

7

Circuitos Trifásicos

Neste capítulo analisaremos métodos de resolução de circuitos equilibrados e desequilibrados.

Devemos ressaltar que, atualmente, independente da especialidade, todo engenheiro deve poder avaliar resultados em sistemas trifásicos, uma vez que é este o esquema mais utilizado em redes industriais.

7.1 DEFINIÇÃO

Sejam três circuitos monofásicos independentes, cada um deles alimentando uma carga monofásica de impedância Z , Fig. 7.1.

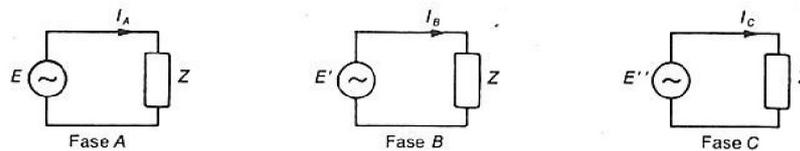


Fig. 7.1 Circuito monofásico.

Para os circuitos monofásicos da Fig. 7.1, devemos impor uma condição de operação para os geradores, a saber:

Tensões de mesmo módulo defasadas entre si de 120° , ou seja:

$$\dot{E} = E \angle 0^\circ \quad (7.1)$$

$$\dot{E}' = E \angle -120^\circ \quad (7.2)$$

$$\dot{E}'' = E \angle -240^\circ \quad (7.3)$$

Desta forma as correntes, circulando em cada um dos circuitos monofásicos, podem ser escritas como:

$$\dot{I}_A = \frac{E}{Z} \quad (7.4)$$

$$\dot{I}_B = \frac{E \angle -120^\circ}{Z} \quad (7.5)$$

$$\dot{I}_C = \frac{E \angle -240^\circ}{Z} \quad (7.6)$$

Podemos constatar facilmente que a soma fasorial das tensões \dot{E} , \dot{E}' e \dot{E}'' ou das correntes \dot{I}_A , \dot{I}_B e \dot{I}_C será sempre nula, assim, caso conectemos os três circuitos monofásicos, através de um ponto comum, que será chamado em tudo quanto se segue de *neutro*, teremos então um circuito trifásico, Fig. 7.2.

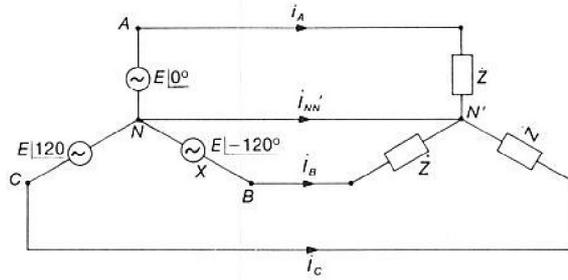


Fig. 7.2 Circuito trifásico — gerador e carga em Y.

Da Fig. 7.2, temos que:

$$\dot{I}_{NN'} = 0 = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C \quad (7.7)$$

Podemos afirmar então que, para circuitos trifásicos simétricos (defasados de 120°) e equilibrados (mesmo módulo), a corrente de circulação pelo neutro é nula.

Temos sempre duas alternativas para ligação de circuitos trifásicos:

Estrela para o gerador e carga, conforme esquema apresentado na Fig. 7.2.

Estrela para gerador e triângulo para carga, Fig. 7.3.

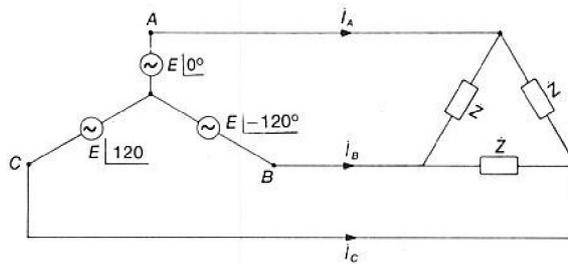


Fig. 7.3 Circuito trifásico — gerador em Y e carga em Δ .

Nos segmentos que se seguem apresentaremos os métodos de resolução para circuitos trifásicos simétricos e equilibrados.

7.2 GRANDEZAS DE LINHA E FASE

Para circuitos trifásicos, teremos sempre tensões e correntes de linha e de fase.

A relação entre elas é função básica do tipo de ligação utilizada para o gerador e a carga.

Seja a ligação estrela da Fig. 7.4.

