



*Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica*

PME-3210 - Mecânica dos Sólidos I

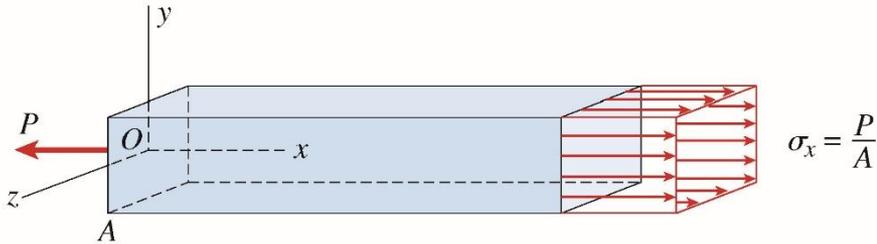
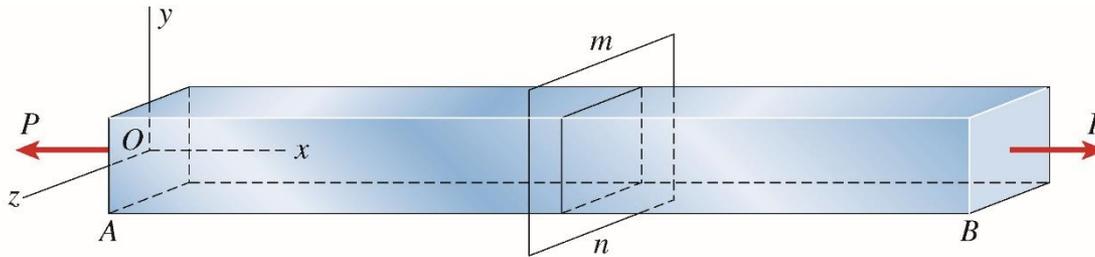
Aula #07

Prof. Dr. Clóvis de Arruda Martins

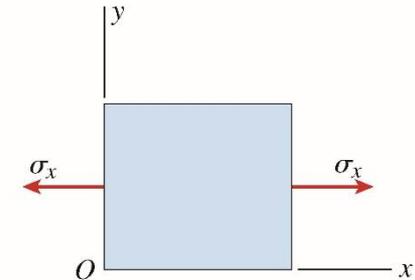
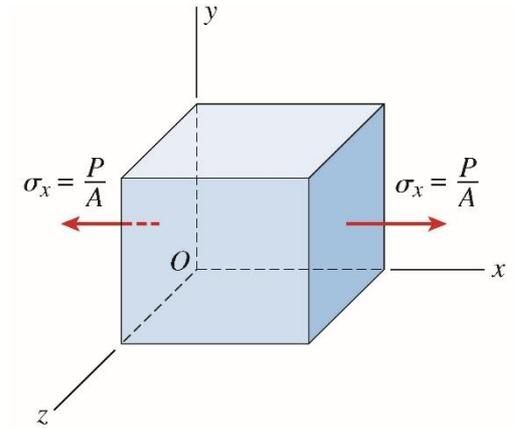
18/04/23



