Circuitos Trifásicos

Milana Lima dos Santos

Depto. de Engenharia de Energia e Automação Elétricas
Escola Politécnica da USP

12 de março de 2018

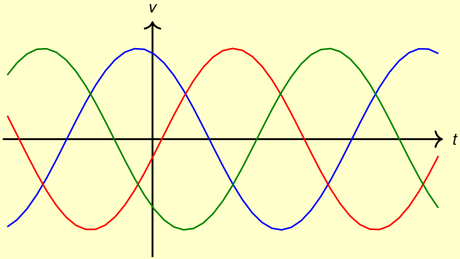
Circuitos trifásicos

- Vantagens
  - Adequados para geração e consumo de potências elevadas
  - Economia proporcional em relação a volume de geradores e custo de condutores
  - Projeto mais simples de motores e geradores

Definições

- Sistema de tensões trifásico simétrico
  - Tensões nos terminais dos geradores são, em certa sequência, da seguinte forma:

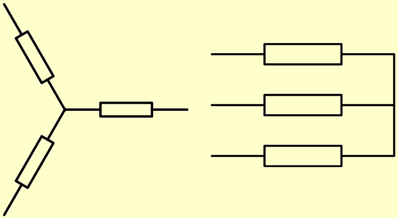
$$v_1(t) = V_M \cos(\omega t + \theta)$$
$$v_2(t) = V_M \cos(\omega t + \theta - \frac{2\pi}{3})$$
$$v_3(t) = V_M \cos(\omega t + \theta + \frac{2\pi}{3})$$

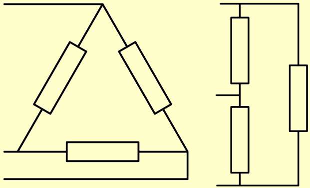


- Sistema de tensões trifásico assimétrico
  - Pelo menos uma das condições anteriores não é atendida

Definições - continuação

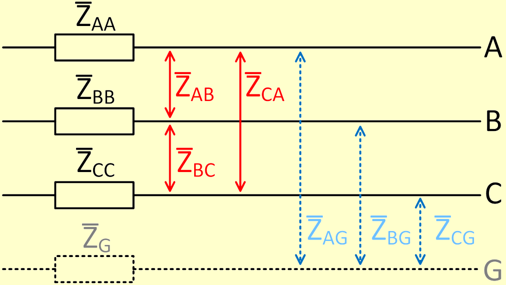
- Carga equilibrada
    - Cargas constituída por três impedâncias complexas iguais, ligadas em estrela ou triângulo
- Carga desequilibrada
    - Cargas ou ligações não atendem condição anterior





Definições - continuação

- Linha (ou rede) trifásica equilibrada



$\overline{Z}_{AA} = \overline{Z}_{BB} = \overline{Z}_{CC} = \overline{Z}_{P}$ (impedâncias próprias)

$\overline{Z}_{AB} = \overline{Z}_{BC} = \overline{Z}_{CA} = \overline{Z}_{M}$ (impedâncias mútuas entre fases)

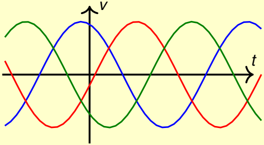
$\overline{Z}_{AG} = \overline{Z}_{BG} = \overline{Z}_{CG} = \overline{Z}_{M'}$ (impedâncias mútuas entre fases e neutro, se esse existir)

- Linha (ou rede) trifásica desequilibrada
  - Pelo menos uma das condições anteriores não é atendida

Sequência de fases

Ordem no tempo pela qual as tensões das fases passam pelo seu valor máximo

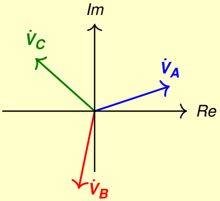
- Sequência direta, positiva, ABC, BCA, CAB



