Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

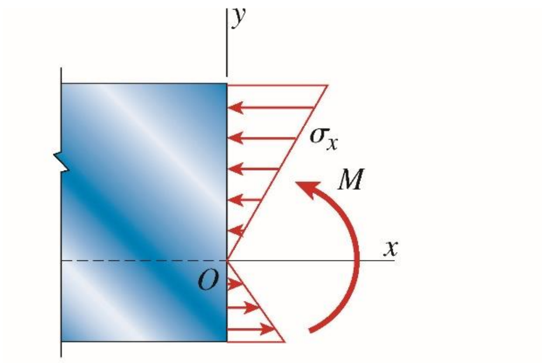
PME-3210 - Mecânica dos Sólidos I

Aula #20

Prof. Dr. Clóvis de Arruda Martins

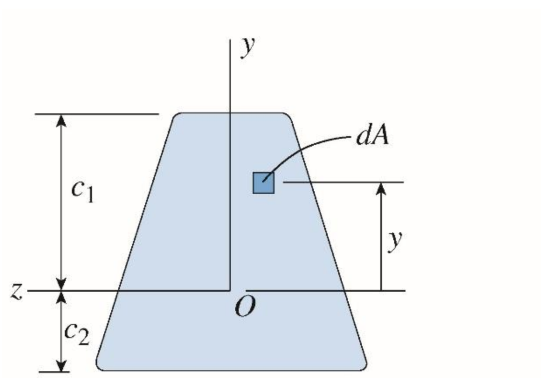
16/06/23

5.5 Tensões normais em vigas – materiais elásticos lineares



Lei de Hooke: $\sigma_x = E\varepsilon_x$

$$\Rightarrow \sigma_x = -\frac{Ey}{\rho} = -E\kappa y$$



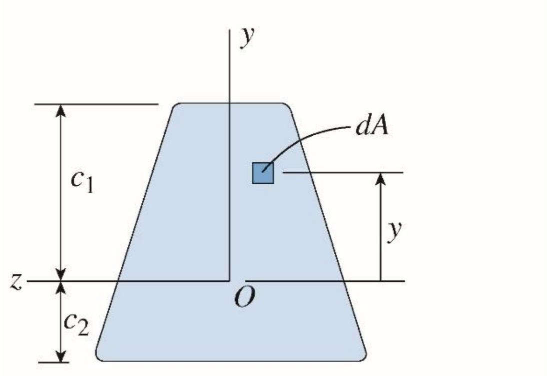
Linha neutra:

$$\int_A \sigma_x dA = 0 \;\Rightarrow -E\kappa \int_A y dA = 0 \Rightarrow \int_A y dA = 0$$

$\Rightarrow$ a linha neutra passa pelo centroide da seção

Note que para chegar a essa conclusão foi considerado que o material tem comportamento elástico e linear !

Relação entre momento e curvatura – material elástico e linear



$$dM = -\sigma_x y dA$$

$$M = \int_A dM$$

$$\Rightarrow M = \int_A \kappa E y^2 dA = \kappa E \int_A y^2 dA$$

Portanto:

$$M = \kappa E I$$

onde:

$$I = \int_A y^2 dA$$ (momento de inércia da área da seção transversal em relação à linha neutra)

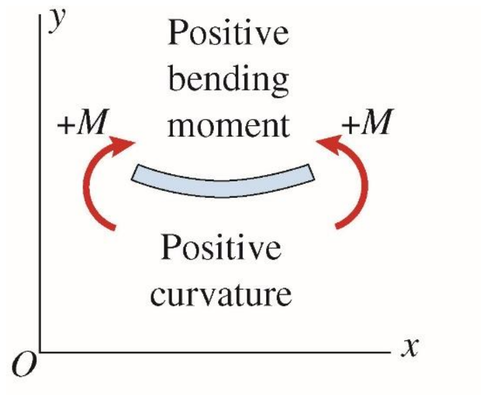
Relação momento-curvatura:

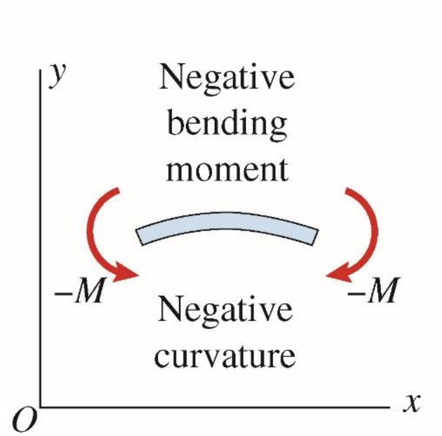
$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$$

$EI \rightarrow$ rigidez à flexão

Relação entre sinais de momento fletor e curvatura:

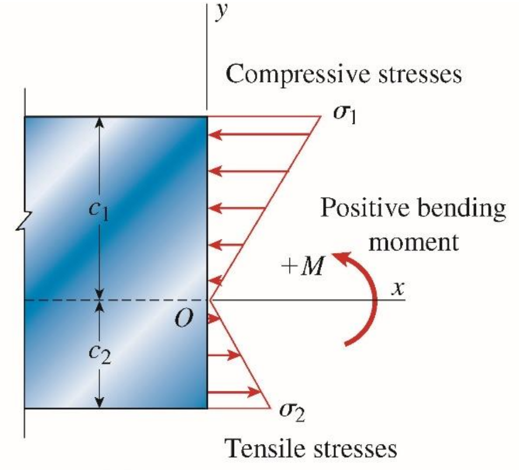
$$M = kEI$$

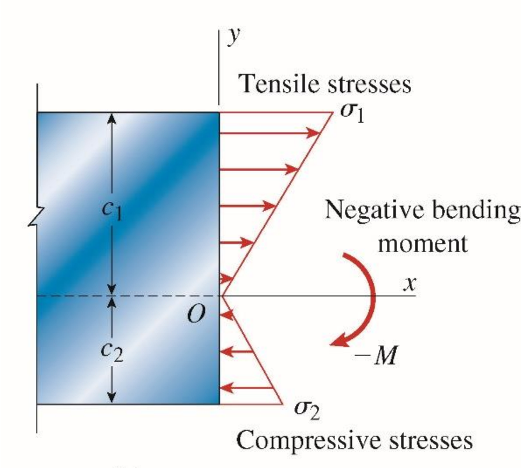




Fórmula de flexão:

$$\left.\begin{aligned} \kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \\ \\ \sigma_x = -E\kappa y \end{aligned}\right\} \sigma_x = -\frac{M}{I}y$$

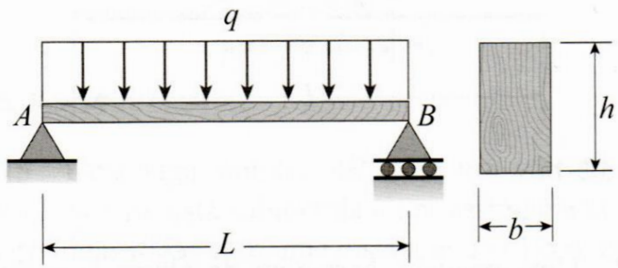




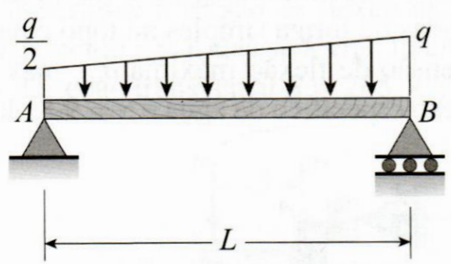
5.5-4 Uma viga de madeira simplesmente apoiada AB, com um vão de comprimento $L = 4$ m, está submetida a uma carga uniforme de intensidade $q = 5{,}8$ kN/m (veja a figura).

(a) Calcule a tensão de flexão máxima σ_{max} no cabo relativa ao carregamento q caso a viga tenha uma seção transversal retangular com largura $b = 140$ mm e altura $h = 240$ mm.

(b) Repita (a) utilizando a carga distribuída trapezoidal mostrada na parte (b) da figura.



(a)



(b)

a)

$$M_{máx} = \frac{qL^2}{8}$$

$$\sigma_{máx} = \frac{M_{máx}}{I}\frac{h}{2}$$

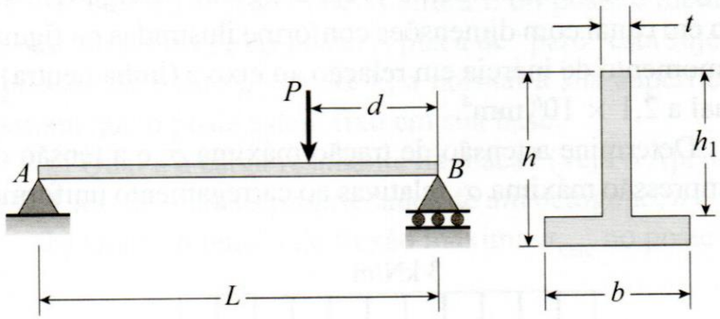
$$I = \frac{bh^3}{12}$$

$$\Rightarrow \sigma_{máx} = \frac{3}{4}\frac{qL^2}{bh^2}$$

$$\Rightarrow \sigma_{máx} = 8{,}63MPa$$

5.5-16 Determine a tensão de tração máxima σ_{max} e a tensão de compressão máxima σ_c devidas à carga P que atua na viga simples AB (veja a figura).

Os dados são: $P = 6{,}2$ kN, $L = 3{,}2$ m, $d = 1{,}25$ m, $b = 80$ mm, $t = 25$ mm, $h = 120$ mm e $h_1 = 90$ mm.



$$\sigma_{máx} = \frac{M_{máx}}{I} c_2 \qquad \sigma_c = \frac{M_{máx}}{I} c_1$$

$$M_{máx} = P\frac{(L-d)d}{L}$$

$$\Rightarrow M_{máx} = 4{,}72kNm$$

$$A_f = b(h-h_1) \Rightarrow A_f = 2400mm^2$$

$$A_a = t\,h1 \Rightarrow A_a = 2250mm^2$$

$$c_2 = \frac{A_f\frac{(h-h_1)}{2} + A_a\left(h - \frac{h_1}{2}\right)}{A_f + A_a} \Rightarrow c_2 = 44{,}0mm$$

$$c_1 = h - c_2 \Rightarrow c_1 = 76{,}0mm$$

$$I_f = \frac{b(h-h_1)^3}{12} \Rightarrow I_f = 1{,}80\,.10^5\,mm^4$$

$$I_a = \frac{th_1^3}{12} \Rightarrow I_a = 1{,}52 \cdot 10^6\,mm^4$$

$$I = I_f + A_f\left(c_2 - \frac{h-h_1}{2}\right)^2 + I_a + A_a\left(h - \frac{h_1}{2} - c_2\right)^2$$

$$\Rightarrow I = 5{,}88 \cdot 10^6 mm^4$$

$$\Rightarrow \sigma_c = 61{,}0MPa \qquad \Rightarrow \sigma_{máx} = 35{,}4MPa$$

Referência:

Gere, J.M., Goodno, B.J. Mecânica dos Materiais – Tradução da 7ª edição norte-americana. Cengage Learning, 2010, 860p, Capítulo 5.