2.6 Tensões em seções inclinadas

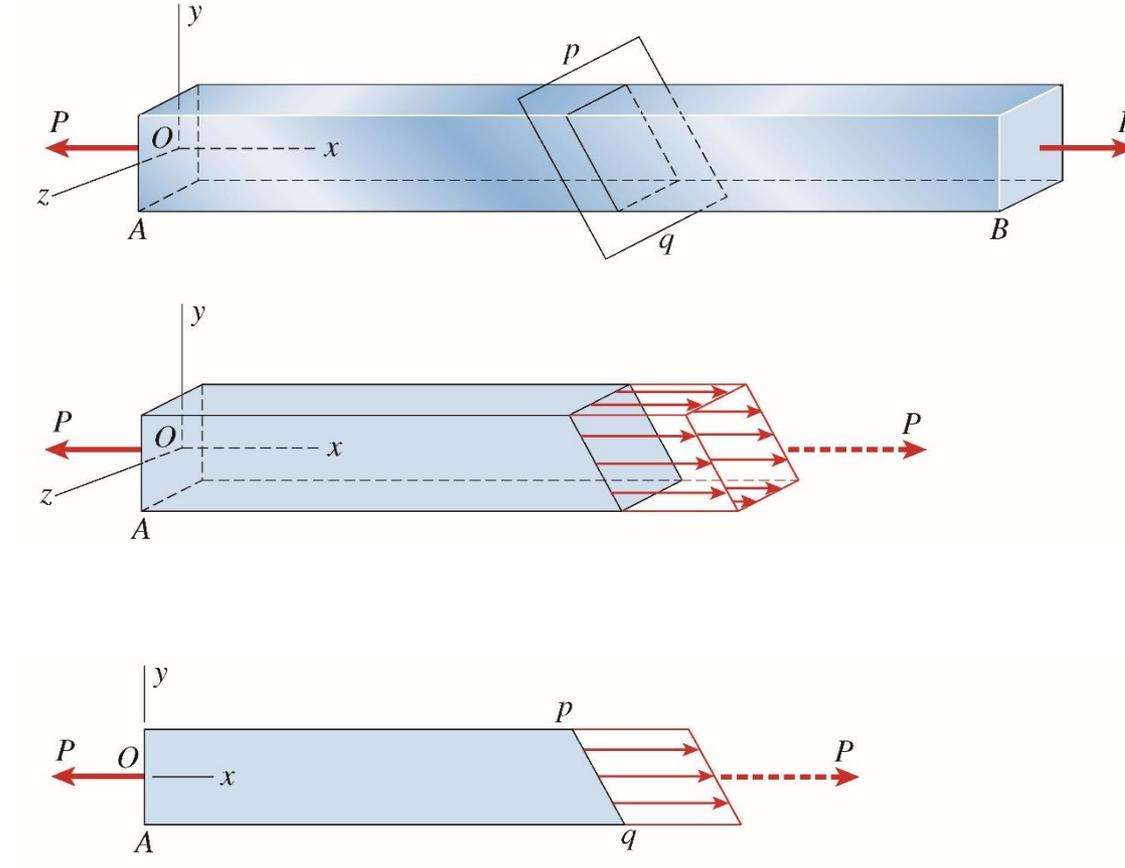


No ponto C:



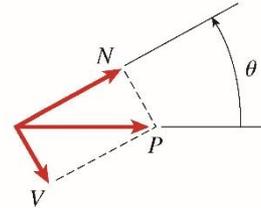
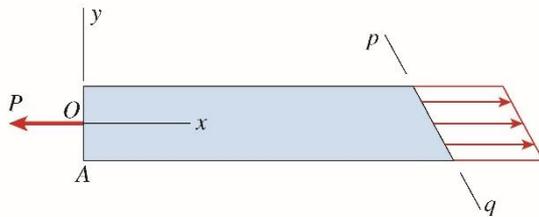
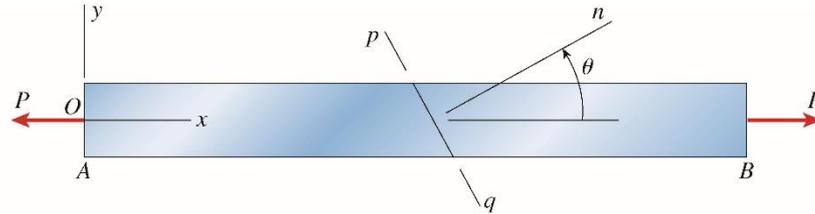


Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica



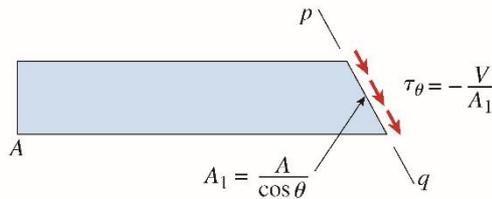
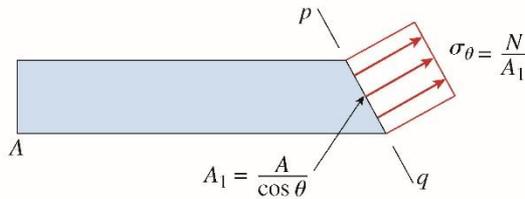


Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica



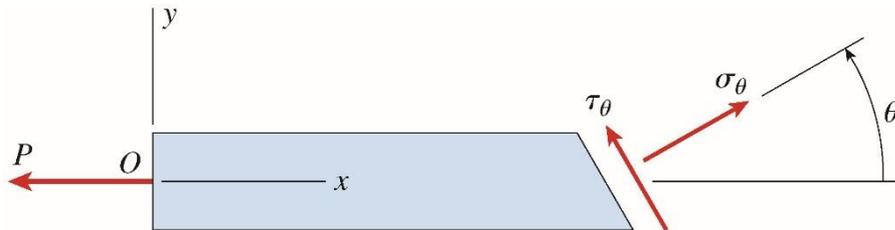
$$N = P \cos \theta$$

$$V = P \sin \theta$$





Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica



Convenção de Sinais

$$\sigma_{\theta} = \frac{N}{A_1} = \frac{P}{A} \cos^2 \theta \quad \tau_{\theta} = -\frac{V}{A_1} = -\frac{P}{A} \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\theta) \quad \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2} (\sin 2\theta)$$

$$\sigma_{\theta} = \sigma_x \cos^2 \theta = \frac{\sigma_x}{2} (1 + \cos 2\theta)$$

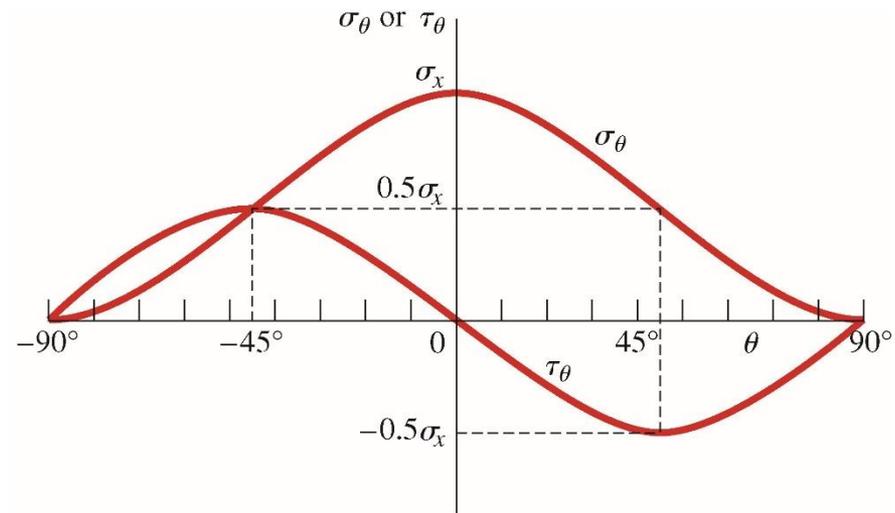
$$\tau_{\theta} = -\sigma_x \sin \theta \cos \theta = -\frac{\sigma_x}{2} (\sin 2\theta)$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