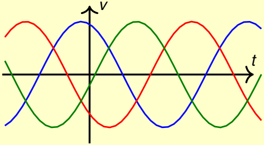
$$v_A(t) = V_M \cos(\omega t + \theta)$$

$$v_B(t) = V_M \cos(\omega t + \theta - \tfrac{2\pi}{3})$$

$$v_C(t) = V_M \cos(\omega t + \theta + \tfrac{2\pi}{3})$$



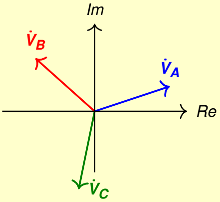
- Sequência inversa, negativa, CBA, BAC, ACB



$$v_A(t) = V_M \cos(\omega t + \theta)$$

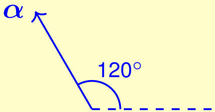
$$v_C(t) = V_M \cos(\omega t + \theta - \tfrac{2\pi}{3})$$

$$v_B(t) = V_M \cos(\omega t + \theta + \tfrac{2\pi}{3})$$



Operador $\boldsymbol{\alpha}$

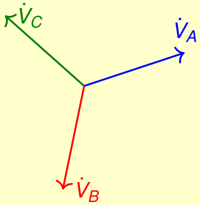
$$\boldsymbol{\alpha} = 1\angle 120^\circ = 1\angle \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$



Propriedades:

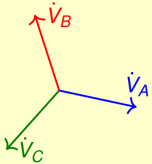
- $\boldsymbol{\alpha}^2 = (1\angle 120^\circ)(1\angle 120^\circ) = 1\angle 240^\circ \boxed{= 1\angle -120^\circ} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\boldsymbol{\alpha}^3 = (1\angle 120^\circ)(1\angle 120^\circ)(1\angle 120^\circ) = 1$
- $\boldsymbol{\alpha}^{-1} = \dfrac{1}{1\angle 120^\circ} = 1\angle -120^\circ = \boldsymbol{\alpha}^2$
- $1 + \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\alpha}^2 = 1 + \left(-\dfrac{1}{2} + j\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(-\dfrac{1}{2} - j\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0$

Representação fasorial, sequências direta, inversa e zero usando α



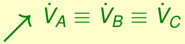
Sequência direta:

$$\dot{V}_B = \dot{V}_A\,(1\angle -120^\circ) = \alpha^2\,\dot{V}_A$$
$$\dot{V}_C = \dot{V}_A\,(1\angle 120^\circ) = \alpha\,\dot{V}_A$$



Sequência inversa:

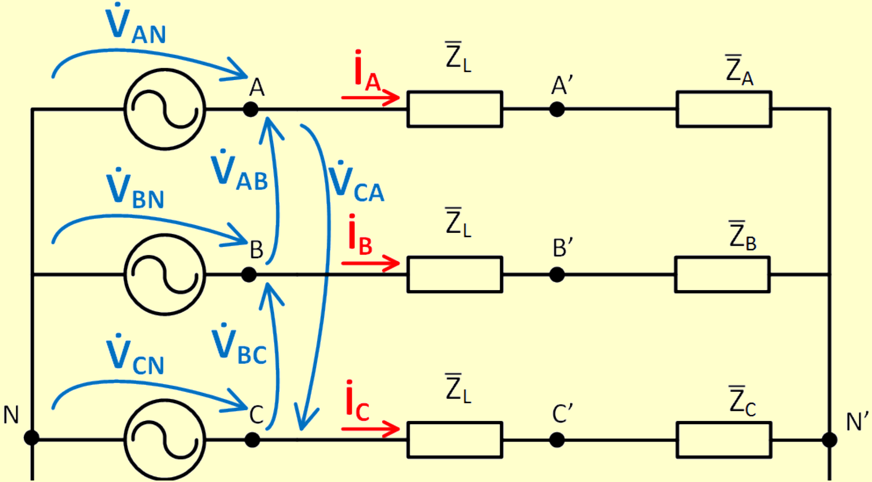
$$\dot{V}_B = \dot{V}_A\,(1\angle 120^\circ) = \alpha\,\dot{V}_A$$
$$\dot{V}_C = \dot{V}_A\,(1\angle -120^\circ) = \alpha^2\,\dot{V}_A$$



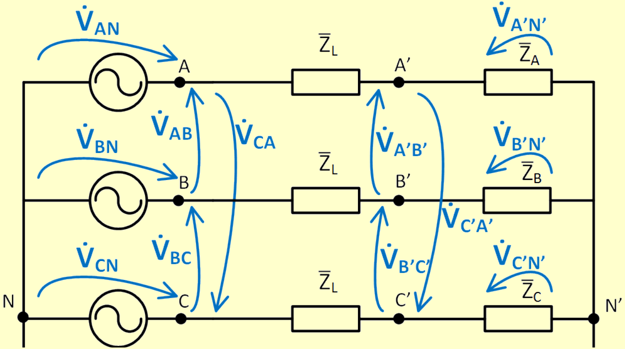
Sequência zero:

$$\dot{V}_A = \dot{V}_B = \dot{V}_C$$

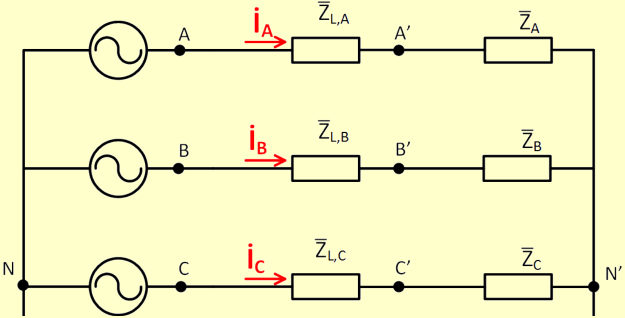
Circuito Y


$\dot{V}_{AN}$
$\dot{V}_{BN}$
$\dot{V}_{CN}$
$\dot{V}_{AB}$
$\dot{V}_{BC}$
$\dot{V}_{CA}$
i_A
i_B
i_C
$\bar{Z}_L$
$\bar{Z}_L$
$\bar{Z}_L$
$\bar{Z}_A$
$\bar{Z}_B$
$\bar{Z}_C$
A
B
C
A'
B'
C'
N
N'

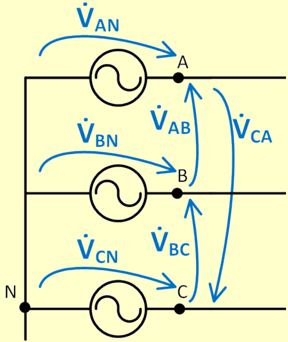
- Tensões de fase
  - Tensões observadas nas bobinas do gerador trifásico
  - Tensões observadas sobre cada uma das impedâncias de carga
- Tensões de linha
  - Tensões entre dois terminais do gerador, exceto o neutro
  - Tensões entre dois terminais da carga, exceto o neutro



- Correntes de fase
  - Correntes que percorrem as bobinas do gerador trifásico
  - Correntes que percorrem cada uma das impedâncias de carga
- Correntes de linha
  - Correntes que percorrem os condutores que interligam o gerador à carga



Relações entre $\dot{V}_L$ e $\dot{V}_F$, ligação estrela (Y), sistema trifásico qualquer

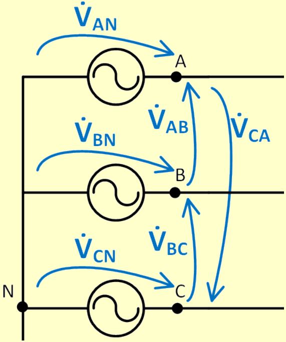


- Simétrico/assimétrico
- Sequência direta ou inversa
- Pela Lei das Tensões de Kirchoff,

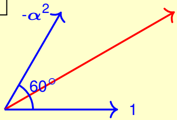
$$\dot{V}_{AB} = \dot{V}_{AN} - \dot{V}_{BN}$$
$$\dot{V}_{BC} = \dot{V}_{BN} - \dot{V}_{CN}$$
$$\dot{V}_{CA} = \dot{V}_{CN} - \dot{V}_{AN} \rightarrow \dot{V}_{AB} + \dot{V}_{BC} + \dot{V}_{CA} = 0$$

- Sendo $\dot{V}_{AN}$, $\dot{V}_{BN}$, $\dot{V}_{CN}$ conhecidas, $\dot{V}_{AB}$, $\dot{V}_{BC}$, $\dot{V}_{CA}$ são determinadas de forma direta
- Sendo $\dot{V}_{AB}$, $\dot{V}_{BC}$, $\dot{V}_{CA}$ conhecidas e $\dot{V}_{AN}$, $\dot{V}_{BN}$, $\dot{V}_{CN}$ incógnitas, só há duas equações linearmente independentes no sistema acima.

Relações entre $\dot{V}_L$ e $\dot{V}_F$, ligação estrela, sistema simétrico e equilibrado



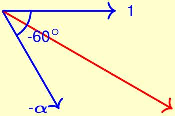
$$\boxed{\dot{V}_{AB} = \dot{V}_{AN} - \dot{V}_{BN}}$$