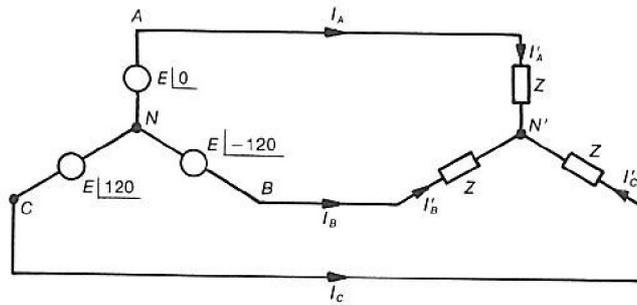


Fig. 7.4 Ligação estrela.

Denominamos correntes e tensões de fase aquelas que circulam ou são aplicadas em um dos ramos da carga ou gerador, assim:

$$|\dot{I}_{fase}|_{gerador} = |\dot{I}_{fase}|_{carga} = \begin{bmatrix} \dot{I}'_A \\ \dot{I}'_B \\ \dot{I}'_C \end{bmatrix} \quad (7.8)$$

$$|\dot{V}_{fase}|_{carga} = \begin{bmatrix} \dot{V}_{AN'} \\ \dot{V}_{BN'} \\ \dot{V}_{CN'} \end{bmatrix} \quad (7.9)$$

$$|\dot{V}_{fase}|_{gerador} = \begin{bmatrix} \dot{V}_{AN} \\ \dot{V}_{BN} \\ \dot{V}_{CN} \end{bmatrix} \quad (7.10)$$

Já as correntes e tensões de linha são aquelas que circulam na linha de alimentação da carga, ou são aplicadas entre duas fases, assim:

$$|\dot{I}_{linha}| = \begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{bmatrix} \quad (7.11)$$

$$|\dot{V}_{linha}| = \begin{bmatrix} \dot{V}_{AB} \\ \dot{V}_{BC} \\ \dot{V}_{CA} \end{bmatrix} \quad (7.12)$$

7.3 SEQÜÊNCIA DE FASE

Do diagrama de *fasores* de tensão ou correntes trifásicas, Fig. 7.5, temos que se pode percorrê-lo no sentido horário ou anti-horário. Cada um destes será chamado em tudo quanto se segue de seqüência *direta* e *inversa*, respectivamente.

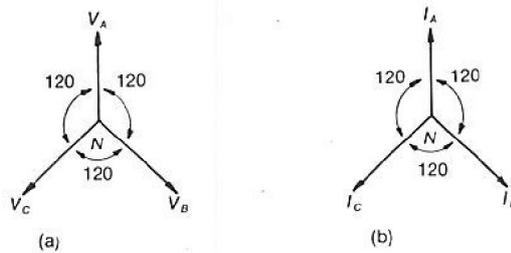


Fig. 7.5 Fasores de tensão-corrente (trifásicas) — (a) tensão; (b) corrente.

Deste modo os ternos de tensão que implicam uma seqüência direta são:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{AN} \\ \dot{V}_{BN} \\ \dot{V}_{CN} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \dot{V}_{CN} \\ \dot{V}_{AN} \\ \dot{V}_{BN} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \dot{V}_{BN} \\ \dot{V}_{CN} \\ \dot{V}_{AN} \end{bmatrix}$$

Ou seja, entre cada *grandeza* temos -120° de defasagem.

Utilizando as condições para que as três tensões constituam um trifásico simétrico e equilibrado, ficamos com:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{AN} \\ \dot{V}_{BN} \\ \dot{V}_{CN} \end{bmatrix} = \dot{V} \begin{bmatrix} 1 \mid 0^\circ \\ 1 \mid -120^\circ \\ 1 \mid +120^\circ \end{bmatrix} \quad (7.13)$$

Para a seqüência inversa:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{AN} \\ \dot{V}_{BN} \\ \dot{V}_{CN} \end{bmatrix} = \dot{V} \begin{bmatrix} 1 \mid 0^\circ \\ 1 \mid +120^\circ \\ 1 \mid -120^\circ \end{bmatrix} \quad (7.14)$$

Exemplo

Obter as tensões trifásicas \dot{V}_{AN} , \dot{V}_{BN} , sabendo-se que $\dot{V}_{CN} = 440 \underline{90^\circ}$ e a seqüência aplicada é inversa.

Como é dado que a seqüência é inversa, temos:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{CN} \\ \dot{V}_{AN} \\ \dot{V}_{BN} \end{bmatrix} = \dot{V} \begin{bmatrix} 1 \mid 0^\circ \\ 1 \mid +120^\circ \\ 1 \mid -120^\circ \end{bmatrix}$$

Assim como $\dot{V}_{CN} = 440 \underline{90^\circ}$, para obtermos \dot{V}_{BN} e \dot{V}_{AN} , basta, aplicando os princípios dos circuitos trifásicos simétricos e equilibrados, fixarmos:

Mesmo módulo.
Defasagem de $+120^\circ$.