$$\sigma_{\theta} = \frac{\sigma_x}{2} (1 + \cos 2\theta)$$

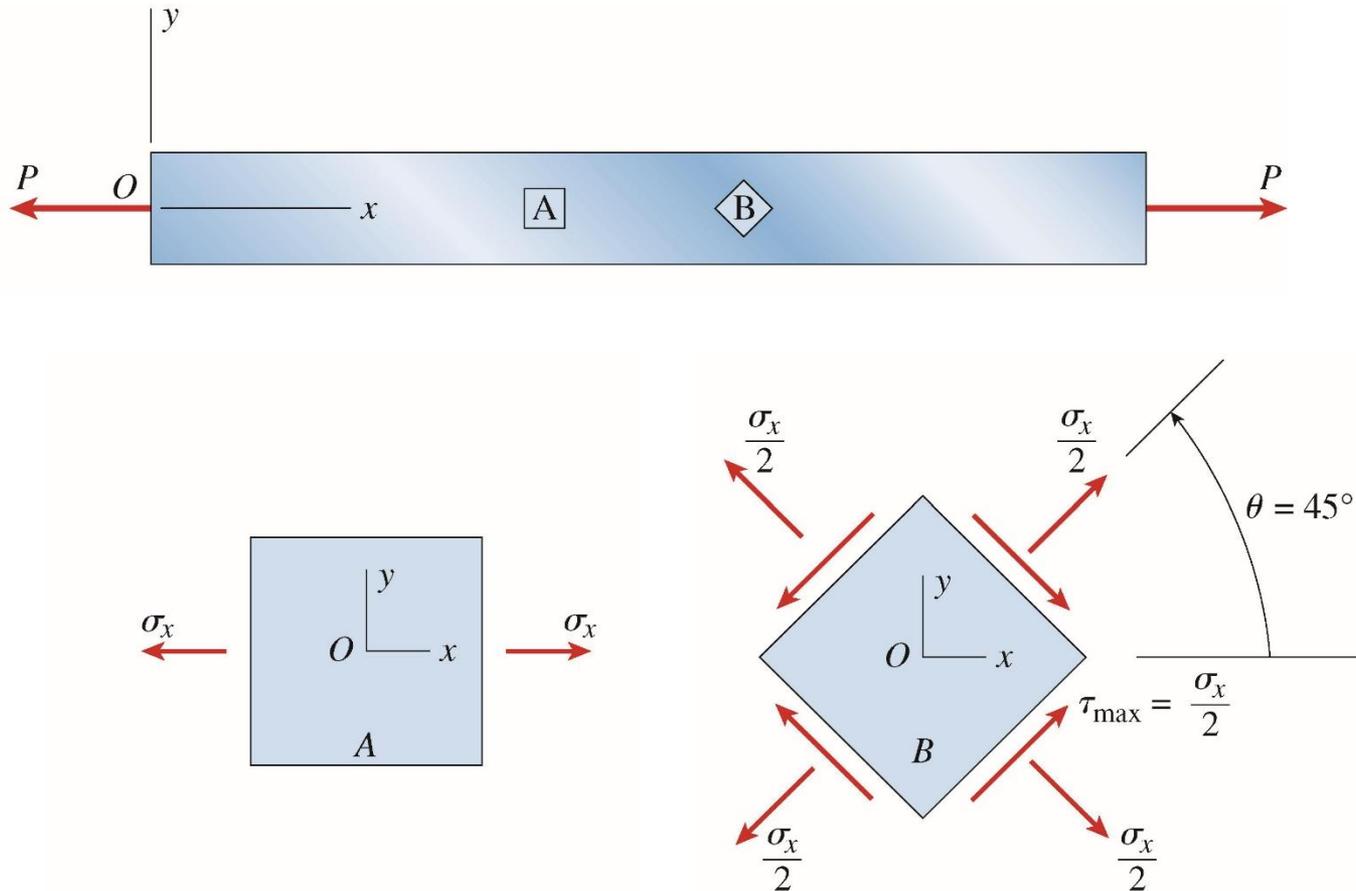
$$\tau_{\theta} = -\frac{\sigma_x}{2} (\sin 2\theta)$$



$$\sigma_{\text{máx}} = \sigma_x \quad \sigma_{\text{mín}} = 0 \quad \tau_{\text{máx}} = \frac{\sigma_x}{2}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica





Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

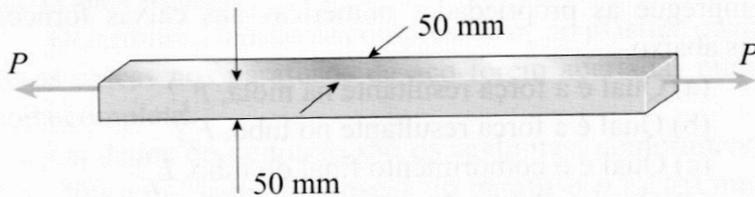


Fratura por cisalhamento



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

2.6-1 Uma barra de aço de seção transversal retangular (50 mm × 50 mm) suporta uma carga de tração P (veja a figura). As tensões admissíveis em tração e cisalhamento são de 125 MPa e 76 MPa, respectivamente. Determine a máxima carga permitida P_{\max} .



i) Tração:

$$P'_{adm} = \sigma_{adm} A = 313kN$$

ii) Cisalhamento:

$$P''_{adm} = 2 \tau_{adm} A = 380kN$$

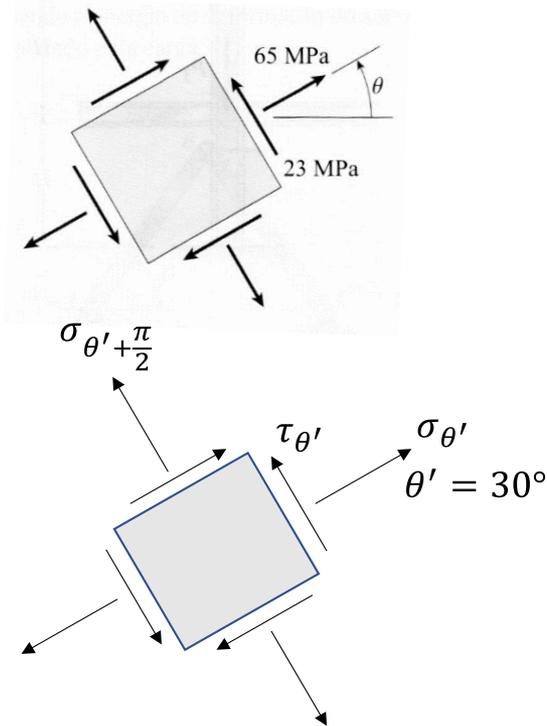
iii) Carga admissível:

$$P_{adm} = \text{mínimo}\{P'_{adm}, P''_{adm}\} = 313kN$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

2.6-16 Uma barra prismática está submetida a uma força axial que produz uma tensão de tração $\sigma_\theta = 65 \text{ MPa}$ e uma tensão de cisalhamento $\tau_\theta = 23 \text{ MPa}$ em certo plano inclinado (veja a figura). Determine as tensões atuando em todas as faces de um elemento de tensão orientado a $\theta = 30^\circ$ e mostre as tensões em um esboço do elemento de tensão.



$$\sigma_\theta = \sigma_x \cos^2 \theta = \frac{\sigma_x}{2} (1 + \cos 2\theta)$$

$$\tau_\theta = -\sigma_x \sin \theta \cos \theta = -\frac{\sigma_x}{2} \sin 2\theta$$

$$\sin^2 2\theta + \cos^2 2\theta = 1 \Rightarrow \left(\frac{2\sigma_\theta}{\sigma_x} - 1 \right)^2 + \frac{4\tau_\theta^2}{\sigma_x^2} = 1$$

$$\Rightarrow \sigma_x = \frac{\sigma_\theta^2 + \tau_\theta^2}{\sigma_\theta} \Rightarrow \sigma_x = 73,1 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\theta'} = \frac{\sigma_x}{2} (1 + \cos 2\theta') \Rightarrow \sigma_{\theta'} = 54,9 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\theta' + \frac{\pi}{2}} = \frac{\sigma_x}{2} \left(1 + \cos 2 \left(\theta' + \frac{\pi}{2} \right) \right)$$

$$\Rightarrow \sigma_{\theta' + \frac{\pi}{2}} = 18,3 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\theta'} = -\frac{\sigma_x}{2} \sin 2\theta' \Rightarrow \tau_{\theta'} = -31,7 \text{ MPa}$$

