



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

PME-3210 - Mecânica dos Sólidos I

Aula #13

Prof. Dr. Roberto Ramos Jr.

12/05/2023



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Agenda:

1. Transmissão de Potência por Eixos Circulares (3.7), [1]
2. Exercícios



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

1. Transmissão de Potência por Eixos Circulares

Eixos rotativos são fundamentais para a transmissão de potência mecânica de um dispositivo ou máquina para outro(a), como no virabrequim de um automóvel, o eixo propulsor de um navio ou o eixo de um gerador em uma usina hidrelétrica.



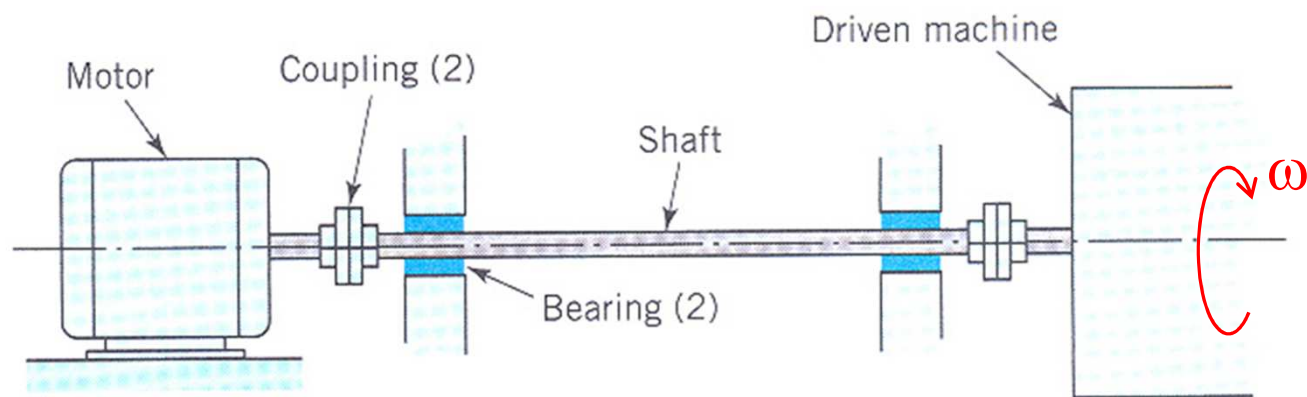
Figura 1. Eixo de um gerador para transmissão de potência.



Figura 2. Eixo de um navio acoplado ao hélice [2].



Alguns elementos utilizados na transmissão de potência



(Unidade motora)

(Unidade movida)

Sejam:

P = potência entregue pelo motor ao eixo;

T = torque transmitido ao longo do eixo;

ω = velocidade angular do eixo (e da unidade movida).



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

A relação entre potência, torque e velocidade angular é dada por:

$$P = \omega T = \frac{2\pi n}{60} T$$

Unidades no S.I.:

$[T] = \text{Nm}$ (newton-metro)

$[\omega] = \text{rad/s}$ (radianos por segundo)

$[P] = \text{W}$ (watt)

Unidades (sistema inglês):

$[T] = \text{lb.ft}$ (pound-feet)

$[\omega] = \text{rad/s}$ (radianos por segundo)

$[P] = \text{lb.ft/s}$

Obs: $1 \text{ hp} = 550 \text{ lb.ft/s} \cong 746 \text{ W}$

Outras relações úteis:

$\omega = 2\pi f$ onde f é a frequência angular expressa em Hz (hertz).

