



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

PME-3210 - Mecânica dos Sólidos I

Aula #03

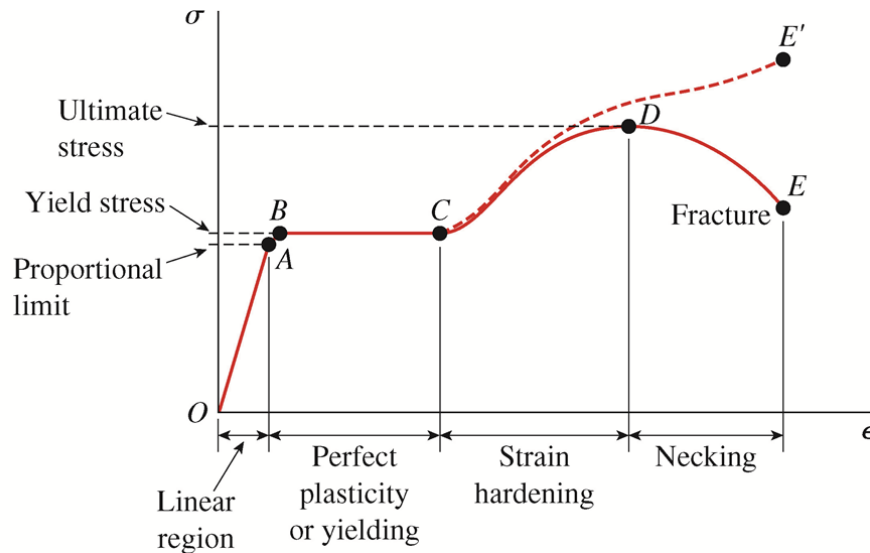
Prof. Dr. Clóvis de Arruda Martins

28/03/23



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

1.5. Elasticidade Linear, Lei de Hooke e Coeficiente de Poisson



Lei de Hooke: $\sigma = E\varepsilon$

$E \rightarrow$ *Módulo de elasticidade ou*
Módulo de Young

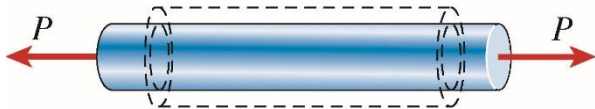
Aço: $E=190\sim 210\text{GPa}$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica



Diâmetro $\rightarrow d$



Diâmetro $\rightarrow d'$

Deformação lateral:

$$\varepsilon' = \frac{d' - d}{d}$$

Coefficiente de Poisson:

$$\nu = -\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$$

$$\varepsilon' = -\nu\varepsilon$$

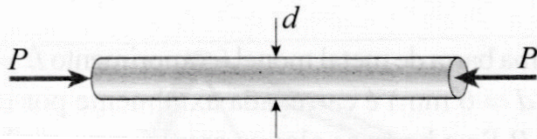
Aço $\rightarrow \nu = 0,27 \sim 0,30$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

1.5-1 Uma barra de aço de alta resistência usada em um grande guindaste tem diâmetro $d = 50$ mm (veja a figura). O aço tem módulo de elasticidade $E = 200$ GPa e coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$. Por causa de exigências de folgas, o diâmetro da barra é limitado a 50,025 mm quando a barra é comprimida por forças axiais.

Qual é a maior carga de compressão $P_{\max}$ que é permitida?