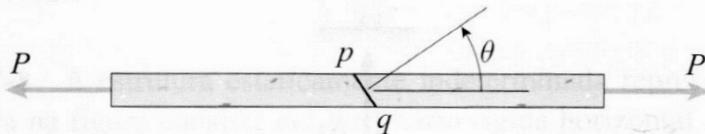


Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

***2.6-18** Um membro em tração deve ser construído a partir de duas peças de plástico coladas no plano pq (veja a figura). Para fins de corte e colagem, o ângulo θ deve estar entre 25° e 45° . As tensões admissíveis na junta colada em tração e cisalhamento são de $5,0 \text{ MPa}$ e $3,0 \text{ MPa}$, respectivamente.

(a) Determine o ângulo θ de forma que a barra suporte a maior carga P (assuma que a resistência da junta colada controle o dimensionamento).

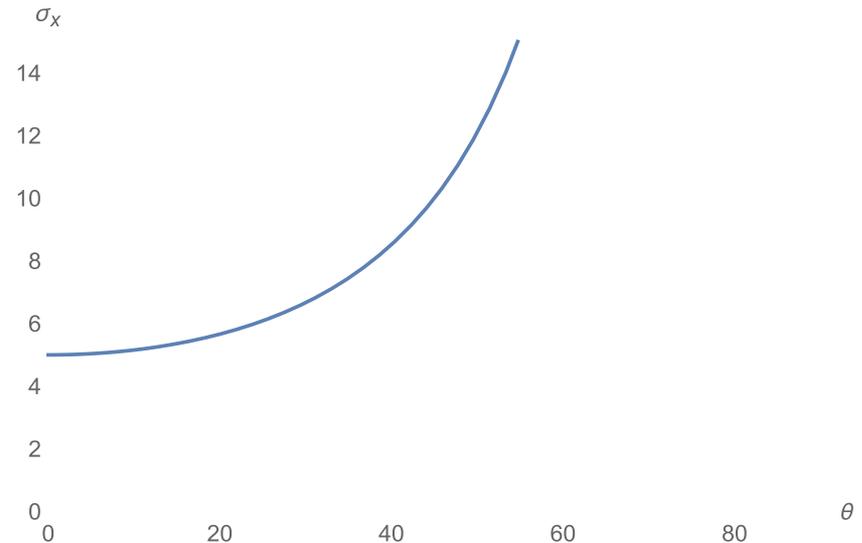
(b) Determine a máxima carga admissível P_{\max} se a área de seção transversal da barra é de 225 mm^2 .



a)

$$\sigma_\theta = \sigma_x \cos^2 \theta \Rightarrow \sigma_x = \frac{\sigma_\theta}{\cos^2 \theta}$$
$$\Rightarrow \sigma_x \leq \frac{5,0}{\cos^2 \theta} \text{ MPa}$$
$$|\tau_\theta| = \sigma_x \sin \theta \cos \theta \Rightarrow \sigma_x = \frac{|\tau_\theta|}{\sin \theta \cos \theta}$$
$$\Rightarrow \sigma_x \leq \frac{3,0}{\sin \theta \cos \theta} \text{ MPa}$$

Solução Gráfica



$$\frac{5,0}{\cos^2 \theta} = \frac{3,0}{\sin \theta \cos \theta} \Rightarrow \tan \theta = 0,6 \Rightarrow \theta = 30,96^\circ$$

b)

$$P_{\max} = \sigma_{x,\max} A$$
$$\sigma_{x,\max} = \frac{5,0}{\cos^2 30,96^\circ} = 6,80 \text{ MPa}$$
$$\Rightarrow P_{\max} = 1,53 \text{ kN}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Referência:

Gere, J.M., Goodno, B.J. Mecânica dos Materiais – Tradução da 7ª edição norte-americana. Cengage Learning, 2010, 860p, Capítulo 2.