



*Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica*

PME-3210 - Mecânica dos Sólidos I

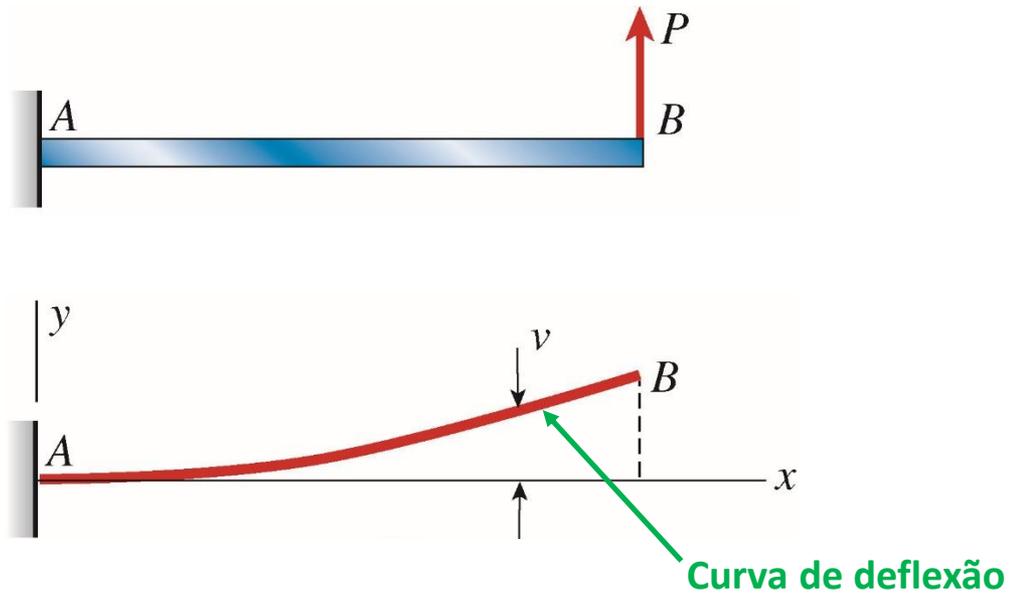
Aula #19

Prof. Dr. Clóvis de Arruda Martins

13/06/23

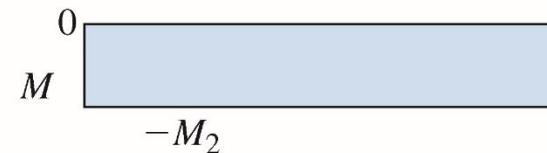
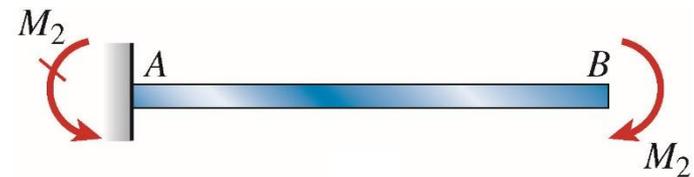
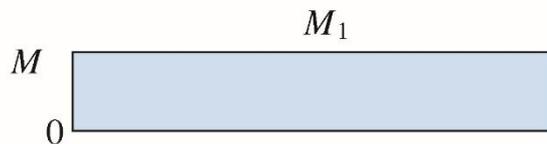
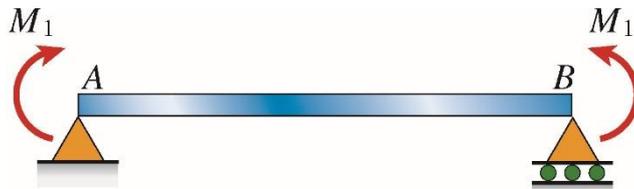


5.1 Introdução





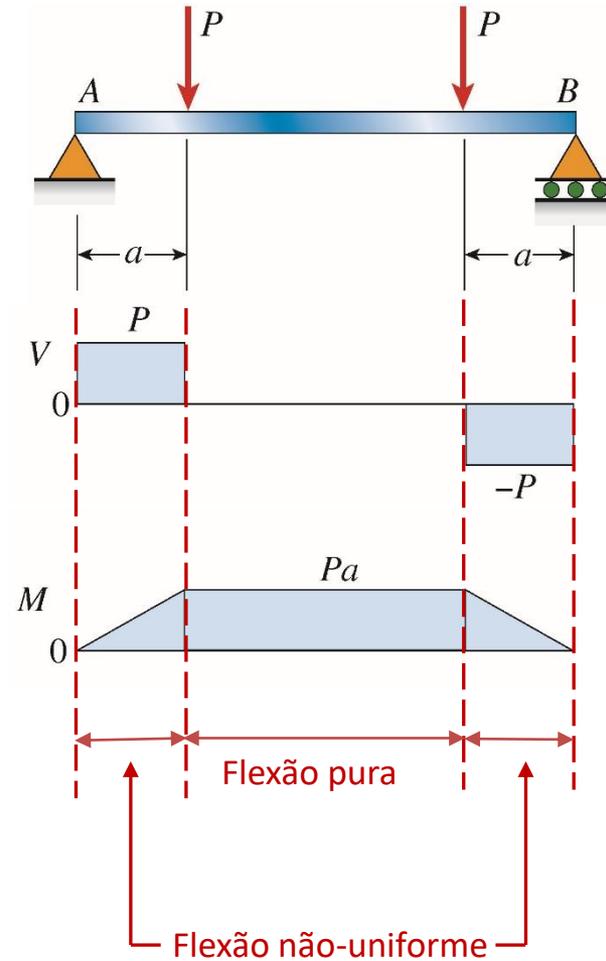
5.2 Flexão pura e flexão não-uniforme



Flexão pura → a viga está submetida a momento fletor constante
⇒ a força cortante é nula