$$\varepsilon' = -\nu \varepsilon$$

$$\varepsilon' = \frac{d' - d}{d}$$

$$\sigma = E \varepsilon$$

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

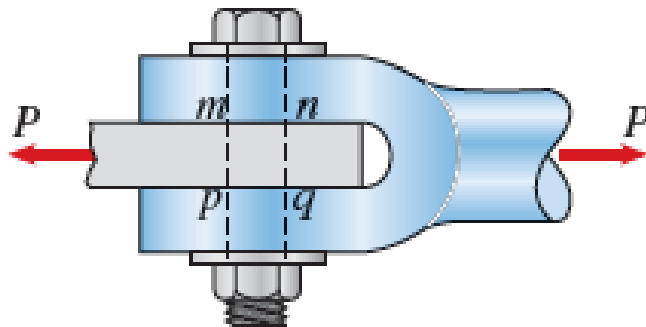
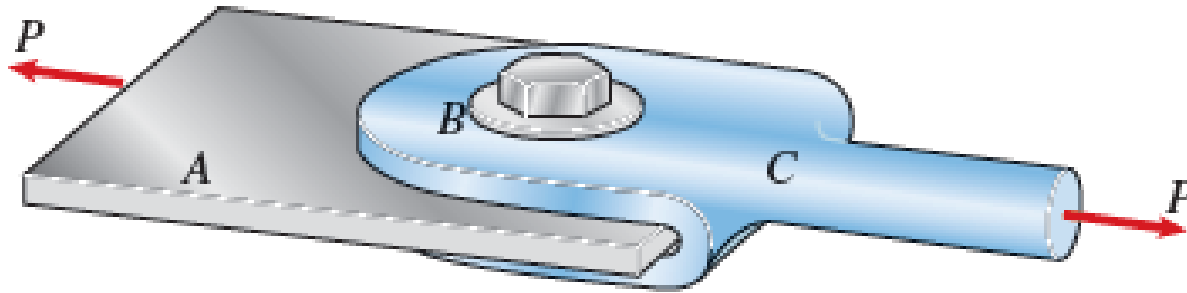
$$P = -\frac{\pi}{4} E d \frac{d' - d}{\nu}$$

$$P_{\max} = -\frac{\pi}{4} E d \frac{d'_{\max} - d}{\nu}$$

$$\Rightarrow P_{\max} = -654 \text{ kN}$$

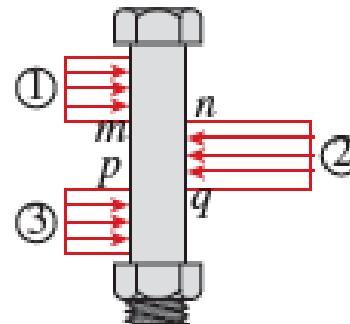


Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica



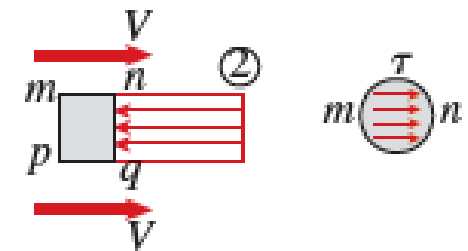
*Tensão de
 esmagamento média
 (ou tensão cortante):*

$$\sigma_B = \frac{\text{Força de esmagamento}}{\text{Área Projetada}}$$



Força cortante:

$$V = \frac{P}{2}$$



*Tensão de
 cisalhamento média:*

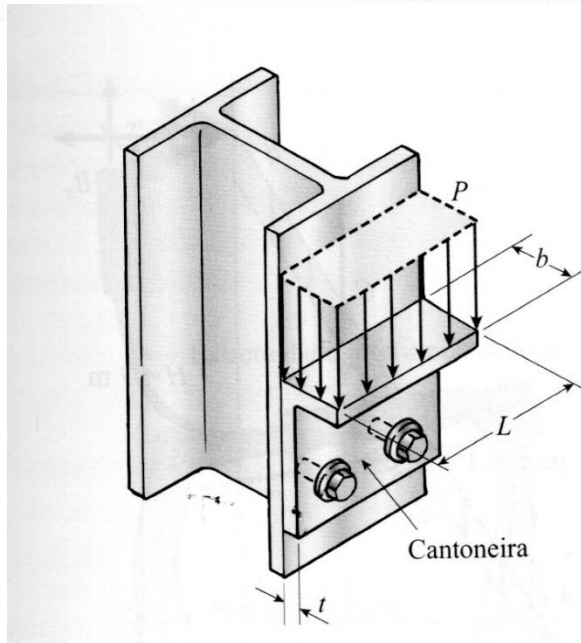
$$\tau_{méd} = \frac{V}{A}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

1.6-1 Uma cantoneira de espessura $t = 19 \text{ mm}$ é fixada ao rebordo de uma coluna por dois parafusos de 16 mm de diâmetro (veja a figura). Uma carga distribuída uniformemente age na face superior do suporte com uma pressão $p = 1,9 \text{ MPa}$. A face superior do suporte tem comprimento $L = 200 \text{ mm}$ e largura $b = 75 \text{ mm}$.

