Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

PME-3210 - Mecânica dos Sólidos I

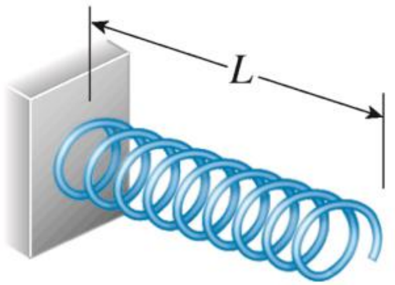
Aula #05

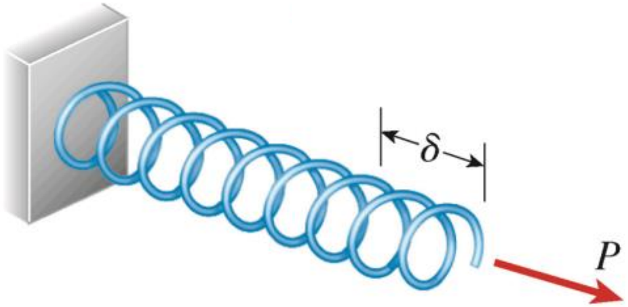
Prof. Dr. Clóvis de Arruda Martins

11/04/23

2.2 Mudança nos comprimentos de membros carregados axialmente

Molas





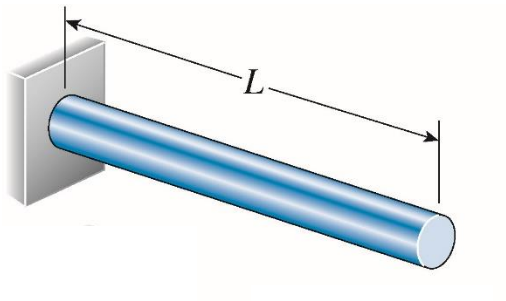
Lei de Hooke:

$P = k\,\delta$ $\qquad$ k →rigidez

$\delta = f\,P$ $\qquad$ f →flexibilidade

$(f = 1/k)$

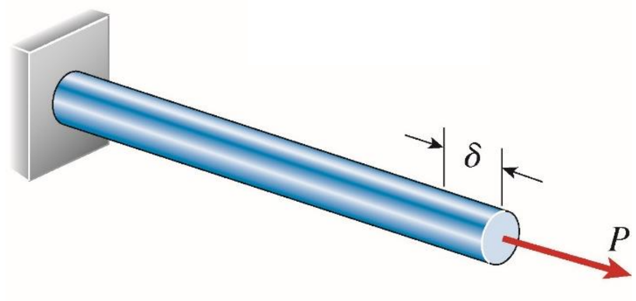
Barras prismáticas – Material elástico-linear



$$\sigma = E\varepsilon$$

$$P = \sigma A \quad \Rightarrow \quad P = EA\,\varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L} \quad \Rightarrow \quad \boxed{P = \frac{EA}{L}\,\delta}$$



$$P = k\,\delta$$

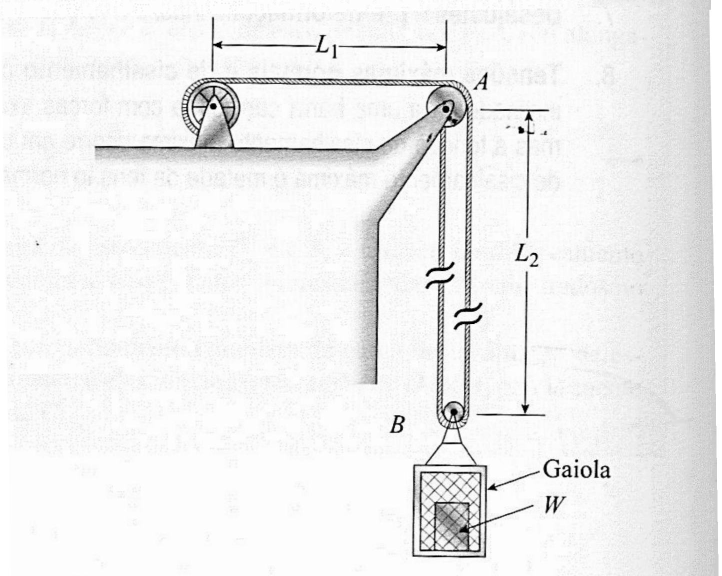
$$k = \frac{EA}{L} \Rightarrow \text{rigidez}$$

$$\delta = f\,P$$

$$f = \frac{1}{k} = \frac{L}{EA} \Rightarrow \text{flexibilidade}$$

2.2-4 Por qual distância h a gaiola ilustrada na figura se moverá para baixo quando o peso W for colocado dentro dela? (Veja a figura.)

