

**Introdução - Técnicas de Otimização
Aplicadas em Projeto de Peças
Mecânicas**

**PMR - 5215 - Otimização Aplicada ao Projeto de
Sistemas Mecânicos**

**Prof. Dr. Emílio Carlos Nelli Silva
Prof. Dr. Thiago Martins**
Escola Politécnica da USP
Departamento de Engenharia Mecatrônica e Sistemas
Mecânicos

Seqüência de Apresentação

- Introdução
- Otimização Paramétrica
- Otimização de Forma
- Otimização Topológica (OT)
- Aplicações Industriais de Otimização

No que consiste Otimização?

Considere o problema: maximizar a rigidez do chassi de um automóvel

Parâmetros que podem ser alterados:

- largura dos reforçadores (b_1, b_2)
- momento de inércia dos reforçadores (I);
- distância entre os reforçadores (L_1 e L_2);
- posição dos reforçadores (L_3 e L_4);
- espessura da chapa em diferentes pontos (h_1, h_2)
- material do chassi (E);

Total: 10 parâmetros para se alterar
Suponha que cada parâmetro possa assumir 10 valores definidos.

No que consiste Otimização?

**Primeira abordagem para solução do problema:
Análise**

- Executar análises para cada combinação de valores dos parâmetros b_1, b_2, L_1, L_2 , etc.;
- Construir gráficos do desempenho em função de cada parâmetro;
- Encontrar a combinação de parâmetros que fornece o melhor desempenho.

No que consiste Otimização?

Conseqüências da abordagem de análise:

Considerando só 3 parâmetros \Rightarrow análise de 10^3 combinações de parâmetros.
Se o tempo de cada análise=0,1 s \Rightarrow Tempo total: 100s

Agora considerando os 10 parâmetros \Rightarrow análise de 10^{10} combinações de parâmetros.
Se o tempo de cada análise = 10 s \Rightarrow Tempo total: 10^{11} s = 3200 anos!!

Essa abordagem é inviável para um grande número de parâmetros!!

No que consiste Otimização?

**Segunda abordagem:
Otimização (ou Síntese)**

- Utilização de métodos computacionais de otimização que realizam uma busca racionalizada da solução ótima;
- Torna automática e sistemática a busca do ponto ótimo, ou seja, independente da experiência do projetista;
- O tempo de solução do problema anterior seria reduzido para algumas horas, por exemplo.

Introdução 7

Definição Básica de um problema de otimização

Minimizar (ou Maximizar) Função Objetivo (rigidez, (variáveis de projeto) frequência de ressonância, etc.)

Tal que Restrições (máxima massa ou volume, deslocamento tensão mecânica, etc...)

Variáveis de projeto (parâmetros a serem alterados na otimização):

- dimensões da peça;
- parâmetros de uma curva que representa a forma da peça;
- distribuição de material na peça;

Prof. Dr. Emílio C. Nelli Silva

Histórico da Otimização na Engenharia Mecânica 8

Não houve evolução nos estudos de otimização estrutural. Somente são estudados problemas acadêmicos sem aplicação prática.

Surgimento do MEF: problemas práticos passam a ser estudados com otimização.

Maxwell
Michell

1872 1904 1960 1970

1970 1980 1990 até agora

- Surgem novos algoritmos de otimização para problemas não-lineares;
- Surge o método de otimização de forma.
- Surgem softwares comerciais de otimização estrutural;
- Surge o método de otimização topológica (MOT).
- O MOT é implementado em softwares comerciais;
- O MOT é estendido para diversas áreas da engenharia: elétrica, fluidos, etc...

Prof. Dr. Emílio C. Nelli Silva

Histórico da Otimização na Engenharia Mecânica 10

• “The limits of economy of material in frame structures”, (1904)

Anthony G.M. Michell (1870-1959)

Prof. Dr. Emílio C. Nelli Silva

Histórico da Otimização na Engenharia Mecânica 10

Michell (1904)

Estrutura bi-apoiada Manivela

Estrutura em torção Estrutura engastada

Prof. Dr. Emílio C. Nelli Silva

Design Optimization Impact 3

Materials used in B787 body

- Fiberglass 19%
- Aluminum 20%
- Carbon laminate composite 59%

Total materials used By weight

- Steel 10%
- Other 1%
- Composites 50%

By comparison, the 777 uses 12 percent composites and 50 percent aluminum.