Determine a pressão cortante média σ_b entre o suporte e os parafusos e a tensão de cisalhamento média τ_{med} nos parafusos. (Desconsidere o atrito entre o suporte e a coluna.)



$$P = p b L$$

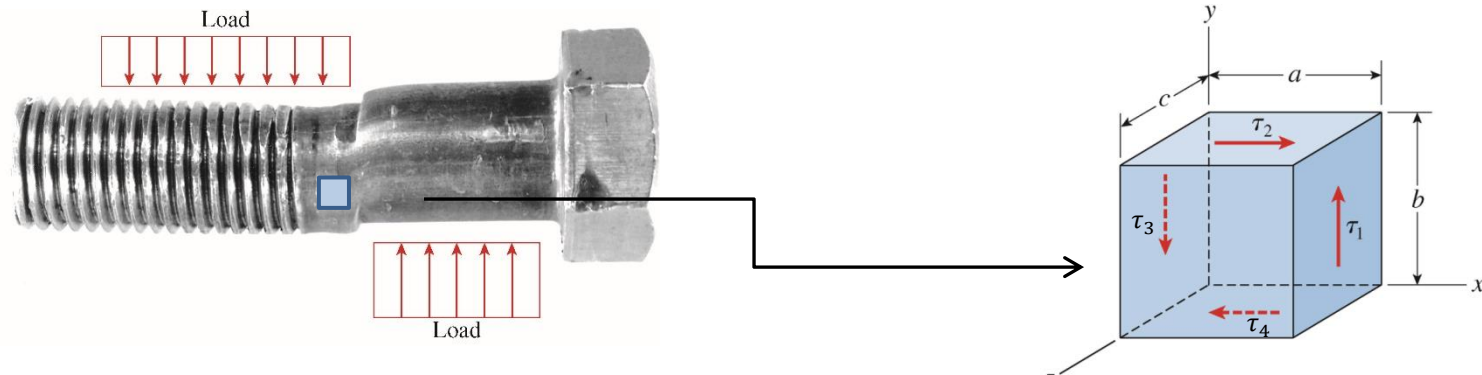
$$A_{proj} = d t \quad \sigma_B = \frac{P}{2 A_{proj}} = 46,9 \text{ MPa}$$

$$A = \frac{\pi}{4} d^2 \quad \tau_{\text{med}} = \frac{P}{2 A} = 70,9 \text{ MPa}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Igualdade das tensões de cisalhamento em planos perpendiculares:



$$\sum F_x = 0 \Leftrightarrow \tau_2(ac) = \tau_4(ac) \Leftrightarrow \tau_2 = \tau_4$$

$$\sum F_y = 0 \Leftrightarrow \tau_1(bc) = \tau_3(bc) \Leftrightarrow \tau_1 = \tau_3$$

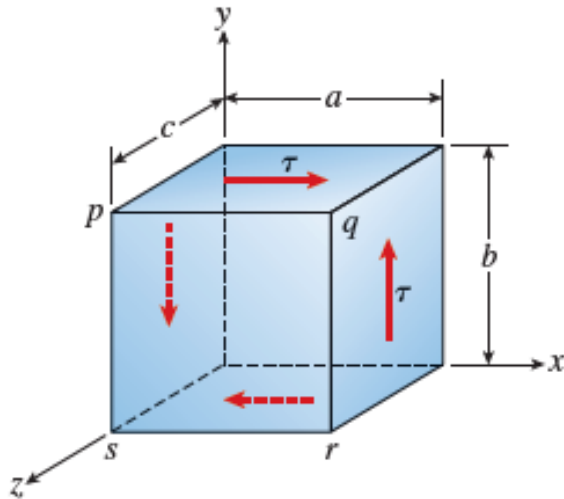
$$\sum M_z = 0 \Leftrightarrow \tau_1(bc)a = \tau_2(ac)b \Leftrightarrow \tau_1 = \tau_2$$



$$\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = \tau$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

