



PME3210 – Mecânica dos Sólidos I – PSUB – 14/07/2023

Duração: 120 minutos

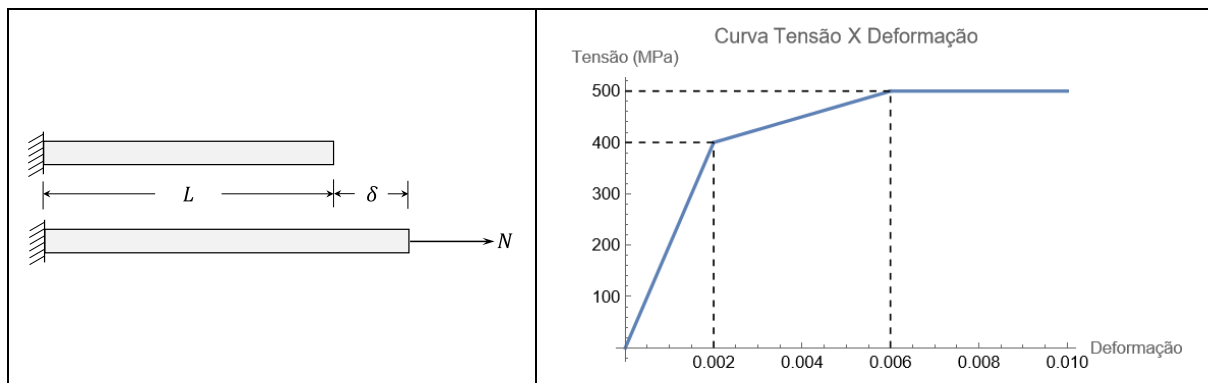
Só é permitido o uso de calculadoras simples (4 operações e raiz quadrada) na prova.

Nome: _____ N.USP: _____ Assinatura: _____

1ª Questão (2,5 pontos)

A barra da figura tem comprimento $L = 2\text{ m}$ e seção transversal quadrada de lado $a = 2\text{ cm}$. Quando a ela é aplicada uma força N , ela sofre uma variação de comprimento δ . O comportamento do material da barra está representado no gráfico. Pede-se:

- a) o valor de δ para $N = 100\text{ kN}$;
- b) o valor de δ para $N = 180\text{ kN}$;
- c) o valor admissível de N , considerando um fator de segurança de 1,25 em relação à tensão de escoamento.



Solução:

a)

$$\sigma = \frac{N}{A} = 250\text{ MPa} < 400\text{ MPa} \Rightarrow \varepsilon = \frac{250}{400} * 0,002 = 1,25 * 10^{-3}$$

$$\delta = \varepsilon * L = 2,5\text{ mm}$$

(1,0 pts)

b)

$$\sigma = \frac{N}{A} = 450\text{ MPa} > 400\text{ MPa} \Rightarrow \varepsilon = 0,002 + (450 - 400) * \frac{0,006 - 0,002}{500 - 400} = 4 * 10^{-3}$$

$$\delta = \varepsilon * L = 8\text{ mm}$$

(1,0 pts)

c)

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_y}{FS} = 400\text{ MPa}$$

$$N_{adm} = \sigma_{adm} * A = 160\text{ kN}$$

(0,5 pts)



2ª Questão (2,5 pontos)

Qual deve ser o diâmetro médio mínimo de um eixo tubular de alumínio para transmitir uma potência $P = 200 \text{ kW}$ a uma rotação $\omega = 2000 \text{ rpm}$? São dados:

- a relação entre o diâmetro médio e a espessura do tubo a ser utilizado: $D/t = 15$
- a tensão de cisalhamento limite do alumínio: $\tau_l = 300 \text{ MPa}$
- o fator de segurança a ser utilizado: 1,2

Solução:

$$T = \frac{P}{\omega} = 955 \text{ Nm}$$

(0,5 pto)

$$\tau_{adm} = \frac{\tau_l}{FS} = 250 \text{ MPa}$$

$$\tau = \frac{T D}{I_p 2}$$

$$I_p = \frac{1}{4} \pi D^3 t$$

$$\tau = \frac{2T}{\pi D^2 t} = \frac{30T}{\pi D^3}$$

(1,0 pto)

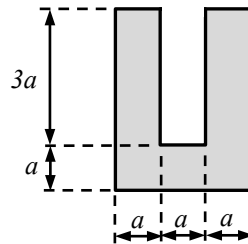
$$D_{min} = \sqrt[3]{\frac{30T}{\pi \tau_{adm}}} = \sqrt[3]{36,5 * 10} \text{ mm} = 33,2 \text{ mm}$$

(1,0 pto)



3ª Questão (2,5 pontos)

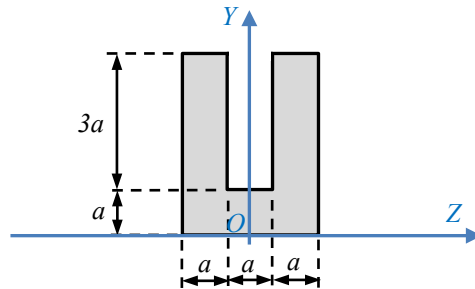
A figura abaixo ilustra a seção transversal de uma viga prismática submetida à flexão pura, com momento fletor positivo, sendo o plano vertical Oxy o plano de flexão da barra. Considerando que as tensões admissíveis do material sejam iguais a $\sigma_{adm} = 200$ MPa, tanto em tração quanto em compressão, determine o máximo momento fletor que pode ser aplicado à viga sem ultrapassar a tensão admissível do material.