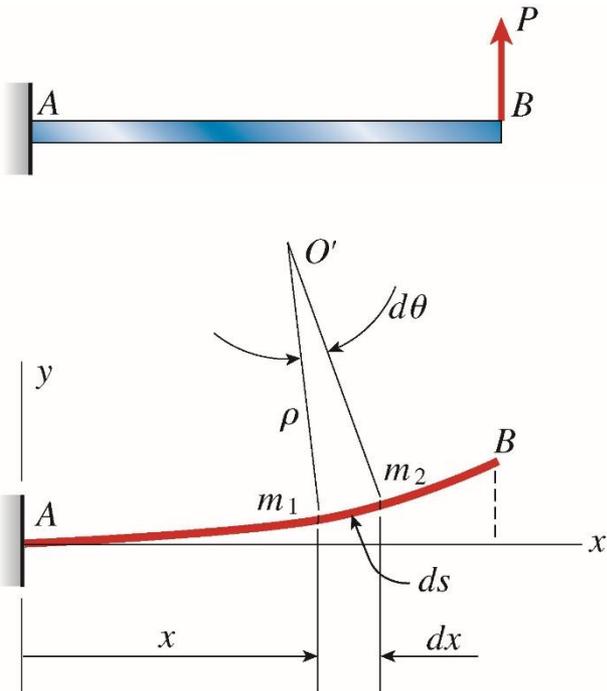


Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica





5.3 Curvatura de uma viga



O' → centro de curvatura

ρ → raio de curvatura

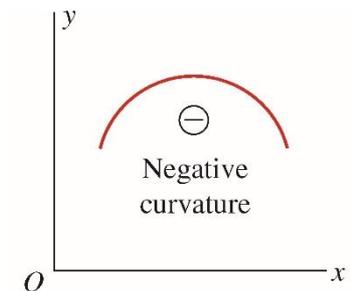
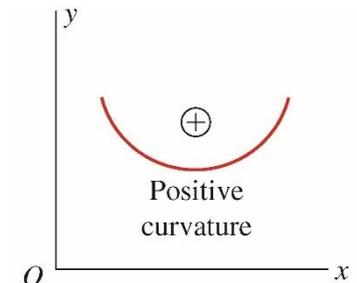
$$\kappa = \frac{1}{\rho} \quad \kappa \rightarrow \text{curvatura}$$

$$\rho d\theta = ds \Rightarrow \kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{ds}$$

Para pequenas deflexões:

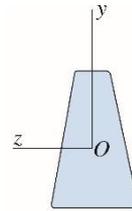
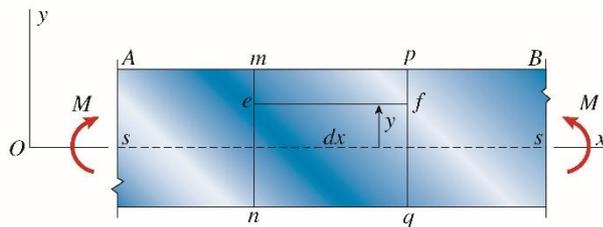
$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{dx}$$

Convenção de sinais:

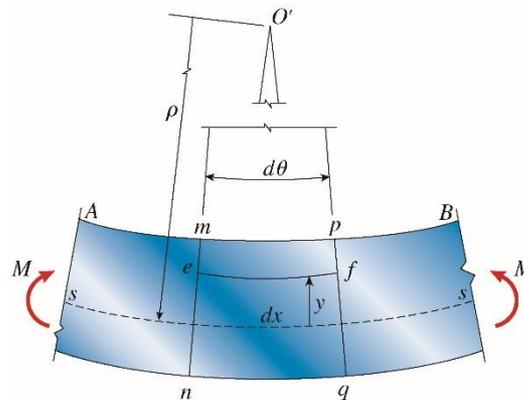




5.4 Deformações Longitudinais em vigas



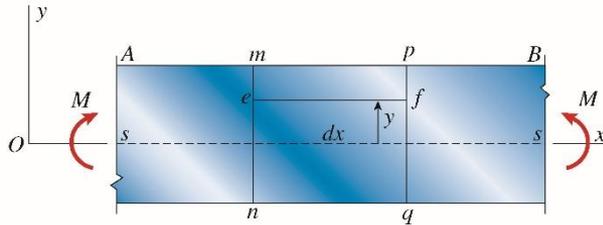
seção simétrica
em relação a y



- Seções transversais planas permanecem planas após a deformação
 - As seções transversais giram em relação às outras em torno do eixo z
 - Uma linha da parte superior da viga sofre uma diminuição no comprimento
 - Uma linha da parte inferior da viga sofre um aumento de comprimento
- ⇒ Existe uma superfície cujas linhas não sofrem variação de comprimento (superfície neutra → linha pontilhada)
- A intersecção da superfície neutra com a seção transversal é a *linha neutra* (eixo z)