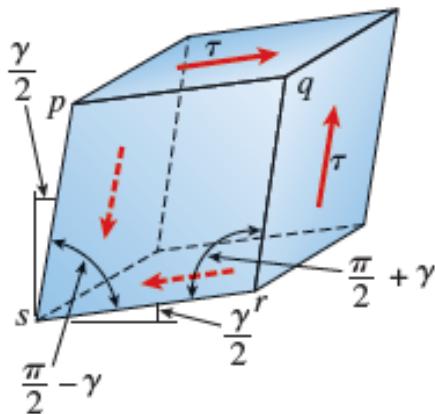


$\gamma \rightarrow$ *distorção*

Lei de Hooke:

$$\tau = G \gamma$$

$G \rightarrow$ módulo de elasticidade
para cisalhamento



Relação:

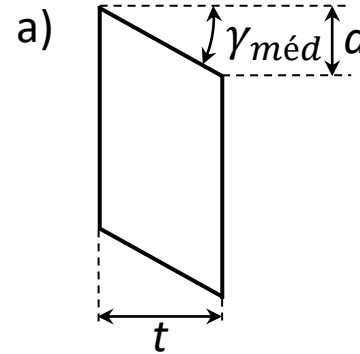
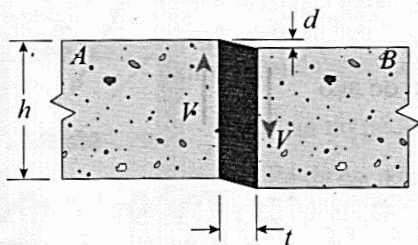
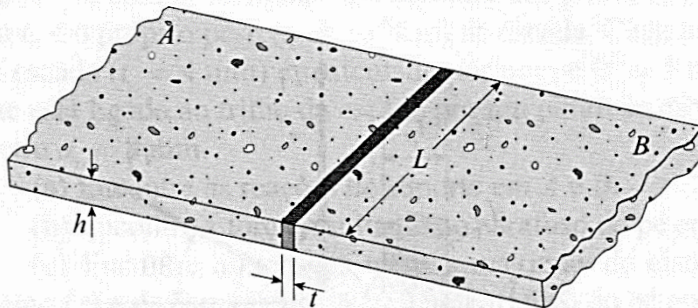
$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

1.6-9 Uma junta entre duas lajes de concreto *A* e *B* é preenchida com um epóxi flexível que fixa firmemente o concreto (veja a figura). A altura da junta é $h = 100$ mm, seu comprimento é $L = 1,0$ m e sua espessura é $t = 12$ mm. Sob a ação de forças de cisalhamento V , as lajes deslocam-se verticalmente a uma distância $d = 0,048$ mm uma da outra.

- (a) Qual é o deslocamento médio por cisalhamento $\gamma_{\text{médio}}$ no epóxi?
 (b) Qual é a magnitude das forças V se o módulo de elasticidade de cisalhamento G para o epóxi é 960 MPa?



$$\gamma_{\text{méd}} = \frac{d}{t} = 0,004 = 4000 \mu \text{rd}$$

b) $V = \tau A$

$$A = L h$$

$$\tau = G \gamma$$

$$\Rightarrow V = G L h \gamma = 384 \text{ kN}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Referência:

Gere, J.M., Goodno, B.J. Mecânica dos Materiais – Tradução da 7ª edição norte-americana. Cengage Learning, 2010, 860p, Capítulo 1.