



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

PME-3210 - Mecânica dos Sólidos I

Aula #09

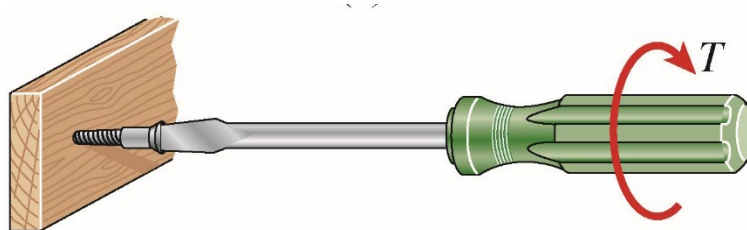
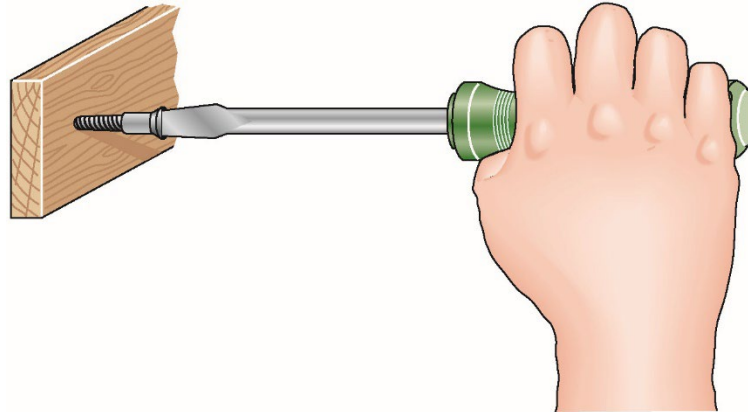
Prof. Dr. Clóvis de Arruda Martins

28/04/23



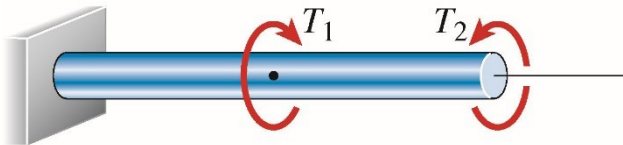
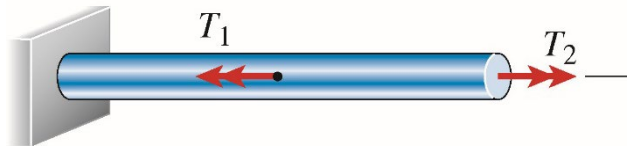
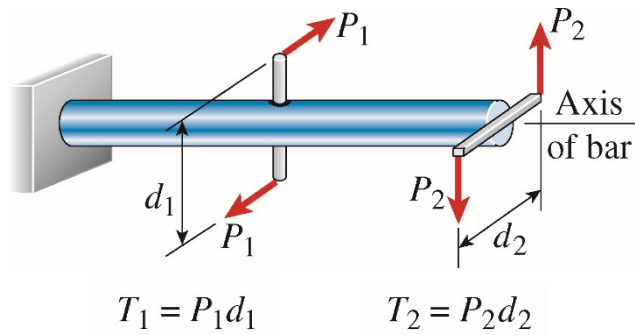
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

3.1 Introdução





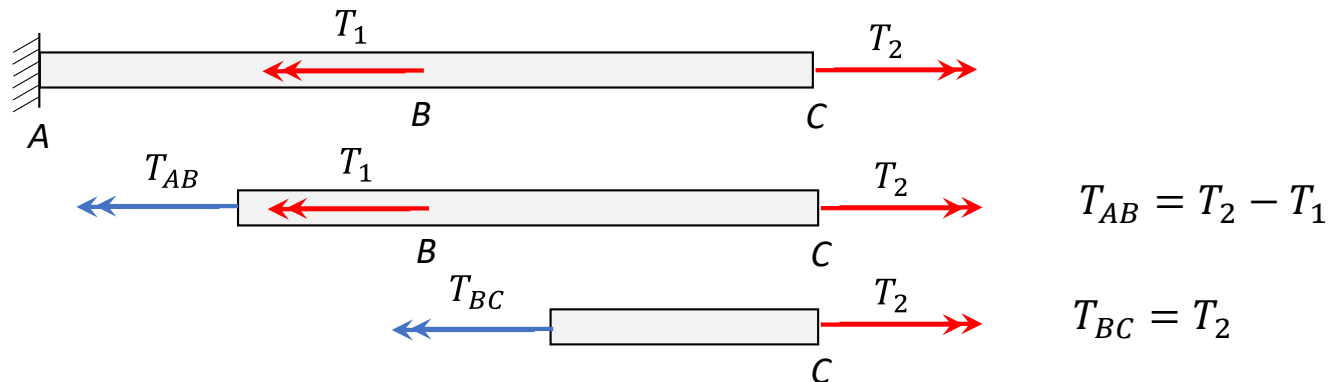
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica



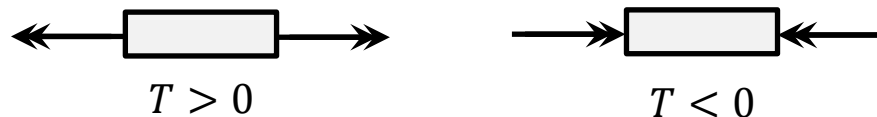


Momento de torção

- Os torques aplicados provocam torques internos que são chamados de *momentos de torção*

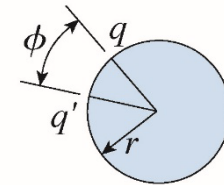
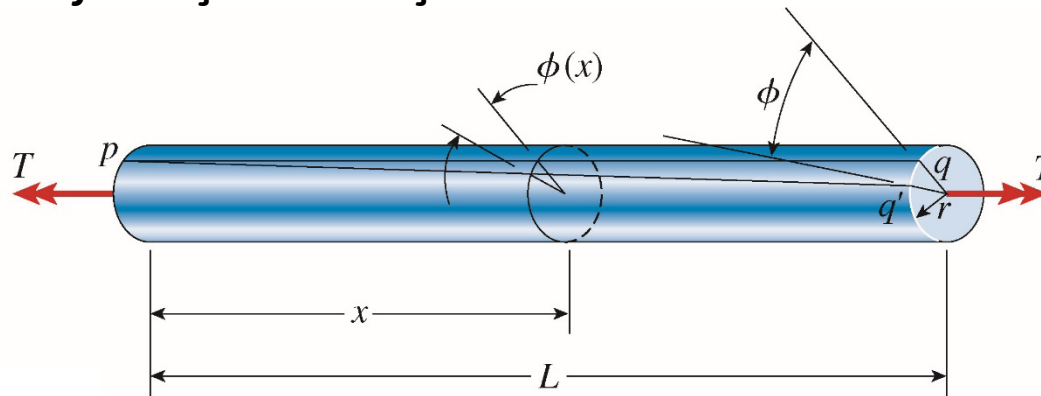


Convenção de sinais:





3.2 Deformações de torção de uma barra circular



$\phi \rightarrow$ ângulo de torção
ou ângulo de rotação
ou ângulo de giro

Torção uniforme ou torção pura:

- Barra prismática
- Material homogêneo
- Todas as seções submetidas ao mesmo momento de torção T

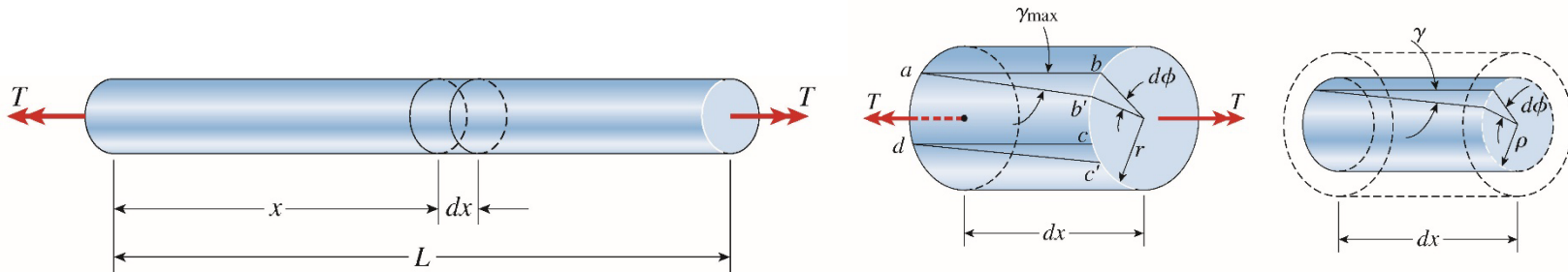
Na torção pura:

- As seções inicialmente planas e circulares continuam planas e circulares após a aplicação de T
- Se o ângulo de rotação for pequeno, nem o comprimento da barra nem seu raio vão variar



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Na superfície externa:



$$\gamma_{\max} = \frac{bb'}{ab} = \frac{r d\phi}{dx}$$

Deformação por cisalhamento (distorção)
na superfície externa da barra

$$\theta = \frac{d\phi}{dx}$$

Razão de torção ou ângulo de torção
por unidade de comprimento

$$\gamma_{\max} = r\theta$$

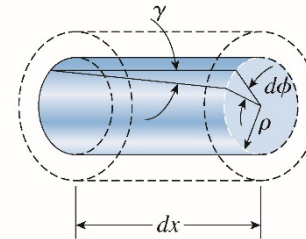
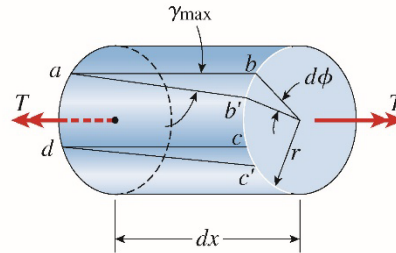
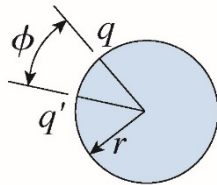
Para torção pura: $\theta = \frac{\phi}{L} \Rightarrow \gamma_{\max} = \frac{r\phi}{L}$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Departamento de Engenharia Mecânica

