



Departamento de
Engenharia Elétrica e
de Computação

SEL 414 - Sistemas Digitais

SIMPLIFICAÇÃO DE TABELAS DE ESTADO

Prof. Homero Schiabel

Equivalência de estados

Dois Estados são equivalentes se não podemos distinguir um do outro, ou seja, não podemos determinar em qual dos dois estados equivalentes o Circuito Sequencial começa, aplicando-se entradas e observando suas saídas.

Se essa condição ocorrer, para qualquer sequência de entrada, um dos Estados é redundante e pode ser removido sem alterar o comportamento do circuito.

Remover estados redundantes é importante para



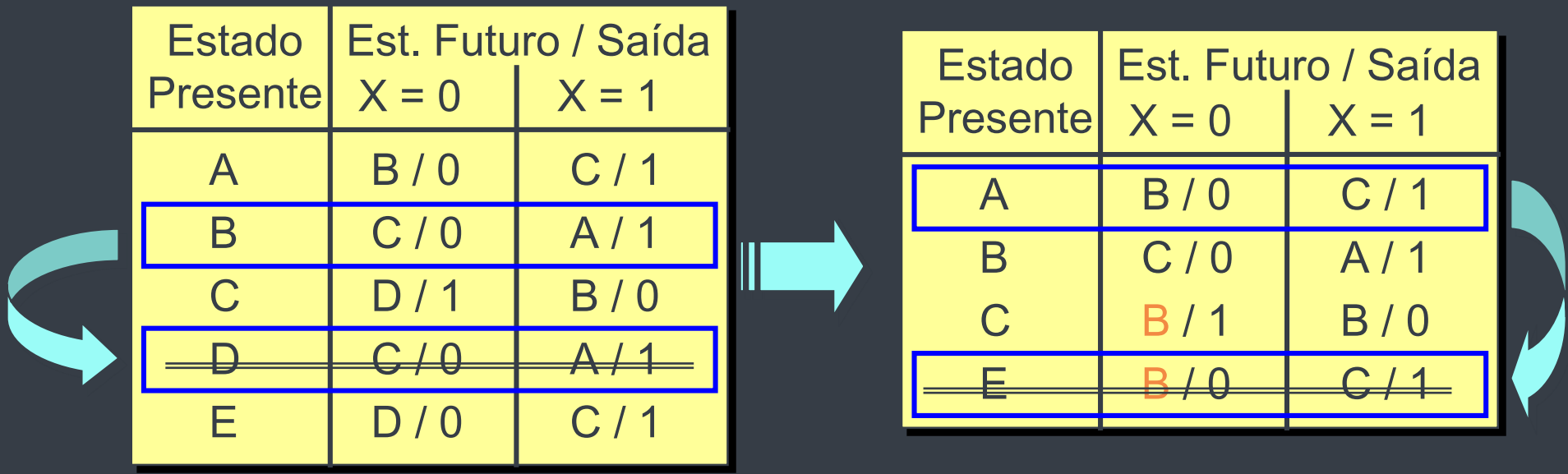
- 1) Reduzir Custos
- 2) Reduzir a Complexidade do Circuito
- 3) Facilitar a Análise de Falhas

Equivalência de estados

1. Os Estados S_1, S_2, \dots, S_j de um Circuito Sequencial são ditos **equivalentes** se e somente se, para toda sequência de entrada possível, a mesma sequência de saída será produzida independentemente de qual S_1, S_2, \dots, S_j seja o Estado Inicial.
2. Sejam S_k e S_l os Próximos Estados de um Circuito Sequencial quando a entrada I_p é aplicada, estando o circuito nos estados S_i e S_j respectivamente.
 S_i e S_j são **equivalentes** se e somente se, para toda entrada possível I_p :
 - 1 - A saída produzida pelo estado S_i é igual à saída produzida pelo estado S_j
 - 2 - Os Próximos Estados S_k e S_l são **equivalentes**.

ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

1. Por Inspeção



ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

1. Por Inspeção

TABELA FINAL

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	B / 0	C / 1
B	C / 0	A / 1
C	B / 1	B / 0

ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

2. Por Partição

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	B / 0	C / 0
B	D / 0	E / 0
C	G / 0	E / 0
D	H / 0	F / 0
E	G / 0	A / 0
F	G / 1	A / 0
G	D / 0	C / 0
H	H / 0	A / 0

1. Só est. **F** tem comportamento diferente dos outros quanto à saída;
2. Vamos assumir que, inicialmente, todos os demais correspondem ao mesmo estado;
3. Dividir os estados, então, em duas classes (**PARTIÇÕES**)

ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

2. Por Partição

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A ₁	B ₁ / 0	C ₁ / 0
B ₁	D ₁ / 0	E ₁ / 0
C ₁	G ₁ / 0	E ₁ / 0
D ₁	H ₁ / 0	F ₂ / 0
E ₁	G ₁ / 0	A ₁ / 0
F ₂	G ₁ / 1	A ₁ / 0
G ₁	D ₁ / 0	C ₁ / 0
H ₁	H ₁ / 0	A ₁ / 0

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A ₁	B ₁ / 0	C ₁ / 0
B ₁	D ₃ / 0	E ₁ / 0
C ₁	G ₁ / 0	E ₁ / 0
D ₃	H ₁ / 0	F ₂ / 0
E ₁	G ₁ / 0	A ₁ / 0
F ₂	G ₁ / 1	A ₁ / 0
G ₁	D ₃ / 0	C ₁ / 0
H ₁	H ₁ / 0	A ₁ / 0



Dois estados cujos Est. Futuros em cada coluna (x=0 e x=1) não estão nas mesmas Partições devem ser estados diferentes

ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

2. Por Partição

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A ₁	B ₄ / 0	C ₁ / 0
B ₄	D ₃ / 0	E ₁ / 0
C ₁	G ₄ / 0	E ₁ / 0
D ₃	H ₁ / 0	F ₂ / 0
E ₁	G ₄ / 0	A ₁ / 0
F ₂	G ₄ / 1	A ₁ / 0
G ₄	D ₃ / 0	C ₁ / 0
H ₁	H ₁ / 0	A ₁ / 0



Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A ₅	B ₄ / 0	C ₅ / 0
B ₄	D ₃ / 0	E ₅ / 0
C ₅	G ₄ / 0	E ₅ / 0
D ₃	H ₁ / 0	F ₂ / 0
E ₅	G ₄ / 0	A ₅ / 0
F ₂	G ₄ / 1	A ₅ / 0
G ₄	D ₃ / 0	C ₅ / 0
H ₁	H ₁ / 0	A ₅ / 0

ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

2. Por Partição

Partição 5 → Estado **a**

Partição 4 → Estado **b**

Partição 3 → Estado **c**

Partição 2 → Estado **d**

Partição 1 → Estado **e**

TABELA FINAL

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
a	b / 0	a / 0
b	c / 0	a / 0
c	e / 0	d / 0
d	b / 1	a / 0
e	e / 0	a / 0

ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

2. Por Partição (outro modelo)

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	E / 0	D / 0
B	A / 1	F / 0
C	C / 0	A / 1
D	B / 0	A / 0
E	D / 1	C / 0
F	C / 0	D / 1
G	H / 1	G / 1
H	C / 1	B / 1

$$P_0 = (A \mid B \mid C \mid D \mid E \mid F \mid G \mid H)$$

$$X=0 \rightarrow \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

$$X=1 \rightarrow \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$



$$P_1 = (AD) (BE) (CF) (GH)$$

ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

2. Por Partição (outro modelo)

TABELA FINAL

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	B / 0	A / 0
B	A / 1	C / 0
C	C / 0	A / 1
G	H / 1	G / 1
H	C / 1	B / 1

$$P_2 = (AD) (BE) (CF) (G) (H)$$

ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

2. Por Partição - múltiplas entradas

Estado Presente	Est. Futuro / Saída			
	00	01	11	10
A	D / 0	D / 0	F / 0	A / 0
B	C / 1	D / 0	E / 1	F / 0
C	C / 1	D / 0	E / 1	A / 0
D	D / 0	B / 0	A / 0	F / 0
E	C / 1	F / 0	E / 1	A / 0
F	D / 0	D / 0	A / 0	F / 0
G	G / 0	G / 0	A / 0	A / 0
H	B / 1	D / 0	E / 1	A / 0

$$P_0 = \begin{matrix} & \boxed{A} & \boxed{B} & \boxed{C} & \boxed{D} & \boxed{E} & \boxed{F} & \boxed{G} & \boxed{H} \\ \boxed{0} & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \boxed{0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \boxed{0} & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \boxed{0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

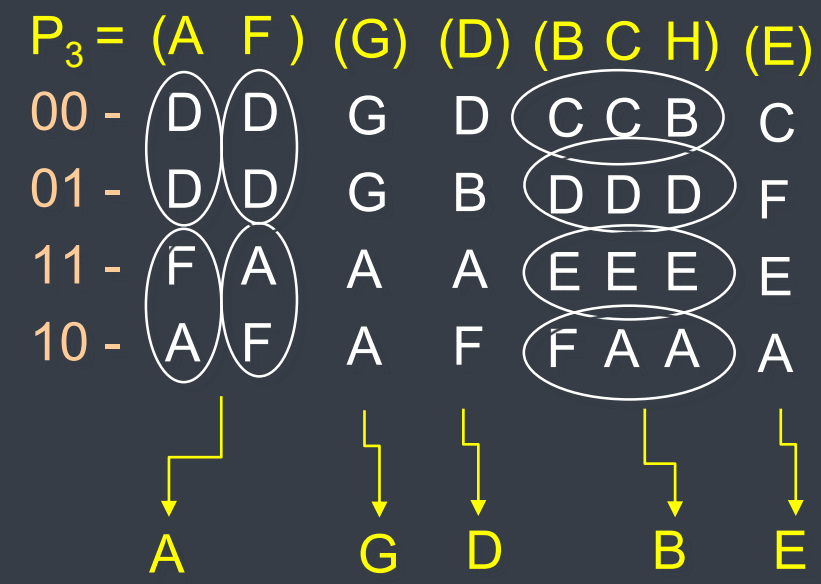
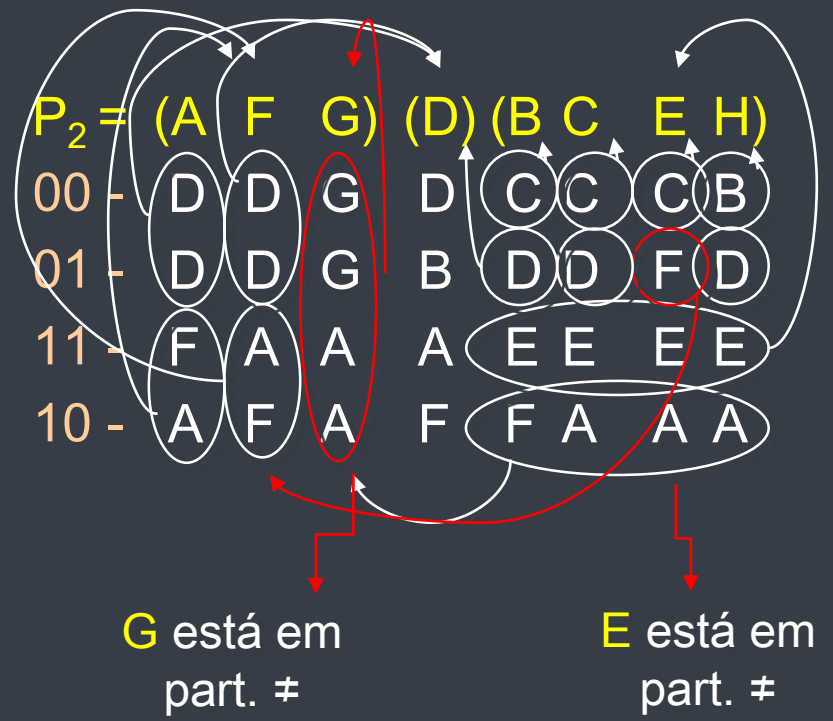
$$P_1 = (A \ D \ F \ G) \ (B \ C \ E \ H)$$

00 -	D	D	D	G	C	C	C	B
01 -	D	B	D	G	D	D	F	D
11 -	F	A	A	A	E	E	E	E
10 -	A	F	F	A	F	A	A	A

D está em outra partição ←

ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

2. Por Partição - múltiplas entradas



ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

2. Por Partição - múltiplas entradas

TABELA FINAL

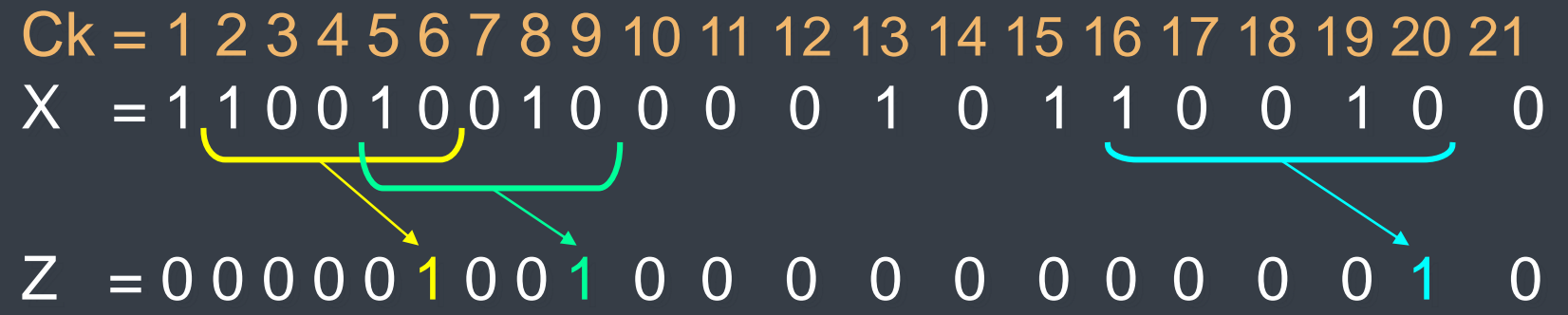
Estado Presente	Est. Futuro / Saída			
	00	01	11	10
A	D / 0	D / 0	A / 0	A / 0
B	B / 1	D / 0	E / 1	A / 0
D	D / 0	B / 0	A / 0	A / 0
E	B / 1	A / 0	E / 1	A / 0
G	G / 0	G / 0	A / 0	A / 0

ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

2. Por Partição – Exemplo Completo

Detector de sequência (mod. Mealy)
(entrada X, saída Z)

- Para $X = 0 \Rightarrow Z = 1$ SE anteriormente $X = 1001$
 \Rightarrow sequência bem sucedida para $Z = 1$ é $X = 10010$
- Vamos supor a sequência:

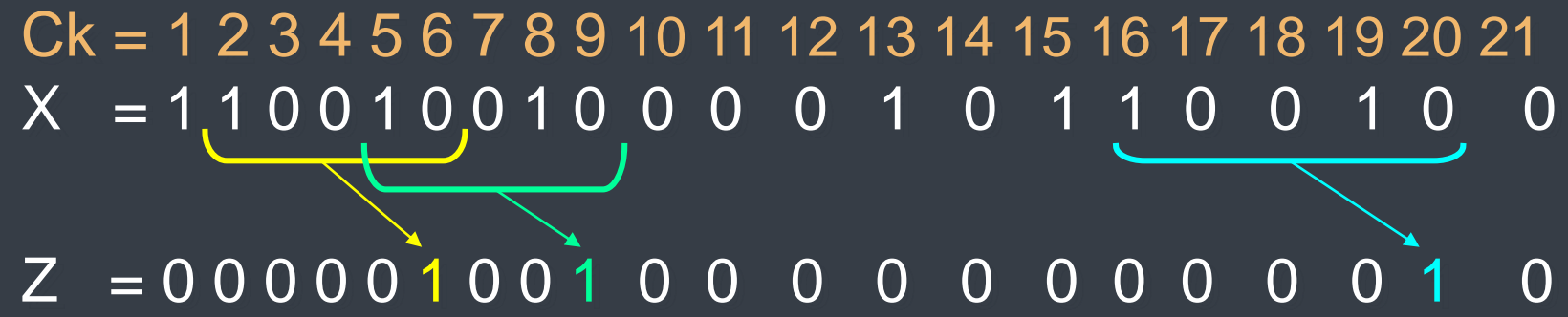


ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

2. Por Partição – Exemplo Completo

(a) Diagrama de Estados

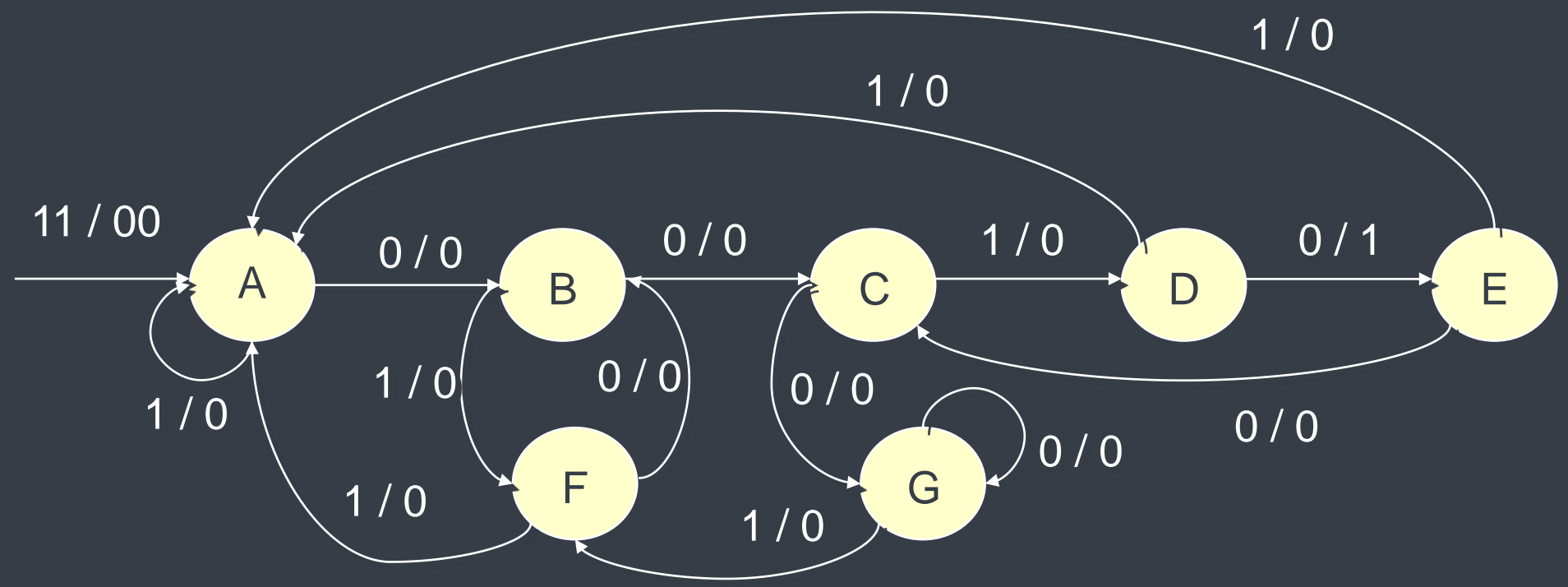
- Consideraremos o primeiro estado como aquele atingido após a sucessão de dois ou mais 1 consecutivos (no ex., é o estado do sistema no terceiro pulso de Ck) \Rightarrow primeiro bit de uma sequência que **pode** ser bem sucedida foi recebido (qualquer coisa anterior é irrelevante)



ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

2. Por Partição – Exemplo Completo

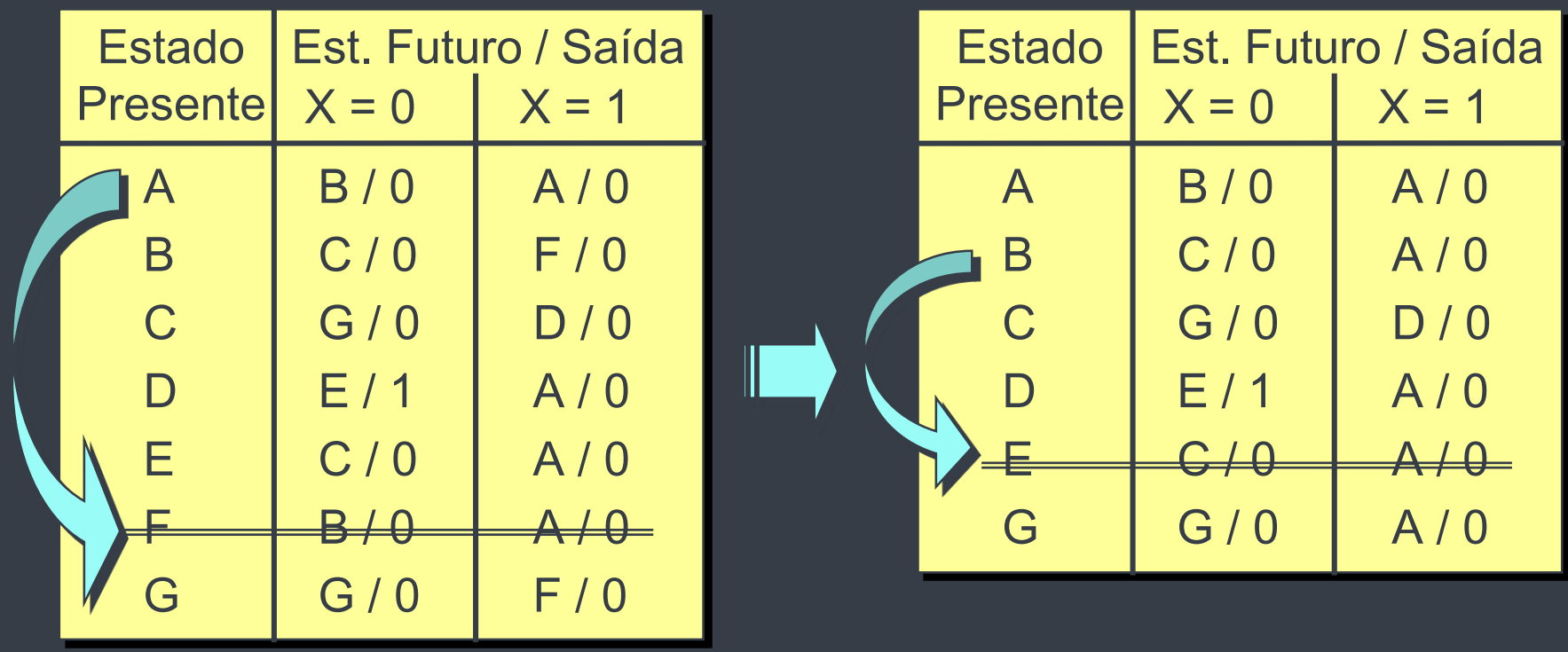
Exercício: Determine a Tabela de Estados final para o mesmo detector de sequência se o diagrama de estados fosse o seguinte:



ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

2. Por Partição – Exemplo Completo

(b) Tabela de Estados



ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

2. Por Partição – Exemplo Completo

(b) Tabela de Estados

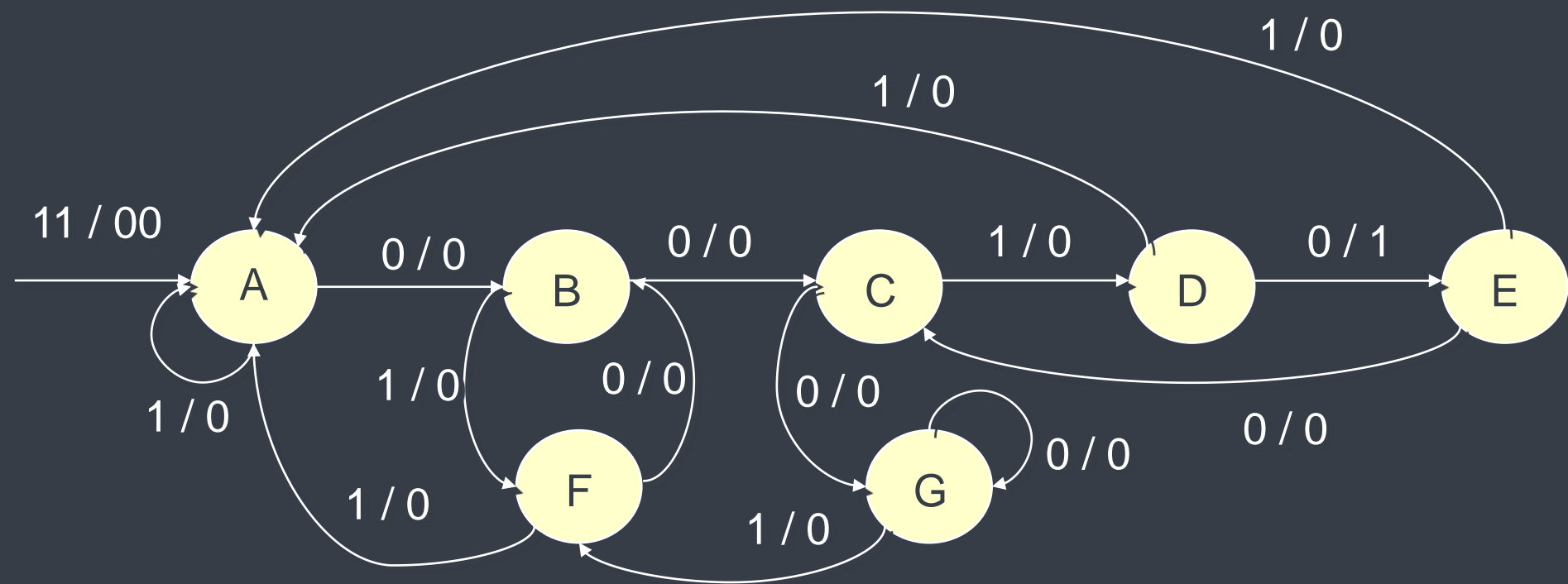
TABELA FINAL

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	B / 0	A / 0
B	C / 0	A / 0
C	G / 0	D / 0
D	B / 1	A / 0
G	G / 0	A / 0

ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

2. Por Partição – Exemplo Completo

Exercício: Determine a Tabela de Estados final para o mesmo detector de sequência se o diagrama de estados fosse o seguinte:

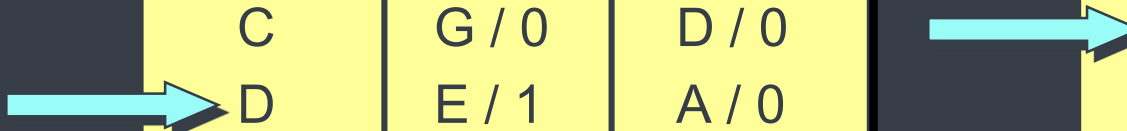


ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

2. Por Partição – Exemplo Completo

(b) Tabela de Estados

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	B / 0	A / 0
B	C / 0	F / 0
C	G / 0	D / 0
D	E / 1	A / 0
E	C / 0	A / 0
F	E / 0	A / 0
G	G / 0	F / 0



Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A ₁	B ₁	A ₁
B ₁	C ₁	F ₁
C ₁	G ₁	D ₂
D ₂	E ₁	A ₁
E ₁	C ₁	A ₁
F ₁	E ₁	A ₁
G ₁	G ₁	F ₁

ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

2. Por Partição – Exemplo Completo

(b) Tabela de Estados

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A ₁	B ₁	A ₁
B ₁	C ₃	F ₁
C ₃	G ₁	D ₂
D ₂	E ₁	A ₁
E ₁	C ₃	A ₁
F ₁	E ₁	A ₁
G ₁	G ₁	F ₁

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A ₁	B ₄	A ₁
B ₄	C ₃	F ₁
C ₃	G ₁	D ₂
D ₂	E ₄	A ₁
E ₄	C ₃	A ₁
F ₁	E ₄	A ₁
G ₁	G ₁	F ₁

ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

2. Por Partição – Exemplo Completo

(b) Tabela de Estados

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A ₅	B ₄	A ₅
B ₄	C ₃	F ₅
C ₃	G ₁	D ₂
D ₂	E ₄	A ₅
E ₄	C ₃	A ₅
F ₅	E ₄	A ₅
G ₁	G ₁	F ₅

