z = z_0 + v_{z0}t + \frac{1}{2}gt^2$

Calcular  $\bar{z}, \sigma, \sigma_{\bar{z}}, \sigma_{\bar{z}c}$  da régua

Calcular  $\bar{t}$  (usando o MRUV) e  $\sigma_{\bar{t}c}$  (propagação de incerteza) da régua

Comparar os 2 métodos e responder às perguntas

- Ir no site <https://faculty.washington.edu/chudler/java/redgreen.html>
- Treinar os 2 métodos antes de medir para valer e descobrir alguns truques
- Soltar a régua suavemente e deixar os dedos bem afastados. Cuidado com o zero (posição inicial dos dedos) e a leitura da medida.
- Pode usar Excel, calculadora científica, **Descriptive Statistics Tools** (Android) ou **Octave** (celular ou PC)

- Ler as instruções do guia de trabalho!!!
- Fazer as medidas com o cronômetro do PC no site <https://faculty.washington.edu/chudler/java/redgreen.html>
- Fazer as medidas com a régua
- Calcular média, desvio padrão, desvio da média e incerteza combinada das 2 tabelas. Usar Excel, calculadora científica ou aplicativos. **Não fazer à mão!!**
- Converter a distância média e a incerteza combinada da régua num tempo e sua incerteza para comparar os dados com os resultados do PC.
- Discutir os resultados e responder às perguntas

Incerteza da medida de tempo com o PC:

Incerteza da medida de distância com a régua:

0,001 s (??)

0,05 cm

Média das medidas :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

**Excel**

**Descriptive Statistics Tools**

**Octave**

Desvio padrão das medidas :

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}$$

Desvio padrão da média :

$$\sigma_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Incerteza combinada :

$$\sigma_c = \sqrt{\sigma_{estat.}^2 + \sigma_{sist.}^2 + \sigma_{instrum.}^2}$$

0

# Como converter a distância média $\bar{z}$ da régua num tempo médio $\bar{t}$ ?

Régua em queda livre

$$z = z_0 + v_{z0}t + \frac{1}{2}gt^2 \quad z_0=0; v_{z0}=0 \quad \rightarrow \quad z = \frac{1}{2}gt^2 \quad \rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2z}{g}}$$

$$\bar{t} = \sqrt{\frac{2\bar{z}}{g}}$$

$g$  e  $\bar{z}$  nas unidades corretas !!!!!

## Como encontrar a incerteza desse tempo médio $\bar{t}$ ?

$$\bar{t} = \sqrt{\frac{2\bar{z}}{g}} = \sqrt{2} \bar{z}^{-1/2} g^{-1/2} \quad \text{onde} \quad g = 9,7864 \pm 0,0001 \text{ m/s}^2$$

$$\frac{\sigma_g}{g} \ll \frac{\sigma_{\bar{z}}}{\bar{z}}$$

$$y = ax^p z^q \rightarrow \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2 = \left(\frac{p\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{q\sigma_z}{z}\right)^2 \rightarrow \left(\frac{\sigma_{\bar{t}}}{\bar{t}}\right)^2 = \left(\frac{1}{2} \frac{\sigma_{\bar{z}}}{\bar{z}}\right)^2 + \left(\frac{-1}{2} \frac{\sigma_g}{g}\right)^2 \approx 0$$

$$\rightarrow \sigma_{\bar{t}} = \frac{1}{2} \bar{t} \frac{\sigma_{\bar{z}}}{\bar{z}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2\bar{z}}{g}} \frac{\sigma_{\bar{z}}}{\bar{z}} = \sqrt{\frac{\sigma_{\bar{z}}^2}{2g\bar{z}}}$$

$g$  e  $\bar{z}$  nas unidades corretas !!!!!

**FIM**

# Como fazer os cálculos quando nenhum desvio é mencionado?

Supõe-se que todos os algarismos são significativos e que o último deles é o primeiro duvidoso (convenção).

- Para uma multiplicação ou divisão, a resposta deve ser apresentada com o mesmo número de algarismos que o fator que possui o menor número de algarismos.
- Para uma adição ou subtração, a resposta deve ser apresentada com algarismos até a posição correspondendo ao último algarismo da parcela que possui a menor precisão absoluta (que possui o seu último algarismo mais à esquerda em relação à vírgula).
- Fatores puramente multiplicativos devem ser considerados como possuindo um número infinito de algarismos significativos.

$$F = ma = 33,45\text{kg} \times 0,028 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0,9366\text{N} = 0,94\text{N}$$

$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 = 0,24\text{m} - 12,3456\text{m} + 15,299\text{m} = 3,1934\text{m} = 3,19\text{m}$$

$$\text{vol} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \times 3,141592 \times (2,50\text{m})^3 = 65,44983\text{m}^3 = 65,4\text{m}^3$$

Uma corrente passa num resistor  $R=(100 \pm 5) \Omega$  e gera uma diferença de potencial  $V=(2.000 \pm 0.001) \text{ V}$ . Qual é o valor da corrente e a sua incerteza???

Uma corrente passa num resistor  $R=(100 \pm 5) \Omega$  e gera uma diferença de potencial  $V=(2.000 \pm 0.001) \text{ V}$ . Qual é o valor da corrente e a sua incerteza???

$$I = \frac{V}{R} = \frac{2.000 \text{ V}}{100 \Omega} = 0.02000 \text{ A}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sigma_I}{I}\right)^2 &= \left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_R}{R}\right)^2 \\ &= \left(\frac{0.001}{2.000}\right)^2 + \left(\frac{5}{100}\right)^2 \\ &= (0.0005)^2 + (0.05)^2 \\ &= (2.5 \times 10^{-7}) + (2.5 \times 10^{-3}) \\ &= 0.00250025 \\ &\approx 0.0025 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \sigma_I &\approx I \sqrt{0.0025} = I \times 0.05 \\ &\approx 0.02000 \text{ A} \times 0.05 = 0.00100 \text{ A} \end{aligned}$$

$$\rightarrow I = (0.0200 \pm 0.0010) \text{ A}$$

Com 2 algarismos significativos porque começa com 1.