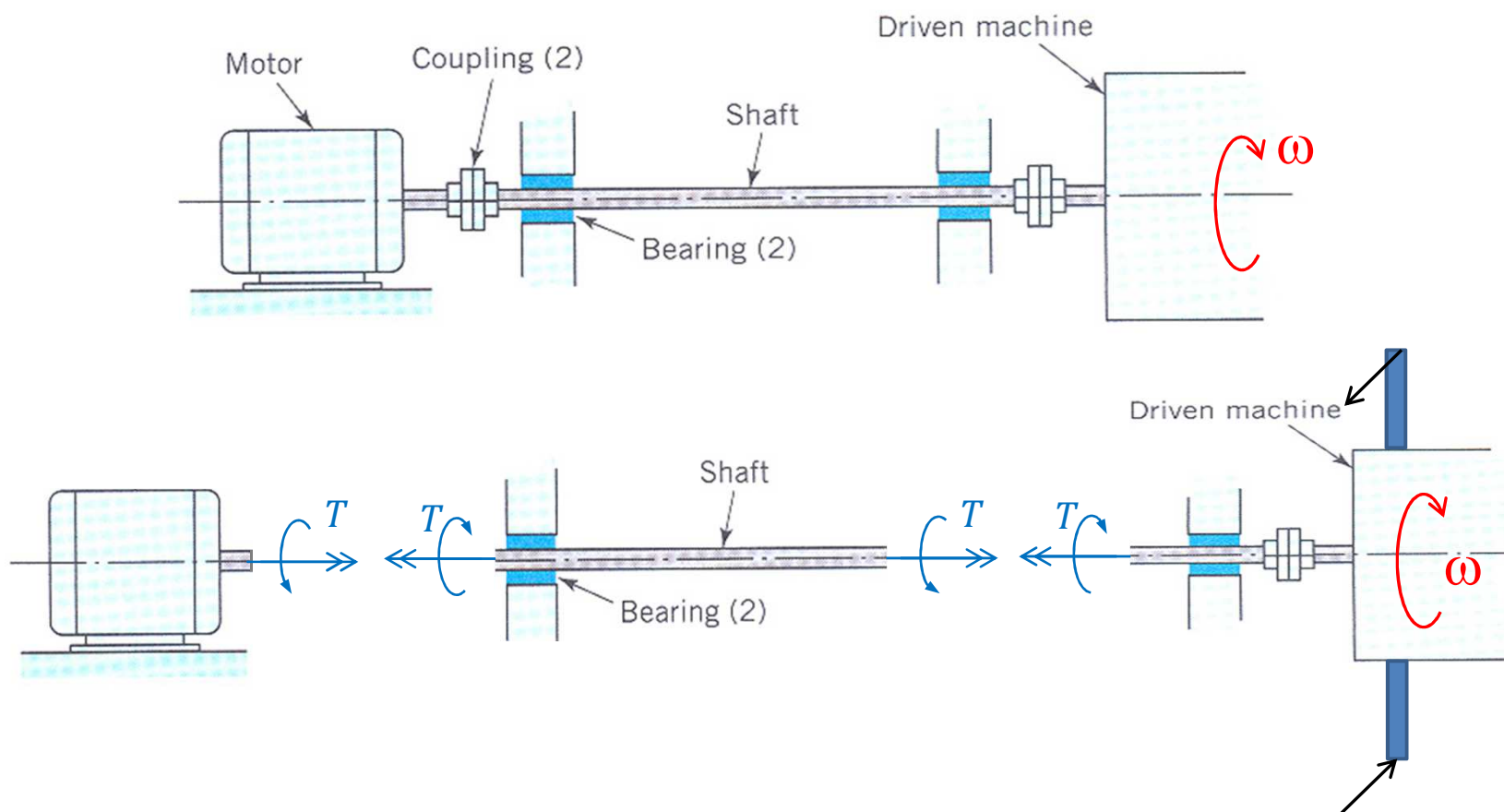
$n = 60f$ onde n é a frequência angular expressa em rpm (rotações por minuto).

$\omega = \frac{2\pi n}{60}$ onde n é dada em rpm e ω é dada em rad/s.



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Note que, se o eixo gira no sentido horário (como ilustrado na figura abaixo), o sentido do torque interno no eixo será positivo:





Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Exercício 1:

Um motor acoplado a um eixo circular maciço de aço transmite 30 kW para uma engrenagem em B. A tensão de cisalhamento admissível para o material é de 42 MPa. Determine:

- a) O diâmetro d necessário do eixo se ele for operado a 500 rpm;
- b) O diâmetro d necessário do eixo se ele for operado a 4000 rpm.