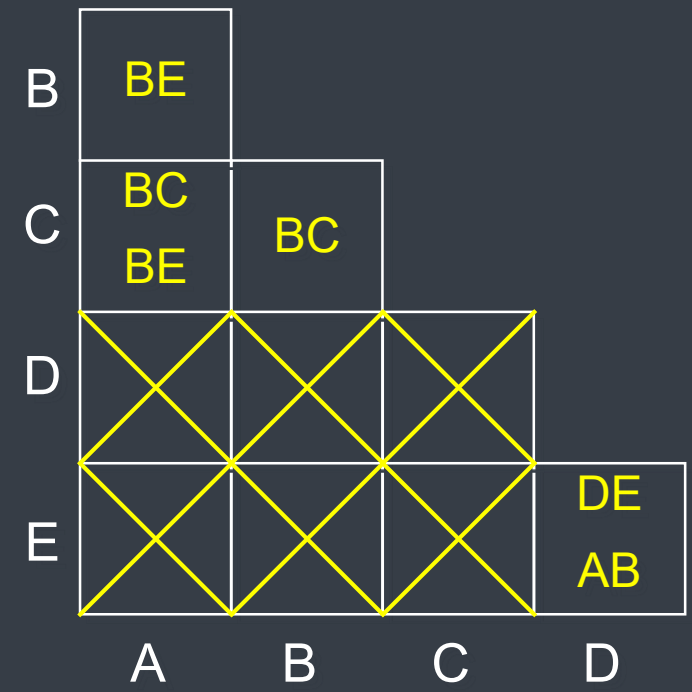
TABELA FINAL

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	B / 0	A / 0
B	C / 0	A / 0
C	G / 0	D / 0
D	B / 1	A / 0
G	G / 0	A / 0

ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

3. Pela Tabela de Implicação

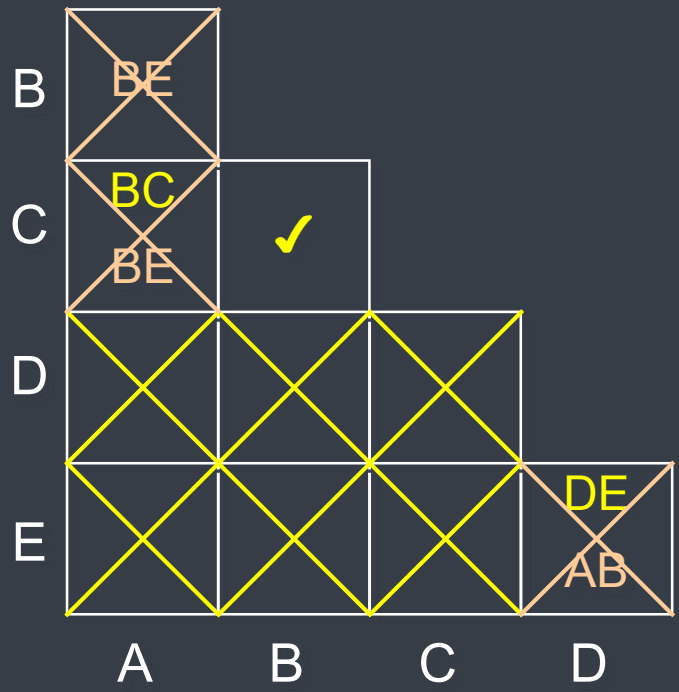
Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	C / 1	B / 0
B	C / 1	E / 0
C	B / 1	E / 0
D	D / 0	B / 1
E	E / 0	A / 1



ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

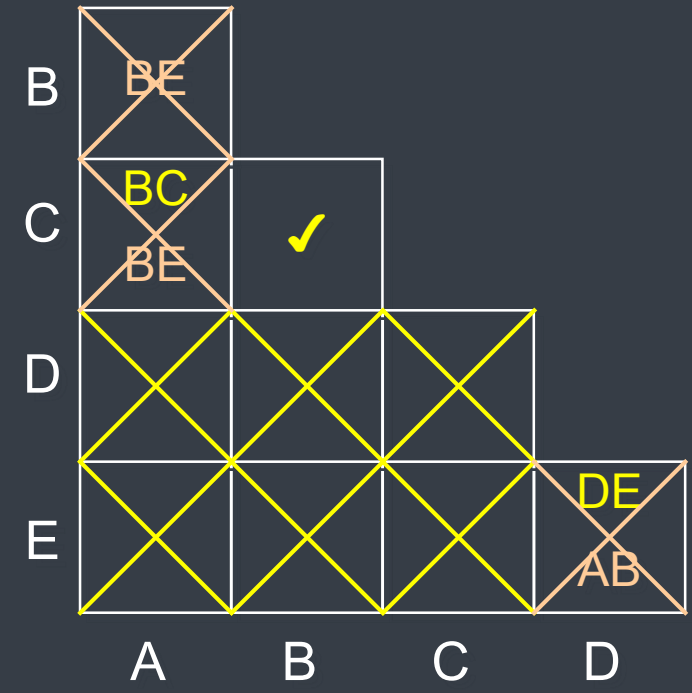
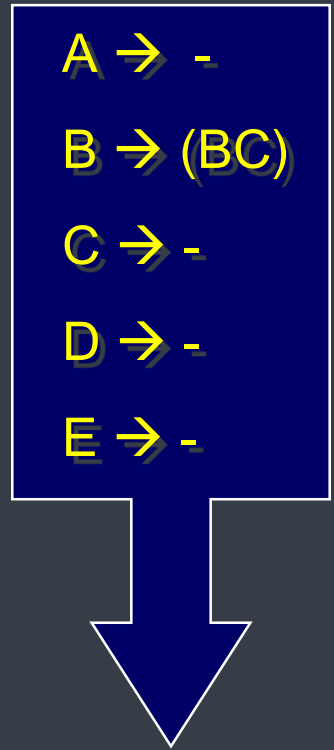
3. Pela Tabela de Implicação

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	C / 1	B / 0
B	C / 1	E / 0
C	B / 1	E / 0
D	D / 0	B / 1
E	E / 0	A / 1



ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

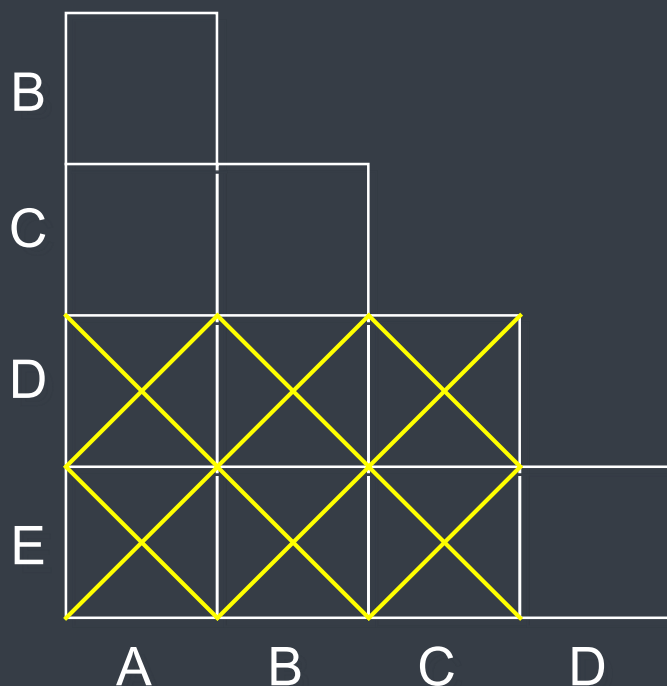
3. Pela Tabela de Implicação



Partições de Equivalência → $P_K = (A) (BC) (D) (E)$

ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

3. Pela Tabela de Implicação MÉTODO



1. Formar a tabela:

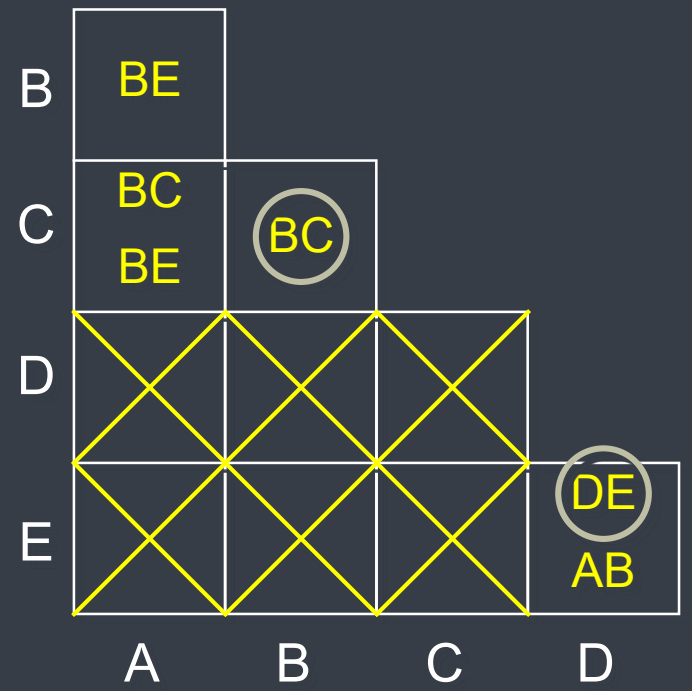
- Vertical \Rightarrow estados exceto o 1^o
- Horizontal \Rightarrow estados exceto o último

(*) *Cruzamento linha-coluna* \Rightarrow teste de equivalência dos estados

2. Colocar X nas células em que as saídas não são = para qualquer entrada

ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

3. Pela Tabela de Implicação MÉTODO



- 3. Completar células vazias com pares de *Estados Futuros* cuja equivalência está implicada pelos dois estados da intersecção
- 4. Se os pares implicados numa célula são os que a definem, ou se os Estados Futuros da célula são os mesmos ➔ marcar ✓ (esses estados são equivalentes)

ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

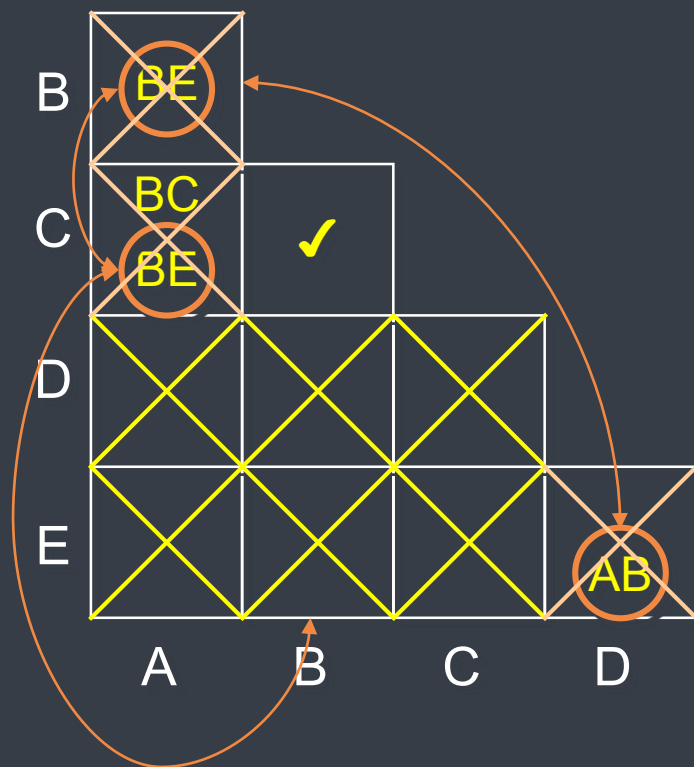
3. Pela Tabela de Implicação MÉTODO

B	BE			
C	BC BE	✓		
D				
E				AB
	A	B	C	D

3. Completar células vazias com pares de *Estados Futuros* cuja equivalência está implicada pelos dois estados da intersecção
4. Se os pares implicados numa célula são os que a definem, ou se os Estados Futuros da célula são os mesmos → marcar ✓ (esses estados são equivalentes)

ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

3. Pela Tabela de Implicação MÉTODO



5. Verificar se devem ser cruzadas outras células, além das já marcadas
6. Montar a tabela final, listando os estados que definem a linha horizontal na Tab. Implicação (examiná-la coluna a coluna procurando células não cruzadas – Estados **EQUIVALENTES**).

ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

3. Pela Tabela de Implicação

EXERCÍCIOS – Simplificar as tab. de estados abaixo

3.1

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	E / 0	D / 0
B	A / 1	F / 0
C	C / 0	A / 1
D	B / 0	A / 0
E	D / 1	C / 0
F	C / 0	D / 1
G	H / 1	G / 1
H	C / 1	B / 1

3.2

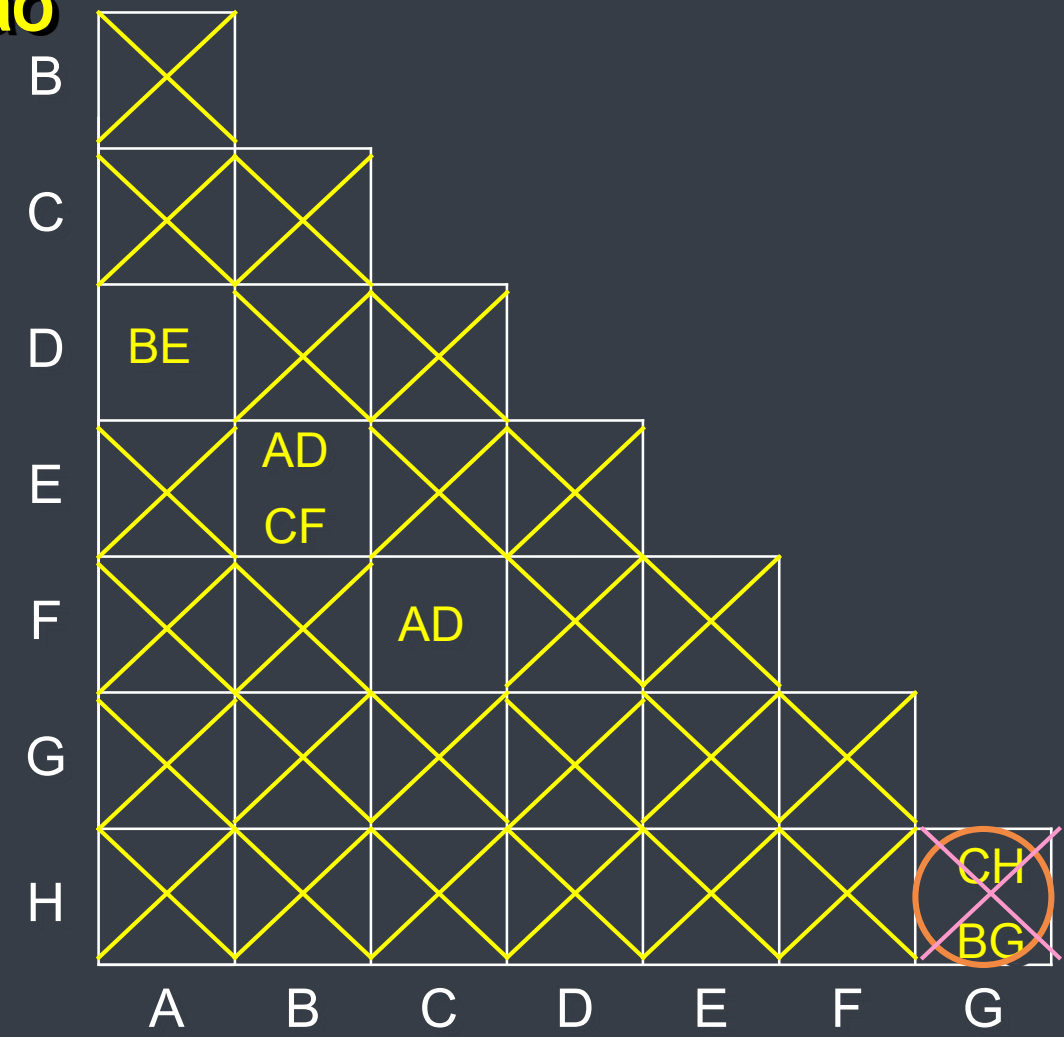
Estado Presente	Est. Futuro / Saída			
	00	01	11	10
A	D / 0	D / 0	F / 0	A / 0
B	C / 1	D / 0	E / 1	F / 0
C	C / 1	D / 0	E / 1	A / 0
D	D / 0	B / 0	A / 0	F / 0
E	C / 1	F / 0	E / 1	A / 0
F	D / 0	D / 0	A / 0	F / 0
G	G / 0	G / 0	A / 0	A / 0
H	B / 1	D / 0	E / 1	A / 0

ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

3. Pela Tabela de Implicação

3.1

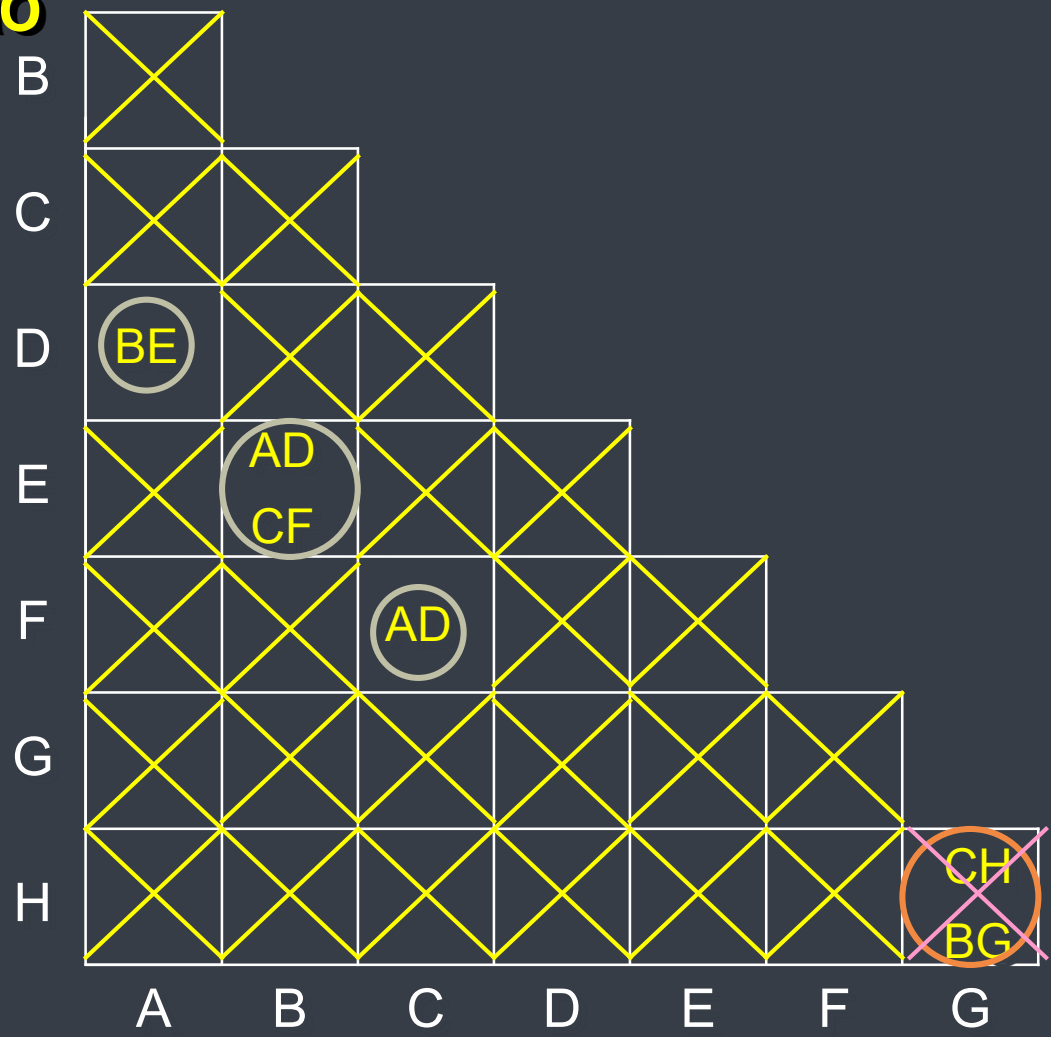
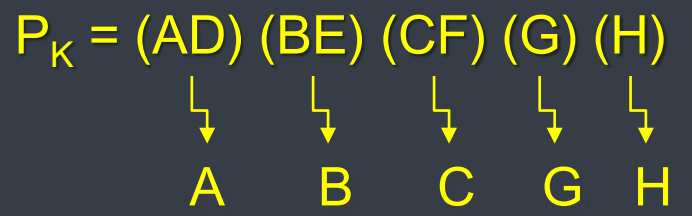
Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	E / 0	D / 0
B	A / 1	F / 0
C	C / 0	A / 1
D	B / 0	A / 0
E	D / 1	C / 0
F	C / 0	D / 1
G	H / 1	G / 1
H	C / 1	B / 1



ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

3. Pela Tabela de Implicação

A	→	(BE)
B	→	(AD) (CF)
C	→	(AD)
D	→	-
E	→	-
F	→	-
G	→	-
H	→	-



ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

3. Pela Tabela de Implicação

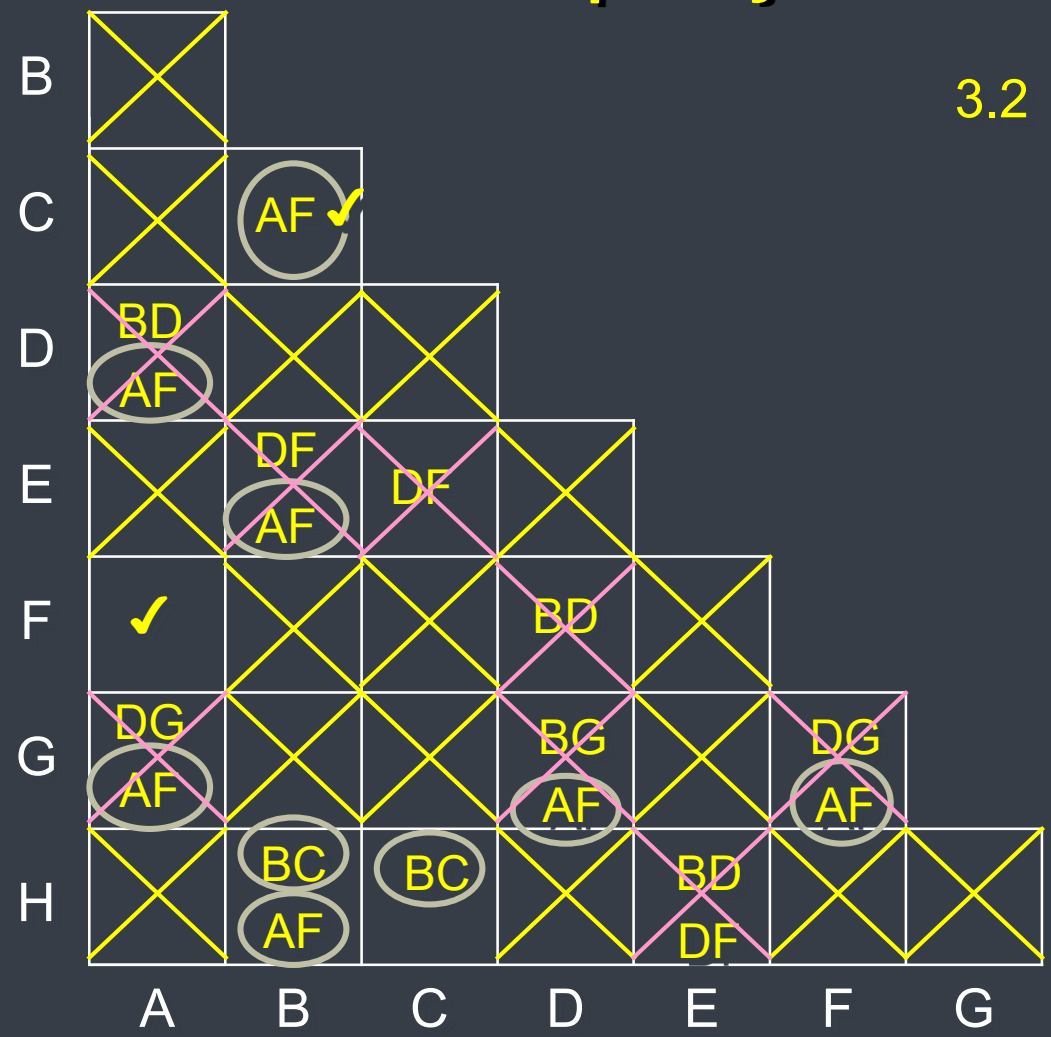
3.1

TABELA FINAL

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	B / 0	A / 0
B	A / 1	C / 0
C	C / 0	A / 1
G	H / 1	G / 1
H	C / 1	B / 1

ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

3. Pela Tabela de Implicação

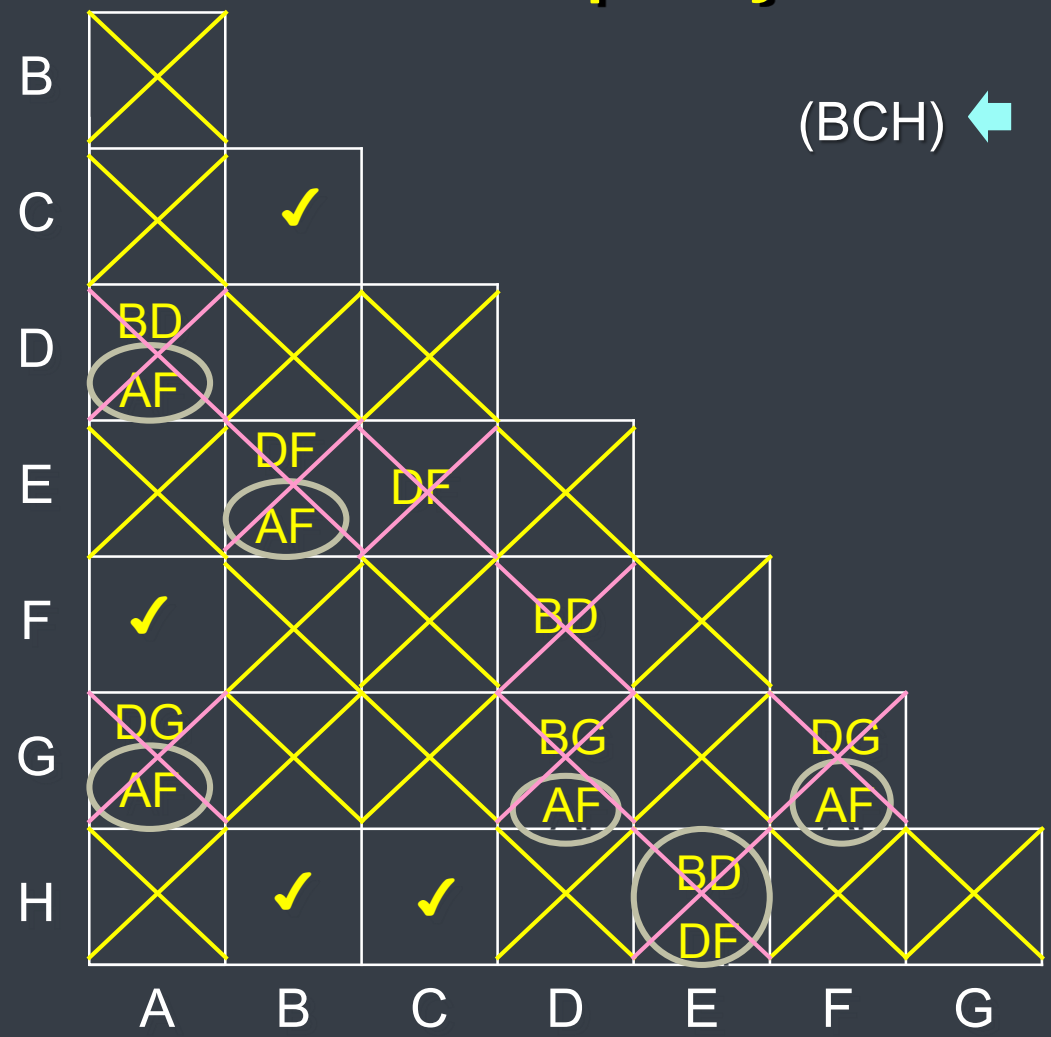


3.2

Estado Presente	Est. Futuro / Saída			
	00	01	11	10
A	D / 0	D / 0	F / 0	A / 0
B	C / 1	D / 0	E / 1	F / 0
C	C / 1	D / 0	E / 1	A / 0
D	D / 0	B / 0	A / 0	F / 0
E	C / 1	F / 0	E / 1	A / 0
F	D / 0	D / 0	A / 0	F / 0
G	G / 0	G / 0	A / 0	A / 0
H	B / 1	D / 0	E / 1	A / 0

ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

3. Pela Tabela de Implicação



(BCH) ← (BC) (BH) (CH)

A	→	(AF)
B	→	(BC) (BH)
C	→	(CH)
D	→	-
E	→	-
F	→	-
G	→	-
H	→	-

$$P_K = (AF) (BCH) (D) (E) (G)$$

↓ ↓ ↓ ↓ ↓
A B D E G

ELIMINAÇÃO DE ESTADOS REDUNDANTES

3. Pela Tabela de Implicação

3.2

TABELA FINAL

Estado Presente	Est. Futuro / Saída			
	00	01	11	10
A	D / 0	D / 0	A / 0	A / 0
B	B / 1	D / 0	E / 1	A / 0
D	D / 0	B / 0	A / 0	A / 0
E	B / 1	A / 0	E / 1	A / 0
G	G / 0	G / 0	A / 0	A / 0