Prof. Dr. Emílio C. Nelli Silva

Técnicas de Otimização Disponíveis 12

Considere o problema:

Encontre a estrutura que:

Minimize Flexibilidade (ou maximize a rigidez)
tal que Restrição de volume de material usado

Prof. Dr. Emílio C. Nelli Silva

Técnicas de Otimização Disponíveis

Abordagens possíveis para a solução:

Otimização Paramétrica

Perfil da Seção

Otimização de Forma

Perfil da Seção

Otimização Topológica

Perfil da Seção

Prof. Dr. Emílio C. Nelli Silva

Otimização Paramétrica

- As variáveis de projeto são as dimensões ou razão das dimensões da peça;
- Não altera a forma da peça, apenas seu aspecto;

Exemplos:

Váriaveis são as áreas A_1, A_2 e A_3 .

Váriaveis são as coordenadas dos nós

Prof. Dr. Emílio C. Nelli Silva

Otimização Paramétrica

Projeto de um freio automotivo

Veículo de 2725 Kg a 90 Km/h deve parar em 20s.

Váriaveis de Projeto: dimensões acima

Min Massa do tambor tal que

$F \leq F_{max}$

Temperatura $\leq T_{max}$

Tempo de parada $\leq t_{max}$

Restrição de dimensões

Prof. Dr. Emílio C. Nelli Silva

Otimização Paramétrica

Resultados obtidos com um software de otimização que utiliza elementos finitos:

Parâmetros	Valor Inicial	Valor Ótimo
Largura b	0,08 m	0,08 m
ângulo θ	2,10 rad	1,92 rad
Razão a/r	0,75	0,755
Espessura do tambor t	0,010 m	0,020 m
Força F	2815 N	2086 N
tempo de parada tm	7,04 s	7,00 s
Temperatura Máxima T	348,7°C	229,2°C
Volume do Tambor V	754 cm ³	1590 cm ³

Prof. Dr. Emílio C. Nelli Silva

Otimização Paramétrica

Projeto de um eixo composto

Força axial e torque

$L=1,52m$

Eixo neutro

Eixo com 4 camadas:

- 1° camada é paralela ao eixo;
- 4° camada é normal ao eixo;
- 2° e 3° camadas são orientadas com ângulo θ e $-\theta$ com o eixo;

Condições de projeto: transmitir 1000 HP a 6000 rpm com carga axial de 13350 N e transmitir 1500 HP a 8000 rpm sem carga axial.

Prof. Dr. Emílio C. Nelli Silva

Otimização Paramétrica

Min Massa do eixo tal que Restrições de tensão mecânica de flambagem Restrições de freqüência crítica

Resultados obtidos com um software de otimização utilizado juntamente com um modelo analítico do eixo:

	Aço	Composito
Raio r_p , cm	12,7	6,91
Espessura t_1 , cm	0,1258	0,3834
Espessura t_2 , cm	—	0,0396
Espessura t_3 , cm	—	0,0396
Espessura t_4 , cm	—	0,0
Ângulo da camada θ , graus	—	8,6
Massa, Kg	12,03	4,90

Prof. Dr. Emílio C. Nelli Silva

Otimização de Forma

19

- Altera somente as formas da estrutura, não permitindo encontrar novos “furos” no seu domínio;
- Variáveis de projeto são coordenadas dos nós da malha de MEF ou coeficientes de uma curva que representa a forma da estrutura (por exemplo, curvas “spline”);
- Exige técnicas de remalhamento da malha de MEF, que é distorcida durante a otimização;

Prof. Dr. Emilio C. Nelli Silva

Otimização de Forma

20

Exemplo de Procedimento:

Cortesia Altair Inc. Prof. Dr. Emilio C. Nelli Silva

Otimização Topológica (OT)

21

Procedimento Típico:

Prof. Dr. Emilio C. Nelli Silva

Otimização Topológica (OT)

22

Otimização topológica (OT) combina:

- Método de Elementos Finitos (MEF);
- Algoritmos de otimização (programação matemática, etc...);

para encontrar a distribuição ótima de material num domínio **fixo**.