Desta forma,

$$\begin{aligned}\dot{V}_{AN} &= 440 \angle 90^\circ \cdot 1 \angle +120^\circ = 440 \angle 210^\circ \\ \dot{V}_{BN} &= 440 \angle 90^\circ \cdot 1 \angle -120^\circ = 440 \angle -30^\circ\end{aligned}$$

Assim o terno de tensões trifásicas fica sendo:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{CN} \\ \dot{V}_{AN} \\ \dot{V}_{BN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 440 \angle 90^\circ \\ 440 \angle 210^\circ \\ 440 \angle -30^\circ \end{bmatrix}$$

Exemplo

Idêntico ao anterior. Mudar seqüência para direta. Ficamos com:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{CN} \\ \dot{V}_{AN} \\ \dot{V}_{BN} \end{bmatrix} = \dot{V} \begin{bmatrix} 1 \angle 0^\circ \\ 1 \angle -120^\circ \\ 1 \angle +120^\circ \end{bmatrix}$$

Ou, ainda:

$$\begin{aligned}\dot{V}_{AN} &= 440 \angle 90^\circ \cdot 1 \angle -120^\circ = 440 \angle -30^\circ \\ \dot{V}_{BN} &= 440 \angle 90^\circ \cdot 1 \angle +120^\circ = 440 \angle 210^\circ\end{aligned}$$

Deste modo as tensões valem,

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{CN} \\ \dot{V}_{AN} \\ \dot{V}_{BN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 440 \angle 90^\circ \\ 440 \angle -30^\circ \\ 440 \angle 210^\circ \end{bmatrix}$$

7.4 RESOLUÇÃO DE CIRCUITOS TRIFÁSICOS EQUILIBRADOS

Nesta seção analisamos duas situações:

Gerador ligado em Y, carga também em Y, Fig. 7.6.

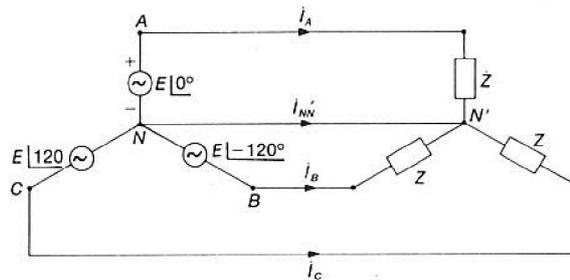


Fig. 7.6 Ligação Y-Y.

Gerador ligado em Y, carga em Δ , Fig. 7.7.

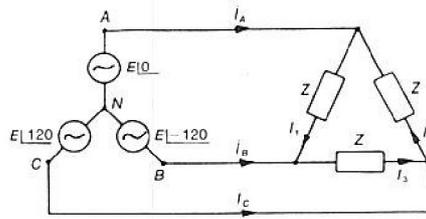


Fig. 7.7 Ligação Y- Δ .

Não estudaremos as duas opções restantes com o gerador ligado em Δ , por não ser utilizado este tipo de ligação. Devemos frisar ainda que ao longo da resolução de cada situação calcularemos todos os valores de tensão e correntes de fase e linha.

7.4.1 Ligação Y-Y

Aplicando-se a lei de Kirchoff das correntes para o ponto N' da Fig. 7.6, temos:

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0 \quad (7.15)$$

Assim, caso interliguemos os pontos N e N' através de um fio, poderemos estudar o circuito como sendo três circuitos monofásicos, Fig. 7.8.

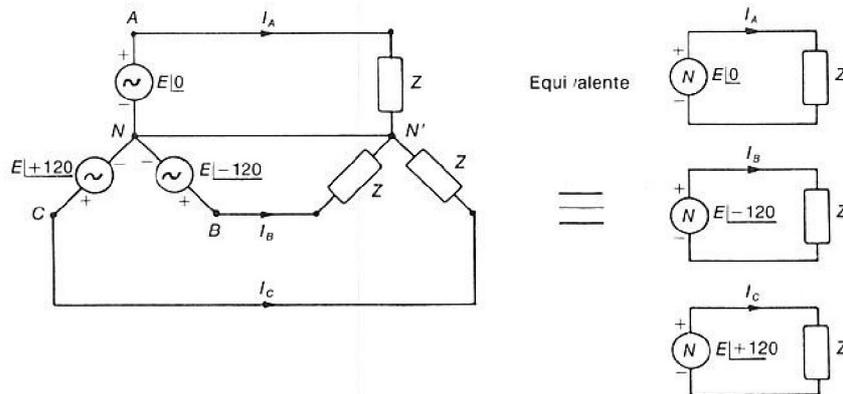


Fig. 7.8 Equivalência entre circuitos trifásico e monofásico.