Considere apenas os efeitos do estiramento do cabo, que tem rigidez axial $EA = 10.700$ kN. A roldana em A tem diâmetro $d_A = 300$ mm e a roldana em B tem diâmetro $d_B = 150$ mm. Além disso, a distância $L_1 = 4{,}6$ m, a distância $L_2 = 10{,}5$ m e o peso $W = 22$ kN. (*Observação:* ao calcular o comprimento do cabo, inclua as partes do cabo que passam ao redor das roldanas *A* e *B*.)



$$\delta = \frac{TL}{EA}$$

$$h = \frac{\delta}{2}$$

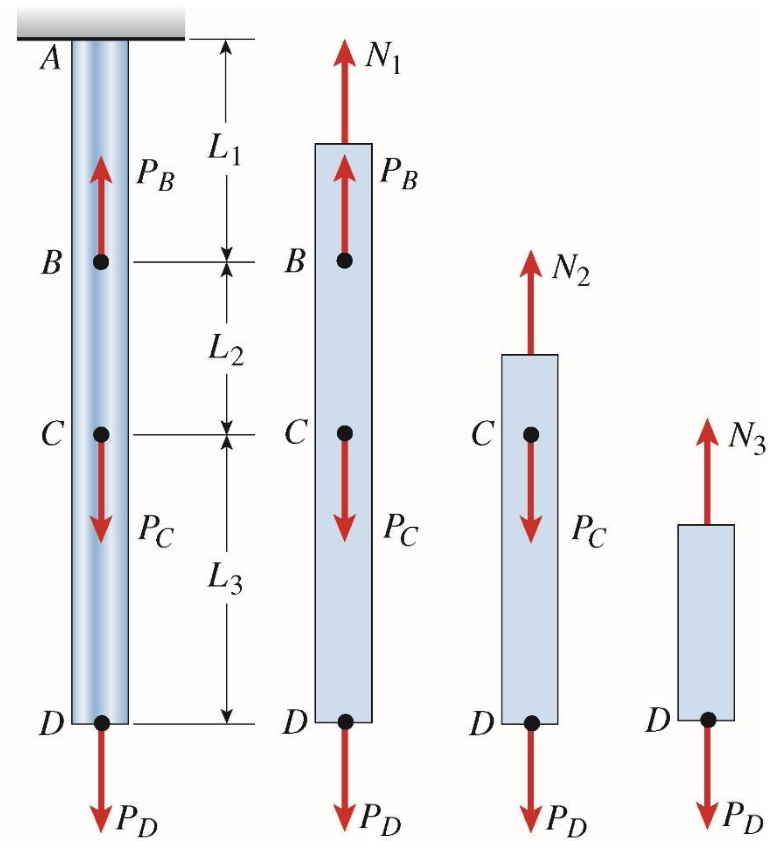
$$T = \frac{W}{2} \quad = 11kN$$

$$L = L_1 + 2\,L_2 + \frac{1}{4}\pi\, d_A + \frac{1}{2}\pi\, d_B \quad = 26{,}07m$$

$$\Rightarrow h = 13{,}4mm$$

2.3 Mudança nos comprimentos de barras não-uniformes

Barras com cargas axiais intermediárias



Equilíbio:

$$N_1 = -P_B + P_C + P_D$$

$$N_2 = P_C + P_D$$

$$N_3 = P_D$$

Variação do comprimento dos trechos:

$$\delta_1 = \frac{N_1 L_1}{EA} \qquad \delta_2 = \frac{N_2 L_2}{EA}$$

$$\delta_3 = \frac{N_3 L_3}{EA}$$

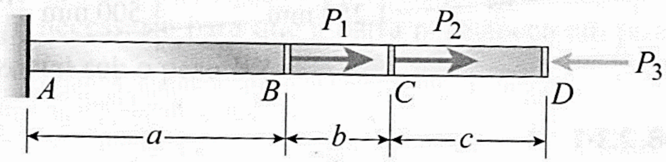
Variação do comprimento da barra:

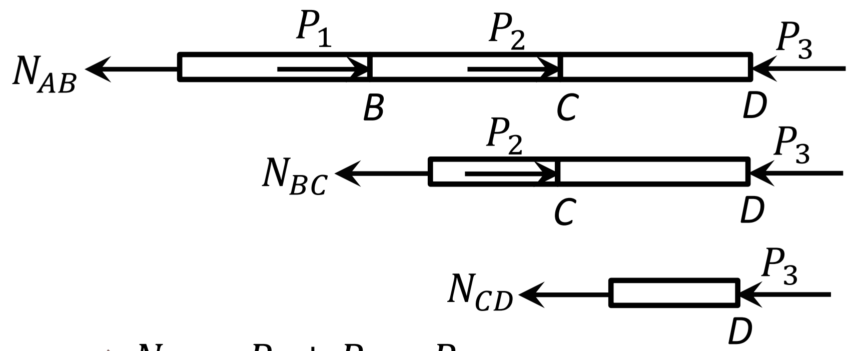
$$\delta = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = \sum_{i=1}^{3} \delta_i$$

2.3-3 Uma barra de aço AD (veja a figura) tem uma área de seção transversal de 260 mm² e está carregada por forças $P_1 = 12$ kN, $P_2 = 8$ kN e $P_3 = 6$ kN. Os comprimentos dos segmentos da barra são $a = 1{,}5$ m, $b = 0{,}6$ m e $c = 0{,}9$ m.

(a) Assumindo que o módulo de elasticidade $E = 210$ GPa, calcule a variação no comprimento δ da barra. A barra sofre alongamento ou encurtamento?

(b) O quanto a carga P_3 deve ser aumentada de forma que a barra não tenha seu comprimento modificado quando as três cargas forem aplicadas?





$$\Rightarrow N_{AB} = P_1 + P_2 - P_3$$

$$\Rightarrow N_{BC} = P_2 - P_3$$

$$\Rightarrow N_{CD} = -P_3$$

$$\delta = \sum_{i=1}^{n} \frac{N_i \, L_i}{EA}$$

$$\delta = \frac{1}{EA}\left(N_{AB}\, L_{AB} + N_{BC}\, L_{BC} + N_{CD}\, L_{CD}\right)$$

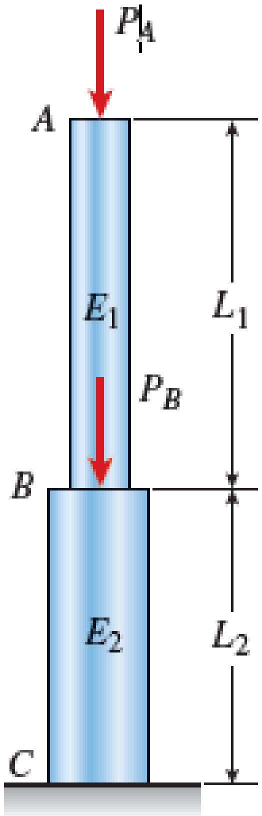
$$\delta = \frac{1}{EA}\left[(P_1 + P_2 - P_3)\, a + (P_2 - P_3)\, b - P_3\, c\right]$$

a) $\delta = 0{,}308mm$ (aumento de comprimento)

b) $P_3 = \dfrac{P_1 a + P_2(a+b)}{a+b+c}$

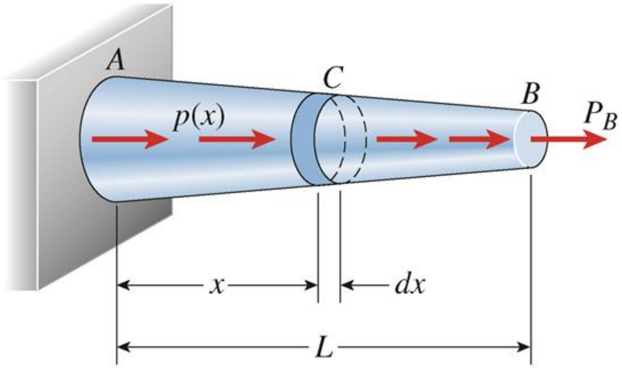
$P_3 = 11{,}6kN \Rightarrow \Delta P = 5{,}6kN$