Prof. Dr. Emilio C. Nelli Silva

Exemplo

23

Encontre a estrutura no domínio abaixo que:

Minimize Flexibilidade
Sujeito a Restrição de Volume

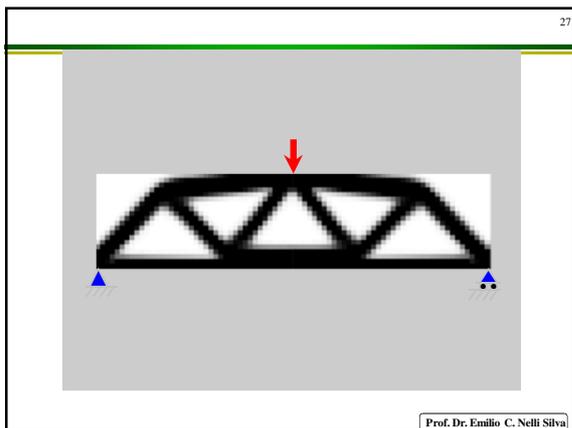
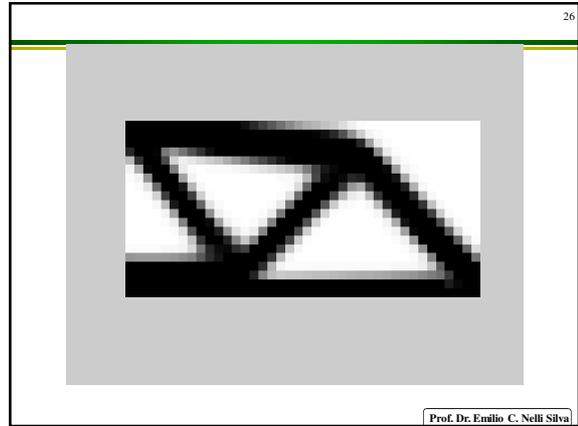
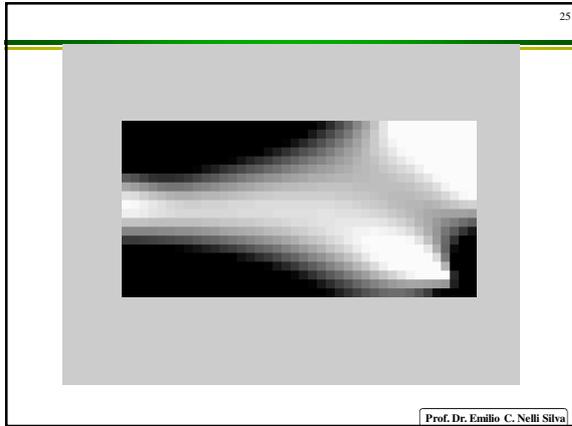
Simetria (somente metade do domínio é considerada)

Prof. Dr. Emilio C. Nelli Silva

Exemplo

24

Prof. Dr. Emilio C. Nelli Silva



42

Otimização Topológica (OT)

Século XXI – Projetos otimizados

Projeto de uma ponte 3D:

Maior performance (rigidez)
Menor volume (economia de material)

m2do.ucsd.edu/

Prof. Dr. Emilio C. Nelli Silva

29

Como tudo começou...

M. P. Bendsøe and N. Kikuchi, "Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 71, pp.197–224, 1988.

M.P. Bendsøe

Noboru Kikuchi

Em 2018 comemorou-se 30 anos!!!

Prof. Dr. Emilio C. Nelli Silva

30

Example (First Industrial Applications)

"MBB Beam - Messerschmitt-Bolkow-Blohm" – Airbus 319 (1989)

	Volume	Deflection	Max. Stress	Weight Reduction
Initial, unfeasible design	1.07	10.1	292	
Parametric optimization	1.02	10.1	248	4.7%
Shape optimization	0.95	10.1	372	11.2%
Topology optimization	0.65	10.1	227	39.2%
Final design	0.58	10.1	305	45.7%

Prof. Dr. Emilio C. Nelli Silva

Exemplos 31

Viga "MBB - Messerschmitt-Bolkow-Blohm"

The diagram illustrates the design process for a beam. It starts with a "Design problem" involving a beam with a central hole, subjected to a load P and a moment C . The design objectives are "Dynamic Bending" and "Low weight". The constraints are "Stiffness" and "Topology". The process shows the evolution from a simple beam to a "Topology optimized design - 7 holes, 406 stiffers at the same weight".

Prof. Dr. Emilio C. Nelli Silva

Exemplos 32

The diagram compares three designs for a beam under a point load P . (a) "Domínio Inicial" (Initial Domain) is a simple rectangular beam. (b) "Resultado da Otimização Topológica" (Topological Optimization Result) is a complex, lattice-like structure. (c) "Resultado Analítico (Michell, 1904)" is a smooth, curved structure. (d) and (e) show intermediate stages of the topological optimization process.