As correntes trifásicas \dot{I}_A , \dot{I}_B e \dot{I}_C ficam valendo, então:

$$\dot{I}_A = \frac{E |0^\circ}{Z} \quad (7.16)$$

$$i_B = \frac{E \angle -120^\circ}{Z} \quad (7.17)$$

$$i_C = \frac{E \angle +120^\circ}{Z} \quad (7.18)$$

Desta forma o equacionamento de um circuito trifásico simétrico equivalente reduz-se à resolução de um único circuito monofásico, uma vez que as Eqs. (7.16) a (7.18) resultam em valores de correntes de mesmo módulo, defasadas de 120° entre si. Este processo será chamado em tudo quanto se segue de método do *neutro fictício*.

Caso desejemos obter as relações entre grandezas de fase e de linha, podemos estabelecer imediatamente, por inspeção, que, para a carga ligada em estrela, teremos sempre corrente de linha igual à de fase.

Já para as tensões de linha, podemos escrever, supondo seqüência direta:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{AB} \\ \dot{V}_{BC} \\ \dot{V}_{CA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{V}_{AN} \\ \dot{V}_{BN} \\ \dot{V}_{CN} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{V}_{BN} \\ \dot{V}_{CN} \\ \dot{V}_{AN} \end{bmatrix} \quad (7.19)$$

Ou, ainda:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{AB} \\ \dot{V}_{BC} \\ \dot{V}_{CA} \end{bmatrix} = \dot{V} \begin{bmatrix} 1 \angle 0^\circ \\ 1 \angle -120^\circ \\ 1 \angle +120^\circ \end{bmatrix} - \dot{V} \begin{bmatrix} 1 \angle -120^\circ \\ 1 \angle +120^\circ \\ 1 \angle -120^\circ \end{bmatrix} \quad (7.20)$$

Resultando, finalmente, em:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{AB} \\ \dot{V}_{BC} \\ \dot{V}_{CA} \end{bmatrix} = \dot{V} \sqrt{3} \angle 30^\circ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \angle -120^\circ \\ 1 \angle +120^\circ \end{bmatrix} \quad (7.21)$$

Da Eq. (7.21) tiramos a relação geral válida para todo trifásico simétrico e equilibrado: caso desejemos obter a tensão de linha a partir da de fase, basta multiplicarmos esta por $\sqrt{3} \angle 30^\circ$, caso a seqüência seja direta. Caso tenhamos seqüência inversa, deduz-se facilmente que esta relação passa a ser $\sqrt{3} \angle -30^\circ$.

7.4.2 Ligação Y-Δ

Uma das opções de solução do circuito da Fig. 7.7 é transformar o triângulo na estrela equivalente, recaindo desta forma no caso anterior.

Caso desejemos resolver o circuito primitivo, devemos utilizar uma característica das ligações em triângulo, qual seja, a tensão de fase será sempre igual à de linha.

Assim, para o circuito da Fig. 7.7, podemos escrever que as correntes de fase valem:

$$i_1 = \frac{V_{AB}}{Z} \quad (7.22)$$

$$i_2 = \frac{V_{CA}}{Z} \quad (7.23)$$

$$i_3 = \frac{V_{BC}}{Z} \quad (7.24)$$

Equacionando as correntes de linha em termos das de fase:

$$i_A = i_1 - i_2 \quad (7.25)$$

$$i_B = i_3 - i_1 \quad (7.26)$$

$$i_C = i_2 - i_3 \quad (7.27)$$

Supondo seqüência direta aplicada, podemos reescrever as Eqs. (7.25) a (7.27) através de:

$$\begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = i \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \angle +120^\circ \\ 1 \angle -120^\circ \end{bmatrix} - i \begin{bmatrix} 1 \angle -120^\circ \\ 1 \angle 0^\circ \\ 1 \angle +120^\circ \end{bmatrix} \quad (7.28)$$

Ou, ainda,

$$\begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = i \sqrt{3} \angle -30^\circ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \angle -120^\circ \\ 1 \angle +120^\circ \end{bmatrix} \quad (7.29)$$

Assim sendo, a relação entre corrente de fase e de linha para carga ligada em triângulo será sempre $\sqrt{3} \angle -30^\circ$, quando tivermos seqüência direta aplicada. Caso a seqüência seja inversa, a relação torna-se $\sqrt{3} \angle 30^\circ$.