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica



- O comprimento inicial de ef é dx

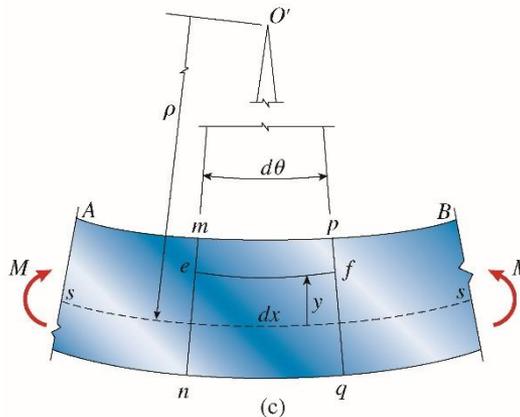
- O comprimento de ef após a deformação é:

$$(\rho - y)d\theta = dx - \frac{y}{\rho} dx$$

- A deformação sofrida por ef é:

$$\epsilon_x = -\frac{y}{\rho} = -\kappa y$$

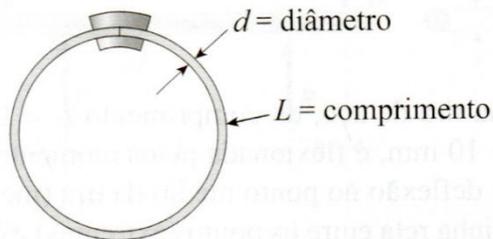
Note que essa expressão independe do material !





Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

5.4-2 Um fio de cobre de diâmetro $d = 3 \text{ mm}$ é flexionado em forma de círculo e suas extremidades são presas de forma que apenas se toquem (veja a figura). Se a deformação admissível máxima no cobre é $\epsilon_{\text{máx}} = 0,0024$, qual é o menor comprimento L do fio que pode ser empregado?



$$\epsilon_x = -\frac{y}{\rho}$$

$$L = 2\pi\rho$$

$$\Rightarrow L_{\text{mín}} = \frac{\pi d}{\epsilon_{\text{máx}}}$$

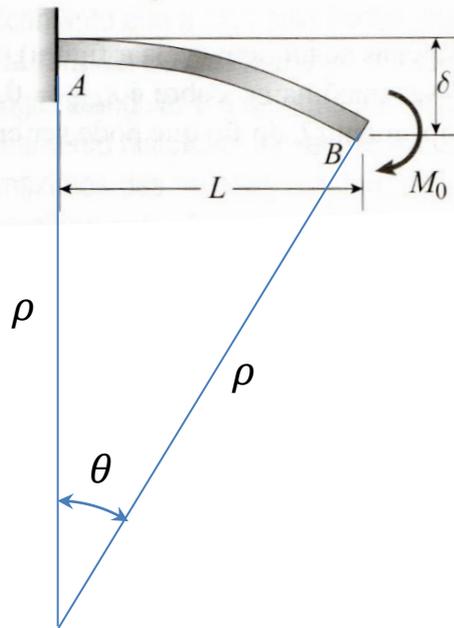
$$\Rightarrow L_{\text{mín}} = 3,93\text{m}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

5.4-4 Uma viga com uma extremidade engastada e a outra livre AB está submetida a um momento M_0 em sua extremidade livre (veja a figura). O comprimento da viga é $L = 2,0$ m e a deformação normal longitudinal na superfície superior é de 0,0012. A distância da superfície do topo da viga para a superfície neutra é de 82,5 mm.

Calcule o raio de curvatura ρ , a curvatura κ e a deflexão vertical δ na extremidade da viga.



$$\varepsilon_x = -\frac{y}{\rho} \Rightarrow \rho = -\frac{y}{\varepsilon_x} \Rightarrow \rho = 68,75m$$

$$\kappa = \frac{1}{\rho} \Rightarrow \kappa = 1,45 \cdot 10^{-2} m^{-1}$$

$$\delta = \rho(1 - \cos \theta)$$

$$\rho\theta = L$$

$$\text{Para pequenos ângulos: } \cos \theta = 1 - \frac{\theta^2}{2}$$

$$\Rightarrow \delta = \rho \frac{\theta^2}{2} = \frac{L^2}{2\rho}$$

$$\Rightarrow \delta = 29,1mm$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Referência:

Gere, J.M., Goodno, B.J. Mecânica dos Materiais – Tradução da 7ª edição norte-americana. Cengage Learning, 2010, 860p, Capítulo 5.