Prof. Dr. Emilio C. Nelli Silva

Exemplos 33

The diagram shows a sequence of four beam designs. As the volume restriction is decreased, the structure becomes more complex and porous. A text box indicates "Diminuindo a restrição de volume" (Decreasing volume restriction).

Prof. Dr. Emilio C. Nelli Silva

Áreas de Atuação 34

- Problemas estruturais em geral:
 - * maximização da frequência de ressonância (ou carga de flambagem);
 - * minimização da resposta em frequência;
 - * maximização da absorção de energia de impacto;
 - * etc...
- Mecanismos Flexíveis;
- MEMS ("Microelectromechanical Systems")
- Transdutores (atuadores, motores) Piezoelétricos;
- Dispositivos Eletromagnéticos:
 - * maximização da relação torque/volume nos motores elétricos;
 - * maximização da receptividade e emissividade em antenas;
- Projeto de materiais compostos com propriedades desejadas;

Veja o site: <http://www.topopt.dtu.dk>.

Prof. Dr. Emilio C. Nelli Silva

Exemplo 35

The diagram shows a 3D rectangular block with dimensions 4, 2, and 4. A load P is applied to the top surface. The design parameters are: Domínio inicial: 65.000 elementos finitos tipo "tijolo"; Tempo de CPU: 37 horas; Restrição de Volume: 35%. The resulting topology-optimized structure is shown below.

Aluno: James Edward Shooter Prof. Dr. Emilio C. Nelli Silva

Exemplo 36

The diagram shows a 3D rectangular block with dimensions 2, 7, and 5. A load P is applied to the top surface. The design parameters are: Domínio inicial: 70.000 elementos finitos tipo "tijolo"; Tempo de CPU: 42 horas; Restrição de Volume: 35%. The resulting topology-optimized structure is shown below.

Aluno: James Edward Shooter Prof. Dr. Emilio C. Nelli Silva

Exemplo 37

Caso 1 **Caso 2**

Domínio inicial: 73.000 elementos finitos tipo "tijolo"
 Tempo de CPU: 48 horas
 Restrição de Volume: 35%

Aluno: James Edward Shooter Prof. Dr. Emilio C. Nelli Silva

Exemplos 38

Reforçamento ótimo de chapas com máxima razão rigidez/volume

Capô de Automóvel

Carregamento

Reforçamento Otimizado

(Bendsoe&Kikuchi 1988)

Prof. Dr. Emilio C. Nelli Silva

Exemplos 39

Chassi de automóvel

Carregamento

Reforçamento otimizado

(Bendsoe&Kikuchi 1988)

Prof. Dr. Emilio C. Nelli Silva

Formulação de OT para Treliças 40

Projeto Inicial

Projeto otimizado

(Bendsoe&Kikuchi 1988)

Prof. Dr. Emilio C. Nelli Silva

Exemplos de Resultados de OT para Treliças 41

Domínio Inicial de Projeto

Resultado de OT

Prof. Dr. Emilio C. Nelli Silva

Aplicações Industriais 42

Exemplo 2: Braço de suspensão dianteira de caminhão.

Domínio de projeto

Resultado da OT

Interpretação com algoritmo de suavização

Modelo de CAD (IGES) Avaliação final por MEF

Cortesia Altair Engineering, Inc., Michigan, EUA

Prof. Dr. Emilio C. Nelli Silva

Otimização Topográfica

43

Objetivo: Encontrar a distribuição de um padrão de reforçador em estruturas de placas e cascas

Cortesia Altair Engineering, Inc., Michigan, EUA Prof. Dr. Emílio C. Nelli Silva

Otimização Topográfica

44

Importância → Ex.: Placa sujeita à torsão

Cortesia Altair Engineering, Inc., Michigan, EUA Prof. Dr. Emílio C. Nelli Silva

Otimização Topográfica

45

Comparação de desempenho entre as soluções

Soluções	Máx. Deflexão	Máx. Tensão
Otimizada	1,17	196
forma X	2,23	267
forma X com flange	4,41	644
forma X com borda rígida	10,57	520
canto-à-canto	6,47	434

Cortesia Altair Engineering, Inc., Michigan, EUA Prof. Dr. Emílio C. Nelli Silva

Aplicação em Otimização de Soldas

46

- O domínio ocupado pela solda é discretizado em elementos finitos, tanto no caso de solda contínua (ACM) como ponto a ponto (MIG).
- Esse domínio é definido como domínio de projeto na otimização topológica.

Prof. Dr. Emílio C. Nelli Silva

Exemplo

47

- Modelo: viga engastada sujeita à flexão e torsão.
- Configuração inicial: 34 soldas MIG - domínio de solda foi discretizado em 260 elementos sólidos.