7.5 CIRCUITOS TRIFÁSICOS DESEQUILIBRADOS

Para circuitos trifásicos desequilibrados, ao contrário do que acontecia com os equilibrados, teremos três possíveis situações, descritas na Fig. 7.9. Devemos destacar que isto se deve à situação da ligação estrela com neutro, uma vez que, para circuitos equilibrados, a corrente do neutro é nula, fato que torna esta situação equivalente à ligação estrela sem neutro.

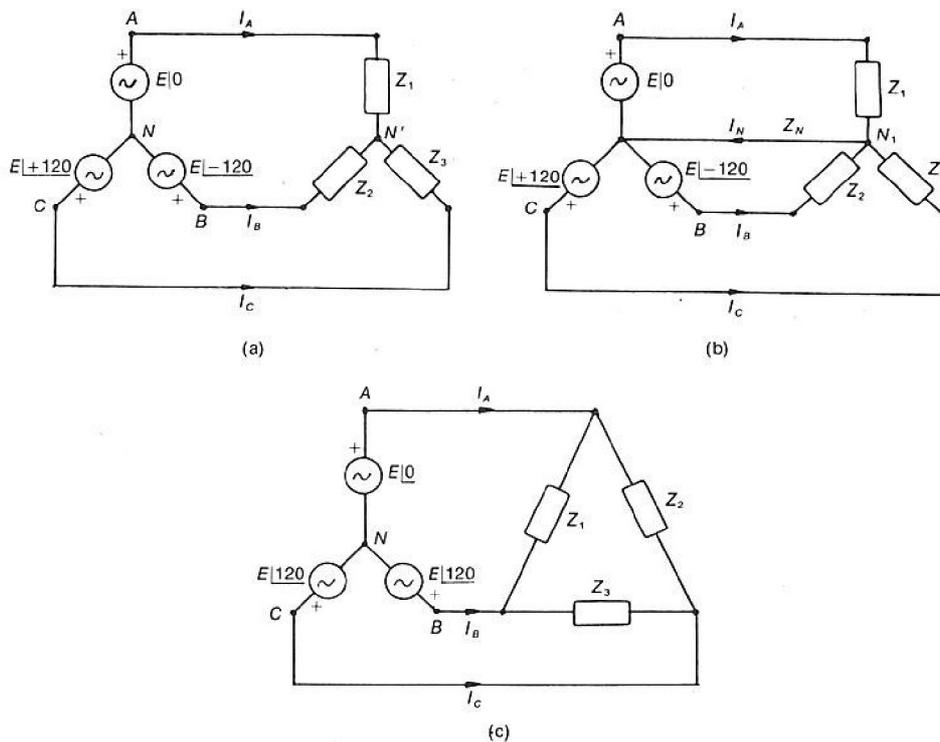


Fig. 7.9 Circuitos desequilibrados — (a) ligação Y-Y; (b) ligação Y_1-Y_2 ; (c) ligação Y- Δ .

7.5.1 Ligação Y-Y

Para o circuito da Fig. 7.9a, não podemos aplicar o método do neutro fictício, válido para sistemas equilibrados, uma vez que, caso interligássemos N e N' , teríamos uma corrente circulando, ao contrário do que ocorreria para circuito equilibrado. Assim, deve-se aplicar análise de malhas, ficando então:

$$\dot{V}_{AN} + \dot{V}_{NN'} = \dot{Z}_1 \dot{I}_A \quad (7.30)$$

$$\dot{V}_{BN} + \dot{V}_{NN'} = \dot{Z}_2 \dot{I}_B \quad (7.31)$$

$$\dot{V}_{CN} + \dot{V}_{NN'} = \dot{Z}_3 \dot{I}_C \quad (7.32)$$

Para o ponto N' temos:

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0 \quad (7.33)$$

Reescrevendo as Eqs. (7.30) a (7.32):

$$\dot{I}_A = \frac{1}{\dot{Z}_1} (\dot{V}_{AN} + \dot{V}_{NN'}) \quad (7.34)$$

$$\dot{I}_B = \frac{1}{\dot{Z}_2} (\dot{V}_{BN} + \dot{V}_{NN'}) \quad (7.35)$$

$$\dot{I}_C = \frac{1}{\dot{Z}_3} (\dot{V}_{CN} + \dot{V}_{NN'}) \quad (7.36)$$

Somando então as Eqs. (7.34) a (7.36):

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0 = \frac{1}{\dot{Z}_1} (\dot{V}_{AN} + \dot{V}_{NN'}) + \frac{1}{\dot{Z}_2} (\dot{V}_{BN} + \dot{V}_{NN'}) + \frac{1}{\dot{Z}_3} (\dot{V}_{CN} + \dot{V}_{NN'}) \quad (7.37)$$

O valor de $\dot{V}_{NN'}$ fica sendo,

$$\dot{V}_{NN'} = \frac{\frac{1}{\dot{Z}_1} \dot{V}_{AN} + \frac{1}{\dot{Z}_2} \dot{V}_{BN} + \frac{1}{\dot{Z}_3} \dot{V}_{CN}}{\frac{1}{\dot{Z}_1} + \frac{1}{\dot{Z}_2} + \frac{1}{\dot{Z}_3}} \quad (7.38)$$

Introduzindo então o valor de $\dot{V}_{NN'}$, obtido da Eq. (7.36), nas Eqs. (7.34) a (7.36), temos resolvido o circuito trifásico desequilibrado.