Dados: $a = 30$ mm, $E = 200$ GPa.

Solução:

a) Posição do centroide: utilizando os eixos auxiliares OYZ indicados na figura, teremos:



$$Y_C = \frac{\sum A_i Y_i}{\sum A_i} = \frac{(12a^2)(2a) - (3a^2)(5a/2)}{9a^2} = \frac{11}{6}a = 55\text{mm}$$

(0,5 pto)

2º momento de área da seção em relação ao eixo OZ :

$$I_{ZZ} = 2 \left(\frac{a(4a)^3}{3} \right) + \frac{a(a)^3}{3} = \frac{129}{3}a^4 = 3,483 \times 10^7 \text{mm}^4$$

(0,5 pto)

2º momento de área da seção em relação ao eixo Cz que passa pelo centroide da seção:

$$I_{zz} = I_{ZZ} - A \cdot Y_C^2 = \frac{129}{3}a^4 - 9a^2 \left(\frac{11}{6}a \right)^2 = \frac{51}{4}a^4 = 10,3275 \times 10^6 \text{mm}^4$$

(0,5 pto)

Módulo de resistência da seção:

$$W = \frac{I_{zz}}{|y_{\max}|} = \left(\frac{51}{4}a^4 \right) \cdot \frac{1}{(4a - (11a/6))} = \frac{153}{26}a^3 = 15,88846 \times 10^4 \text{mm}^3$$

(0,5 pto)

Máxima tensão normal (no caso, de tração):

$$\sigma_{x,\max} = \frac{M_{\max}}{W} \leq \sigma_{adm} \Leftrightarrow M_{\max} \leq \sigma_{adm} \cdot W$$

Resultando:

$$M_{\max} \cong 200 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \times 15,88846 \times 10^4 \text{mm}^3 \times \frac{1\text{m}}{10^3\text{mm}} \cong 31,78 \text{ kNm}$$

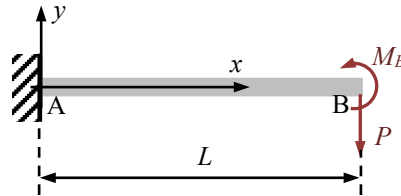
(0,5 pto)



4ª Questão (2,5 pontos)

A viga indicada na figura está submetida apenas aos dois esforços indicados, ambos aplicados na extremidade B. Determine:

- A relação entre os esforços P e M_B para que a extremidade B gire sem apresentar deslocamento transversal;
- A relação entre os esforços P e M_B para que a extremidade B apresente deslocamento transversal sem girar.



Dados: P , M_B , L e $EI = cte$.

Solução:

Para determinarmos os deslocamentos transversais e rotações do eixo central, precisamos determinar a linha elástica. Partindo da E.D.O. de 4ª ordem teremos:

$$EI \frac{d^4 v(x)}{dx^4} = -q(x) = 0$$

Integrando sucessivamente, teremos:

$$EI \frac{d^3 v(x)}{dx^3} = C_1$$

$$EI \frac{d^2 v(x)}{dx^2} = C_1 x + C_2$$

$$EI \frac{dv(x)}{dx} = C_1 \frac{x^2}{2} + C_2 x + C_3$$

$$EI v(x) = C_1 \frac{x^3}{6} + C_2 \frac{x^2}{2} + C_3 x + C_4$$

(0,5 pts)

Condições de contorno:

- $v(0) = 0 \Leftrightarrow C_4 = 0$
- $v'(0) = 0 \Leftrightarrow C_3 = 0$
- $EI v''(L) = M_B \Leftrightarrow C_1 L + C_2 = M_B$
- $EI v'''(L) = P \Leftrightarrow C_1 = P$

Logo, da 3ª e 4ª condições, resulta:

$$C_2 = M_B - PL$$

Assim:

$$v(x) = \frac{1}{EI} \left[\frac{Px^3}{6} + \frac{(M_B - PL)x^2}{2} \right] \quad e \quad v'(x) = \frac{1}{EI} \left[\frac{Px^2}{2} + (M_B - PL)x \right]$$

(1,0 pts)



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia Mecânica

a) Para que a extremidade B gire sem apresentar deslocamento transversal, devemos ter:

$$v(L) = 0 \Leftrightarrow \frac{PL^3}{6} + \frac{(M_B - PL)L^2}{2} = 0$$

Ou seja:

$$M_B = \frac{2}{3}PL$$

(0,5 pts)

b) Para que a extremidade B apresente deslocamento transversal sem girar, devemos ter:

$$v'(L) = 0 \Leftrightarrow \frac{PL^2}{2} + (M_B - PL)L = 0$$

Ou seja:

$$M_B = \frac{PL}{2}$$

(0,5 pts)