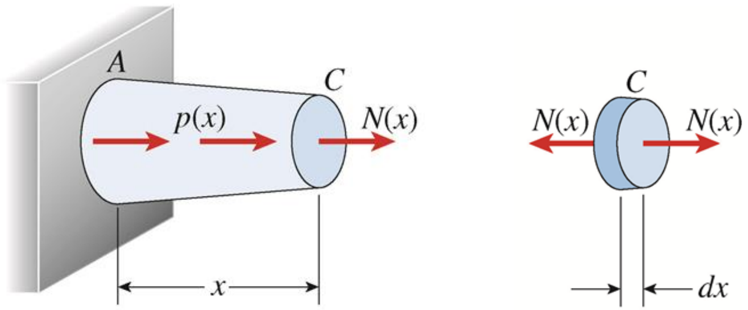
Barras formada por segmentos prismáticos



$$\delta = \sum_{i=1}^{n} \frac{N_i \, L_i}{EA_i}$$

Barras com variação contínua de cargas e/ou dimensões



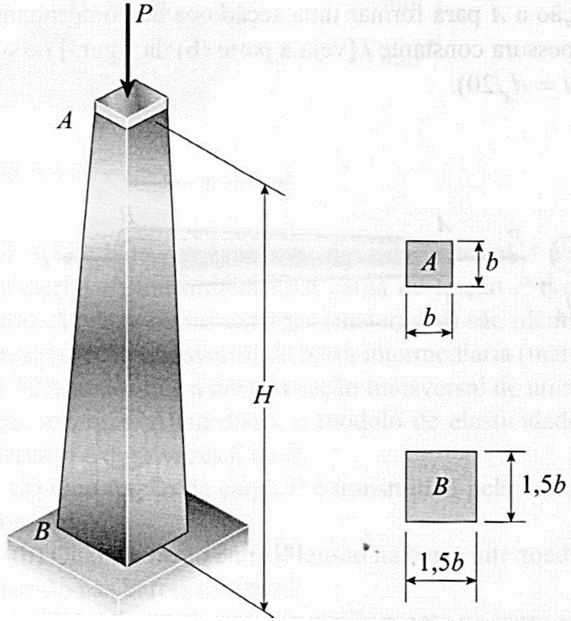


$$d\delta = \frac{N(x)dx}{EA(x)}$$

$$\delta = \int_0^L d\delta \quad \Rightarrow \quad \boxed{\delta = \int_0^L \frac{N(x)dx}{EA(x)}}$$

★2.3-14 Um poste AB que sustenta equipamentos em um laboratório é afilado uniformemente ao longo de sua altura H (veja a figura). As seções transversais do poste são quadradas, com dimensões $b \times b$ no topo e $1{,}5b \times 1{,}5b$ na base.

Deduza uma fórmula para o encurtamento do poste δ devido à carga compressiva P que atua no topo (assuma que o ângulo de afilamento é pequeno e desconsidere o peso do poste).



$$\delta = \int_0^H \frac{N(x)}{EA(x)}dx = \frac{P}{E}\int_0^H \frac{1}{A(x)}\,dx$$

$$A(x) = b^2(x)$$

$$b(x) = b\left(1 + \frac{1}{2}\frac{x}{H}\right)$$

$$\delta = \frac{P}{Eb^2}\int_0^H \frac{1}{\left(1+\frac{1}{2}\frac{x}{H}\right)^2}\,dx = -\frac{P}{Eb^2}2H\left(\frac{1}{1+\frac{1}{2}\frac{x}{H}}\right)_0^H$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{2PH}{3Eb^2}$$

Referência:

Gere, J.M., Goodno, B.J. Mecânica dos Materiais – Tradução da 7ª edição norte-americana. Cengage Learning, 2010, 860p, Capítulo 2.