7.5.2 Ligação Y-Y com impedância de neutro Z_N

Para o circuito da Fig. 7.9b, podem ser escritas equações análogas às da seção anterior, a menos do valor de $\dot{V}_{NN'}$, que será nulo, quando interligarmos os pontos N e N' através de um fio de impedância nula, ou valerá $\dot{Z}_N \cdot \dot{I}_N$, quando considerarmos a impedância do neutro. Assim, para o caso geral, $\dot{Z}_N \neq 0$, temos:

$$\dot{V}_{AN} + \dot{Z}_N \dot{I}_N = \dot{Z}_1 \dot{I}_A \quad (7.39)$$

$$\dot{V}_{BN} + \dot{Z}_N \dot{I}_N = \dot{Z}_2 \dot{I}_B \quad (7.40)$$

$$\dot{V}_{CN} + \dot{Z}_N \dot{I}_N = \dot{Z}_3 \dot{I}_C \quad (7.41)$$

Ou, ainda:

$$\dot{I}_A = \frac{1}{\dot{Z}_1} (\dot{V}_{AN} + \dot{Z}_N \dot{I}_N) \quad (7.42)$$

$$\dot{I}_B = \frac{1}{\dot{Z}_2} (\dot{V}_{BN} + \dot{Z}_N \dot{I}_N) \quad (7.43)$$

$$\dot{I}_C = \frac{1}{\dot{Z}_3} (\dot{V}_{CN} + \dot{Z}_N \dot{I}_N) \quad (7.44)$$

Para o ponto N' :

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C \quad (7.45)$$

Ou seja,

$$\dot{I}_N = \frac{1}{\dot{Z}_1} \dot{V}_{AN} + \frac{1}{\dot{Z}_2} \dot{V}_{BN} + \frac{1}{\dot{Z}_3} \dot{V}_{CN} + \left(\frac{\dot{Z}_N}{\dot{Z}_1} + \frac{\dot{Z}_N}{\dot{Z}_2} + \frac{\dot{Z}_N}{\dot{Z}_3} \right) \dot{I}_N \quad (7.46)$$

Assim:

$$\dot{I}_N = \frac{\left(\frac{1}{\dot{Z}_1} \dot{V}_{AN} + \frac{1}{\dot{Z}_2} \dot{V}_{BN} + \frac{1}{\dot{Z}_3} \dot{V}_{CN} \right)}{1 - \left(\frac{\dot{Z}_N}{\dot{Z}_1} + \frac{\dot{Z}_N}{\dot{Z}_2} + \frac{\dot{Z}_N}{\dot{Z}_3} \right)} \quad (7.47)$$

Com o valor de \dot{I}_N , calculamos das Eqs. (7.42) a (7.44) as incógnitas do problema. Para o caso particular da impedância do neutro ser zero, \dot{I}_N passa a valer:

$$\dot{I}_N = \frac{1}{\dot{Z}_1} \dot{V}_{AN} + \frac{1}{\dot{Z}_2} \dot{V}_{BN} + \frac{1}{\dot{Z}_3} \dot{V}_{CN} \quad (7.48)$$

7.5.3 Ligação Y-Δ

Para o circuito da Fig. 7.9c, basta transformar a carga em Δ na Y equivalente, recaindo na ligação Y-Y já estudada na seção anterior.

7.6 POTÊNCIA EM CIRCUITOS TRIFÁSICOS

Nesta seção estabeleceremos o procedimento de cálculo da potência consumida em um circuito trifásico qualquer, particularizando em seguida os resultados para o caso de circuitos equilibrados.

No desenvolvimento da metodologia proposta não necessitamos dividir a análise para diversas situações, uma vez que, no caso de trifásico a três fios, só estudaremos a estrela equivalente (Fig. 7.10).