No interior da barra:



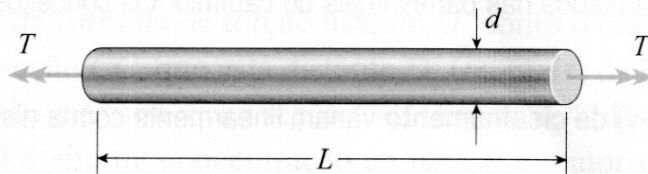
$$\gamma = \rho \theta = \rho \frac{\phi}{L} = \frac{\rho}{r} \gamma_{m\acute{a}x}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

3.2-1 Uma haste de cobre de comprimento $L = 610$ mm deve ser torcida por torques T (veja a figura) até que o ângulo de rotação entre as extremidades da haste seja $4,0^\circ$.

Se a deformação de cisalhamento admissível no cobre for $0,0008$ rad, qual é o máximo diâmetro permitido da haste?



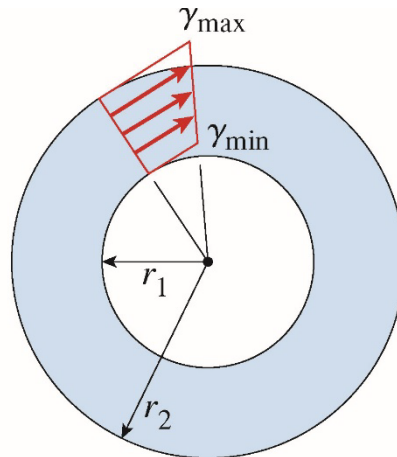
$$\gamma_{\max} = r \frac{\phi}{L} = \frac{d}{2} \frac{\phi}{L}$$

$$\Rightarrow d = \frac{2L}{\phi} \gamma_{\max} = 14,0 \text{ mm}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Tubos circulares:



$$\gamma_{\text{máx}} = r_2 \frac{\phi}{L}$$

$$\gamma_{\text{mín}} = r_1 \frac{\phi}{L}$$

$$\gamma_{\text{mín}} = \frac{r_1}{r_2} \gamma_{\text{máx}}$$

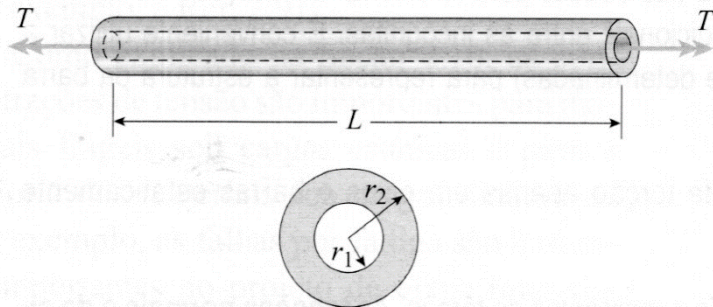


Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

3.2-3 Um tubo de alumínio circular submetido à torção pura por torques T (veja a figura) tem um raio externo r_2 igual a 2,0 vezes o raio interno r_1 .

(a) Se a deformação de cisalhamento máxima no tubo for medida como 350×10^{-6} rad, qual o valor da deformação de cisalhamento γ_1 na superfície interna?

(b) Se a máxima razão de torção permitida for de 0,5 grau por metro e a máxima deformação de cisalhamento deve ser mantida em 350×10^{-6} rad ajustando-se o torque T , qual é o raio externo mínimo exigido $(r_2)_{\min}$?