Objetivo: Manter a mesma rigidez original restringindo a fração de volume dos elementos sólidos que modelam a solda em 30%

Cortesia Altair Engineering, Inc., Michigan, EUA Prof. Dr. Emílio C. Nelli Silva

Resultados

48

Domínio Inicial

34 soldas MIG
(260 elementos)

Topologia da solda
(configuração otimizada,
deslocamento e flexibilidade
foram mantidos)

Redução de 40%
na quantidade de
solda

"Layout" final da solda
(deslocamento e flexibilidade
foram mantidos)

17 soldas MIG
Redução de 50%

Cortesia Altair Engineering, Inc., Michigan, EUA Prof. Dr. Emílio C. Nelli Silva

Aplicações Industriais

65

Aplicação: Airbus A380

Domínio de Projeto → Solução de OT → Verificação e Interpretação → Fabricação

Prof. Dr. Emílio C. Nelli Silva

Aplicações Industriais

50

Chassi de moto

Carroceria de ônibus

Prof. Dr. Emílio C. Nelli Silva

Topology Optimization of Fluids

51

Impeller Optimization

Numerical examples: 60° sector + 50% volume constraint + 1000 rpm

Prof. Dr. Emílio C. Nelli Silva

Projeto Otimizado em Engenharia

Veículo

Prof. Dr. Emílio C. Nelli Silva

Large Scale Structures

70

Qatar Convention Center (2008)

Dubai

Prof. Dr. Emílio C. Nelli Silva

Projeto Otimizado em Engenharia

Estádio de Futebol

Prof. Dr. Emílio C. Nelli Silva

Projeto Otimizado em Engenharia

HyperWorks

e extended the thinking to our dilutes range.

Prof. Dr. Emilio C. Nelli Silva

Otimização Utilizando Smartphones

56

TopOpt:

http://www.topopt.mek.dtu.dk

Prof. Dr. Emilio C. Nelli Silva

Otimização Utilizando Smartphones

TopOpt 3D:

http://www.topopt.mek.dtu.dk

Prof. Dr. Emilio C. Nelli Silva

Definições Básicas

58

•Classificação dos Tipos de Estruturas em Otimização:

Estruturas Contínuas

Estruturas Discretas

Casos Contínuos tratados como discretos

Prof. Dr. Emilio C. Nelli Silva

Definições Básicas

59

•Variáveis de Projeto (“Design Variables”): parâmetros que podem ser alterados na otimização.

*Variáveis Contínuas (mais comum)

- Parâmetro distribuído: $A(x) \Rightarrow$ função área
- Parâmetro discreto: A_1, A_2, \dots, A_n onde os A_i assumem qualquer valor real.

*Variáveis Discretas: $A_i \in \{1, 1,5, 3,2, 5,7\}$ (valores isolados)

Solução utiliza métodos baseados na teoria de Programação Inteira \Rightarrow algoritmos complexos e problemas de difícil solução.

Prof. Dr. Emilio C. Nelli Silva

Definições Básicas

60

A escolha das variáveis de projeto é crítico para o sucesso da otimização.

Placa

Prof. Dr. Emilio C. Nelli Silva

Definições Básicas 61

• Função Objetivo (“Objective Function”): o que se deseja otimizar.

Tipos de FO:

- * Simples: $\max f$
- * Multi-critério ou Multiobjetivo: $\begin{cases} \max w_1 f_1 + w_2 f_2 \\ \max \begin{matrix} f_1 \\ f_2 \end{matrix} \end{cases}$

Importante: $\max f \equiv \min -f \equiv \min \frac{1}{f}$
 $\max |x| \equiv \max x^2$; $\max k \cdot f \equiv \max f$; $\max k + f \equiv \max f$

Formulação da função objetivo

Devemos ser capaz de expressar matematicamente o que queremos. Ex.: deslocamentos, rigidez, frequência de ressonância, tensão mecânica, etc...

Cuidado: Como expressar por exemplo, as funções objetivo dirigibilidade e segurança num automóvel??

Prof. Dr. Emílio C. Nelli Silva

Definições Básicas 62

• Restrições (“Constraints”): limitações da solução otimizada.