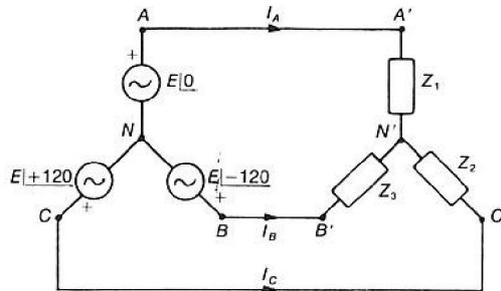


Fig. 7.10 Trifásico a três fios — estrela equivalente.

Assim, para o circuito da Fig. 7.10, temos que a potência total é a somatória da potência consumida em cada fase, ou seja:

$$\dot{S} = \dot{V}_{A'N} \dot{I}_A^* + \dot{V}_{B'N} \dot{I}_B^* + \dot{V}_{C'N} \dot{I}_C^* \quad (7.49)$$

7.6.1 Medida de potência ativa (P)

Caso desejemos medir a potência ativa consumida, basta, aplicando o teorema de Blondel — que diz que, para medirmos a potência ativa de um circuito de n fios, necessitamos $n - 1$ wattímetros —, utilizar dois wattímetros ligados conforme a Fig. 7.11.

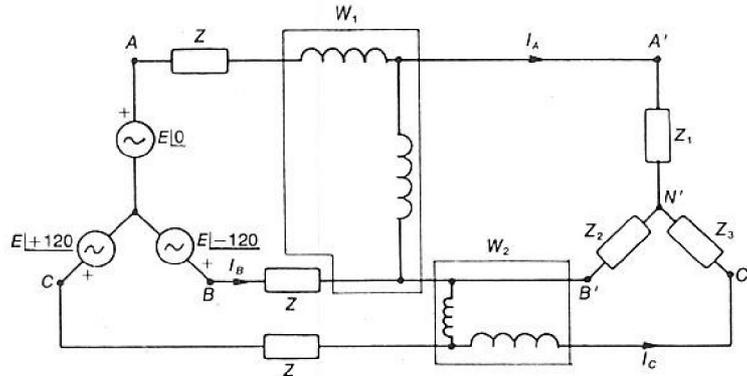


Fig. 7.11 Wattímetros para medição de potência ativa.

Como sabemos, a leitura de um wattímetro corresponde à parte real do produto da tensão medida pela bobina voltimétrica com o complexo conjugado da corrente que circula pela amperométrica.

Assim, para o circuito da Fig. 7.11, ficamos com:

$$W_1 = \operatorname{Re} |\dot{V}_{A'B'} \dot{I}_A^*| = \frac{1}{T} \int_0^T V_{A'B'} I_A dt \quad (7.50)$$

$$W_2 = \operatorname{Re} |\dot{V}_{C'B'} \dot{I}_C^*| = \frac{1}{T} \int_0^T V_{C'B'} I_C dt \quad (7.51)$$

Escrevendo as Eqs. (7.50) e (7.51) em termos das tensões de fase:

$$W_1 = \frac{1}{T} \int_0^T (V_{A'N'} - V_{B'N'}) I_A dt \quad (7.52)$$

$$W_2 = \frac{1}{T} \int_0^T (V_{C'N'} - V_{B'N'}) I_C dt \quad (7.53)$$

Somando membro a membro (7.52) e (7.53), temos:

$$W_1 + W_2 = \frac{1}{T} \int_0^T (V_{A'N'} I_A + V_{C'N'} I_C + V_{B'N'} I_B) dt \quad (7.54)$$

Devemos frisar que existem diversas alternativas de ligação de dois wattímetros de forma a medir a potência ativa de um trifásico, todas devendo obedecer à seguinte regra de ligação:

Fase comum de referência para as bobinas voltimétricas dos dois wattímetros. Bobinas amperométricas medindo corrente nas fases que não são de referência.

Para o caso particular de trifásico equilibrado, a Eq. (7.49) fica:

$$\hat{S} = \hat{V}_{A'N}\hat{I}_A^\circ + \hat{V}_{B'N}\hat{I}_B^\circ + \hat{V}_{C'N}\hat{I}_C^\circ \quad (7.55)$$

$$S = V_F I_F + (1 \angle -120^\circ \cdot V_F I_F \angle +120^\circ) + (1 \angle 120^\circ V_F I_F \angle -120^\circ) \quad (7.56)$$

$$S = 3V_F I_F \quad (7.57)$$

Ou, ainda,

$$\hat{S} = 3V_F I_F \angle \phi \quad (7.58)$$

$$\hat{S} = 3V_F I_F \cos \phi + j\sqrt{3}V_F I_F \sin \phi \quad (7.59)$$

Caso desejemos colocar S em função de valores de linha,

$$\hat{S} = \sqrt{3}V_L I_L \cos \phi + j\sqrt{3}V_L I_L \sin \phi \quad (7.60)$$

7.6.2 Medida de potência reativa (Q)

De forma análoga à seção anterior, aplicando o teorema de Blondel, temos que, para medir a potência reativa de um trifásico qualquer a três fios, necessitaremos de dois wattímetros, onde em cada um destes aparelhos a resistência da bobina voltimétrica é substituída por uma indutância. Este wattímetro com esta alteração será chamado em tudo quanto se segue de *varmetro*.