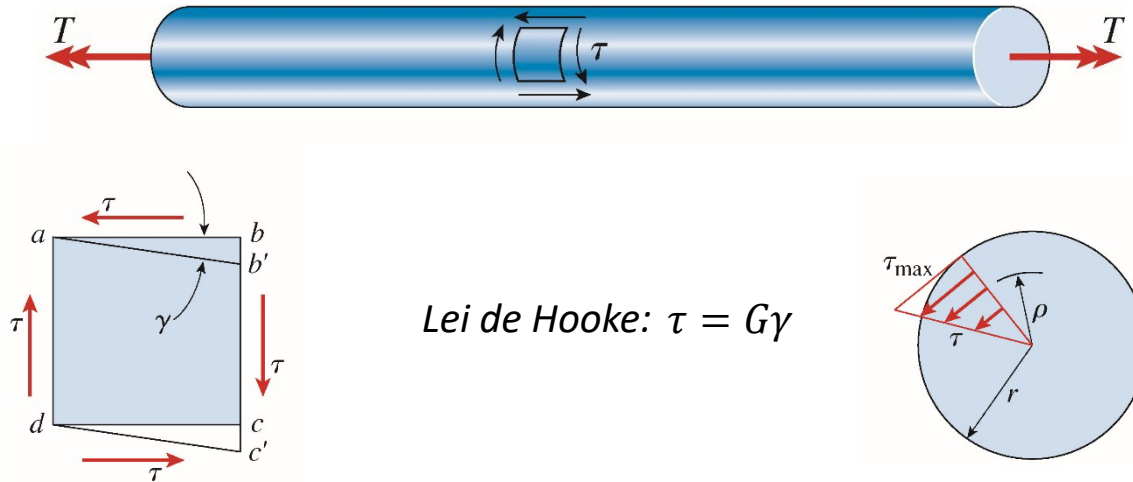
$$\text{a)} \quad \gamma_{\max} = r_2 \frac{\phi}{L} \quad \gamma_1 = r_1 \frac{\phi}{L} \quad \frac{\gamma_1}{\gamma_{\max}} = \frac{r_1}{r_2}$$

$$\Rightarrow \gamma_1 = \frac{\gamma_{\max}}{2} = 175 \mu \text{ rad}$$

$$\text{b)} \quad r_2 = \frac{\gamma_{\max}}{\frac{\phi}{L}} \Rightarrow r_2 = 40,1 \text{ mm}$$



3.3 Barras circulares de materiais elásticos lineares



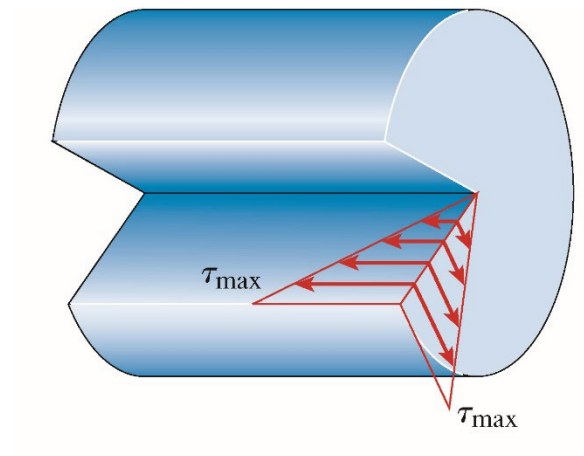
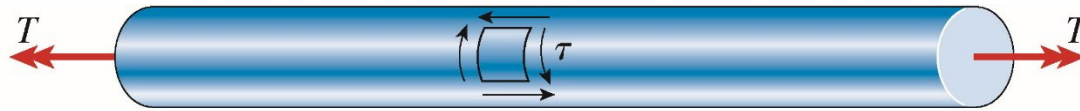
Lei de Hooke: $\tau = G\gamma$

$$\tau_{\text{máx}} = G\gamma_{\text{máx}} = Gr\theta$$

$$\tau = G\rho\theta = G\frac{\rho}{r}\tau_{\text{máx}}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

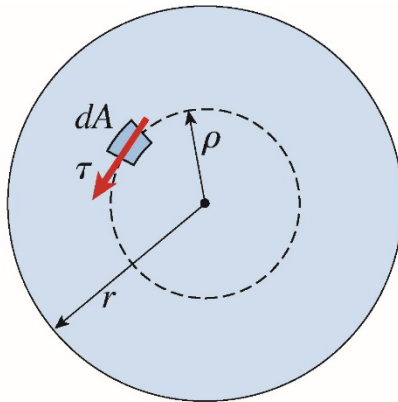


Estado de cisalhamento puro



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Fórmula de torção:



$$dM = \tau \rho dA = G\theta \rho^2 dA$$

$$T = \int_A dM = G\theta \int_A \rho^2 dA$$

Definição: Momento de Inércia Polar

$$I_P = \int_A \rho^2 dA$$

decorrem:

$$T = G\theta I_P = \frac{G\phi I_P}{L} \Rightarrow \phi = \frac{TL}{GI_P}$$

$$\tau = G\rho\theta = \frac{G\rho\phi}{L} \Rightarrow \tau = \frac{T\rho}{I_P}$$

$$\Rightarrow \boxed{\tau_{\text{máx}} = \frac{Tr}{I_P}}$$

Fórmula de Torção



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Referência:

Gere, J.M., Goodno, B.J. Mecânica dos Materiais – Tradução da 7ª edição norte-americana. Cengage Learning, 2010, 860p, Capítulo 3.