Tipos:

- * Laterais: $x_{\min_i} \leq x_i \leq x_{\max_i}$ $i = 1..n$
- * Inigualdades: $g_j(\mathbf{x}) \geq 0$ $j = 1..n_g$ onde:
- * Igualdade: $h_k(\mathbf{x}) = 0$ $k = 1..n_e$ $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$

- Com relação a $h_j(\mathbf{x}) = 0$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{Complexo de implementar em alguns} \\ \text{algoritmos não-lineares de otimização;} \\ \text{* Pode ser transformado em geral:} \\ h_k(\mathbf{x}) \leq 0 \quad \text{e} \quad h_k(\mathbf{x}) \geq 0 \end{array} \right.$

- Restrições devem ser normalizadas para evitar problemas numéricos:

$$g_j(\mathbf{x}) \leq g_{\max_j} \Rightarrow \frac{g_j(\mathbf{x})}{g_{\max_j}} \leq 1 \Rightarrow \bar{g}_j(\mathbf{x}) - 1 \leq 0$$

- Deve-se evitar n_g e n_e grandes

Prof. Dr. Emílio C. Nelli Silva

Definições Básicas 63

Classificação das restrições:

- * Locais: tensões mecânicas e deslocamentos num ponto;
- * Globais: volume de material, rigidez, frequência de ressonância

Estado de uma restrição de desigualdade:

- * Ativa: $g_j(\mathbf{x}) = 0$
- * Inativa: $g_j(\mathbf{x}) > 0$

No final da otimização \rightarrow restrições ativas. Restrições inativas talvez possam ser removidas do problema de otimização inicial.

Medida da Importância de uma Restrição:

Multiplicadores de Lagrange (λ_i)

Se: $\lambda_i = 0 \Rightarrow$ restrição inativa (não é necessária)
 $\lambda_i \neq 0 \Rightarrow$ restrição ativa (é necessária) $\left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Se: } \lambda_i = 0 \Rightarrow \text{restrição inativa (não é necessária)} \\ \lambda_i \neq 0 \Rightarrow \text{restrição ativa (é necessária)} \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{Determinação das} \\ \text{restrições importantes} \end{array}$

Prof. Dr. Emílio C. Nelli Silva

Definições Básicas 64

Formulação do Problema de Otimização:

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar } f(\mathbf{x}) & \\ \text{tal que } g_j(\mathbf{x}) \geq 0 & j = 1..n_g \\ h_k(\mathbf{x}) = 0 & k = 1..n_e \end{array}$$

Um problema de otimização é linear se:

$$f(\mathbf{x}) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n; \quad g_j(\mathbf{x}) = d_1 x_1 + d_2 x_2 + \dots + d_n x_n;$$

e: $h_k(\mathbf{x}) = b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_n x_n$

caso contrário é não-linear.

Se for linear pode ser resolvido pelo método de “programação linear”.

Prof. Dr. Emílio C. Nelli Silva

Exemplo 65

$L_1 = \sqrt{x_1^2 + 100}$

Min $m = 0.29(A_1 L_1 + A_2 L_2 + A_3 L_3)$
 $A_1, A_2, A_3, x_1, x_2, x_3$
tal que

Restrições de equações de equilíbrio (Teorema de Castigliano)

$$\begin{cases} k_{11}(A_1, x_1, L_1)u + k_{12}(A_1, x_1, L_1)v - 10.000 = 0 \\ k_{12}(A_1, x_1, L_1)u + k_{22}(A_1, x_1, L_1)v = 0 \end{cases}$$

Restrições de Tensões Mecânicas

$$\begin{cases} 30.000 - \sigma_i(u, v, x_i, L_i) \geq 0 \\ \sigma_i(u, v, x_i, L_i) + 30.000 \geq 0 \\ A_i - 0,1 \geq 0 \end{cases} \quad i = 1, 2, 3$$

Prof. Dr. Emílio C. Nelli Silva

Definições Básicas 66

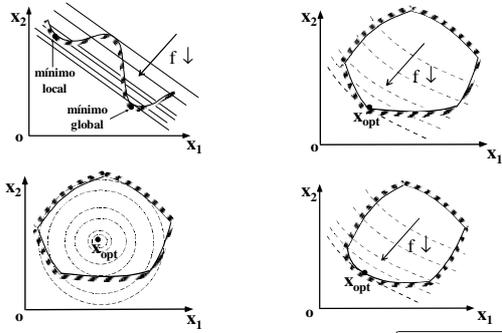
• Domínio Viável (“Feasible”) e Inviável (“Unfeasible”):

Prof. Dr. Emílio C. Nelli Silva

Definições Básicas

67

•Localização do Ponto Ótimo



Prof. Dr. Emilio C. Nelli Silva