Este varmetro deve ser ligado obedecendo a regra análoga à dos wattímetros, conforme a Fig. 7.12.

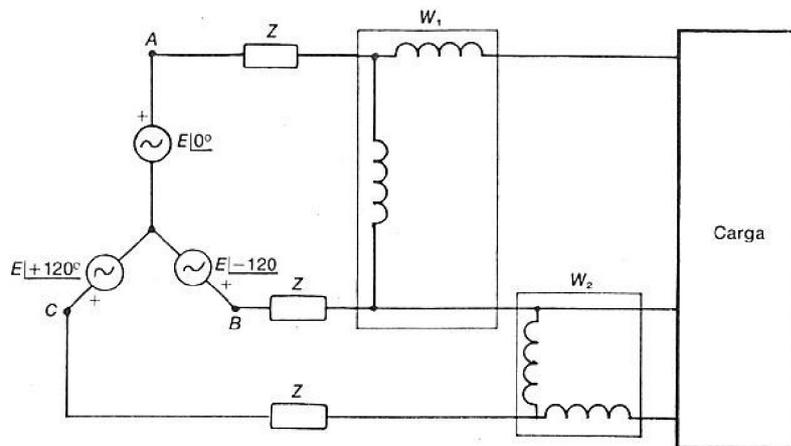


Fig. 7.12 Ligação de varmetros.

Desta forma, cada varmetro terá sua indicação dada por:

$$W_1 = I_M(\dot{V}_{AB} \dot{I}_A^*) \quad (7.61)$$

$$W_2 = I_M(\dot{V}_{CB} \dot{I}_C^*) \quad (7.62)$$

onde I_M é a parte imaginária do complexo.

Caso tenhamos um circuito trifásico equilibrado, pode ser facilmente provado que um único wattímetro com a bobina voltimétrica ligada entre duas fases e amperométrica na restante mede a potência reativa dividida por $\sqrt{3}$.

Seja então o wattímetro ligado conforme esquema da Fig. 7.13.

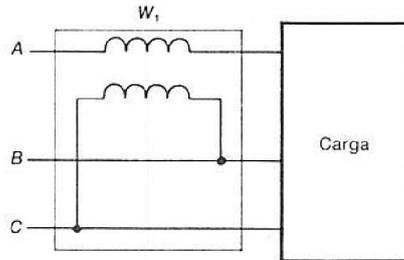


Fig. 7.13 Wattímetro ligado como varmetro.

A leitura de W_1 vale,

$$W_1 = Re(\dot{V}_{BC} \dot{I}_A^*) \quad (7.63)$$

Supondo seqüência direta aplicada, temos, [†]

$$\dot{V}_{BC} = V \angle -120^\circ \quad (7.64)$$

$$\dot{I}_A = I \angle 0^\circ \quad (7.65)$$

Assim, W_1 vale:

$$W_1 = Re(\dot{V} \angle -120^\circ \dot{I}) \quad (7.66)$$

Calculando-se a defasagem entre \dot{V}_{BC} e \dot{I} ficamos com:

$$W_1 = Re(\dot{V} \dot{I} \angle -90^\circ - \phi) \quad (7.67)$$

Ou, ainda,

$$W_1 = VI \text{ sen } \phi \quad (7.68)$$

Como sabemos, a potência reativa vale:

$$Q = \sqrt{3}VI \text{ sen } \phi \quad (7.69)$$

Ou seja, comparando as Eqs. (7.68) e (7.69), temos a ligação do wattímetro conforme a Fig. (7.13) dá a leitura da potência reativa, a menos de $\sqrt{3}$, para circuitos trifásicos simétricos e equilibrados.

7.6.3 Particularidades de circuitos trifásicos equilibrados

Para circuitos trifásicos e equilibrados valem algumas premissas que serão exemplificadas em exercícios resolvidos apresentados a seguir.

Caso tenhamos em um circuito trifásico dois wattímetros ligados de forma a medir a potência ativa do circuito, podemos fazer as seguintes afirmações:

Dada a seqüência de fase aplicada, as leituras W_1 e W_2 , pode-se determinar a natureza da carga. Ou, ainda, com a natureza da carga e as leituras W_1 e W_2 , determina-se a seqüência em fase aplicada.