- Sequência direta

$$\dot{V}_{AB} = \dot{V}_{AN} - \alpha^2\dot{V}_{AN} = \dot{V}_{AN}(1 - \alpha^2)$$

$$\boxed{\dot{V}_{AB} = \dot{V}_{AN}(\sqrt{3}\angle 30^\circ)}$$

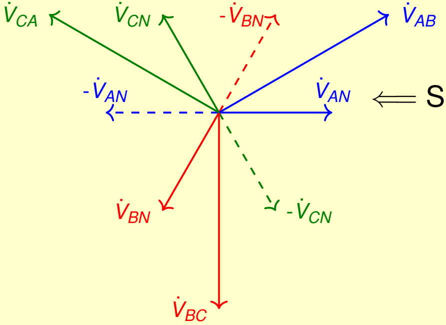


- Sequência inversa

$$\dot{V}_{AB} = \dot{V}_{AN} - \alpha\dot{V}_{AN} = \dot{V}_{AN}(1 - \alpha)$$

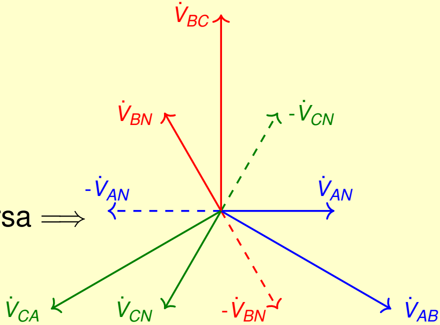
$$\boxed{\dot{V}_{AB} = \dot{V}_{AN}(\sqrt{3}\angle - 30^\circ)}$$

Diagrama de fasores de tensão, ligação estrela (Y), sistema simétrico e equilibrado

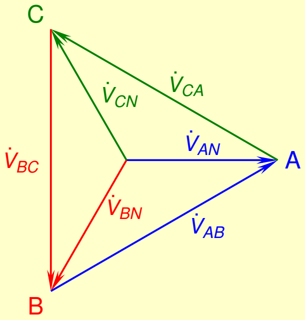


$\Longleftarrow$ Sequência direta

Sequência inversa $\Longrightarrow$

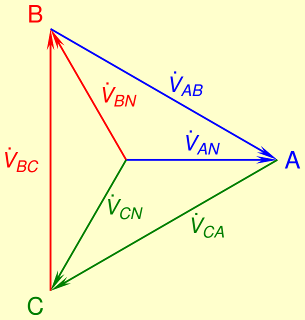


Outra disposição do diagrama de fasores



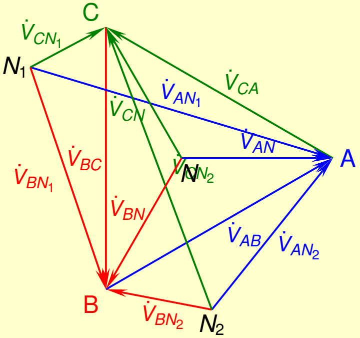
$\Longleftarrow$ Sequência direta

Sequência inversa $\Longrightarrow$



Determinação das tensões de fase dadas as tensões de linha?

Dado um sistema de tensões de linha simétrico,...



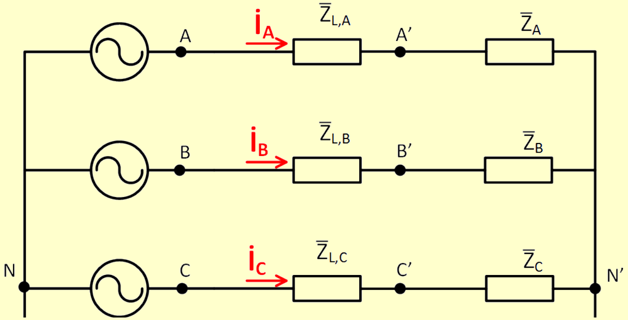
...há infinitas soluções para as tensões de fase,...

...mas apenas uma delas resulta em um sistema de tensões de fase simétrico.

Exemplo numérico

$$
\begin{aligned}
\dot{V}_{A'N'} =& 100\angle 0^\circ + 20 = 120\angle 0^\circ \ V \\
\dot{V}_{B'N'} =& 100\angle -120^\circ + 20 = 91,65\angle -109,11^\circ \ V \\
\dot{V}_{C'N'} =& 100\angle 120^\circ + 20 = 91,65\angle 109,11^\circ \ V \\
\dot{V}_{A'B'} =& 173,20\angle 30^\circ \ V \\
\dot{V}_{B'C'} =& 173,20\angle -90^\circ \ V \\
\dot{V}_{C'A'} =& 173,20\angle 150^\circ \ V
\end{aligned}
$$

Relações entre $\dot{I}_L$ e $\dot{I}_F$, ligação estrela (Y)



Na ligação estrela, as correntes de fase são iguais às correntes de linha.