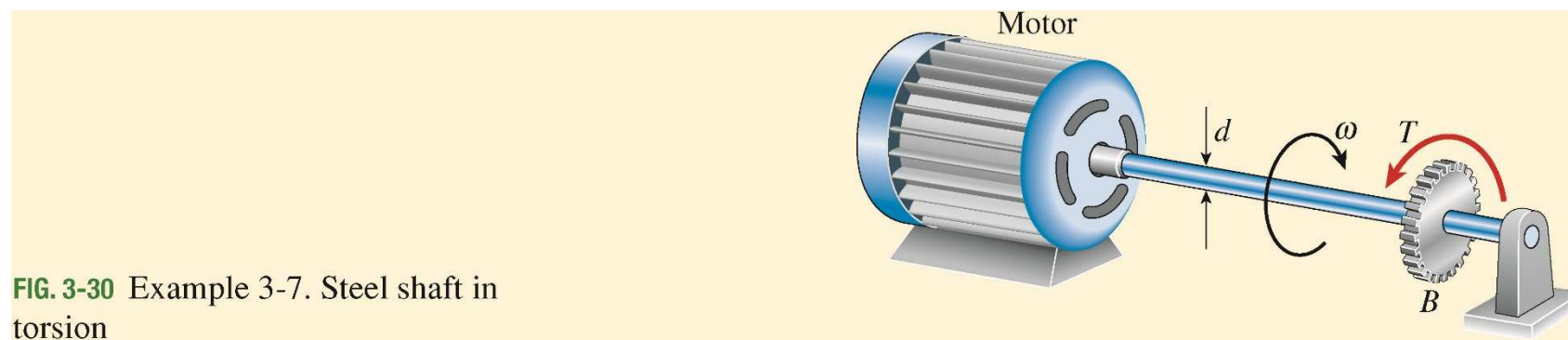


FIG. 3-30 Example 3-7. Steel shaft in torsion



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Solução - item (a) :

$$P = \omega T = \frac{2\pi n}{60} T$$

Dados:

$$P = 30.000W$$

$$n = 500rpm$$



$$T = \frac{60P}{2\pi n} = 573 Nm$$

$$\tau_{m\acute{a}x} \leq \tau_{adm}$$

Tensão cisalhante admissível :
depende do material escolhido,
das condições de operação, e do
fator de segurança adotado.

Tensão cisalhante máxima atuante no eixo: irá depender
apenas do torque aplicado e do diâmetro do eixo:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{T}{I_p} \frac{d}{2}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Resulta:
$$\left[\begin{array}{l} \tau_{\text{máx}} = \frac{T d}{I_p 2} \\ I_p = \frac{\pi d^4}{32} \end{array} \right. \Rightarrow \tau_{\text{máx}} = \frac{16T}{\pi d^3}$$

$$\frac{16T}{\pi d^3} \leq \tau_{adm} \Leftrightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi \tau_{adm}}}$$

Como:
$$\left[\begin{array}{l} T = 573 \text{ Nm} = 5,73 \cdot 10^5 \text{ Nmm} \\ \tau_{adm} = 42 \text{ MPa} = 42 \text{ N/mm}^2 \end{array} \right. \Rightarrow d \geq 41,1 \text{ mm}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Solução - item (b) :

Dados: $P = 30.000W$
 $n = 4000rpm$  $T = \frac{60P}{2\pi n} = 71,6 Nm$

$$\tau_{m\acute{a}x} \leq \tau_{adm} \Leftrightarrow \frac{16T}{\pi d^3} \leq \tau_{adm} \Leftrightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi \tau_{adm}}}$$

Como: $\left[\begin{array}{l} T = 71,6 Nm = 7,16 \cdot 10^4 Nmm \\ \tau_{adm} = 42MPa = 42 N/mm^2 \end{array} \right.$  $d \geq 20,6 mm$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

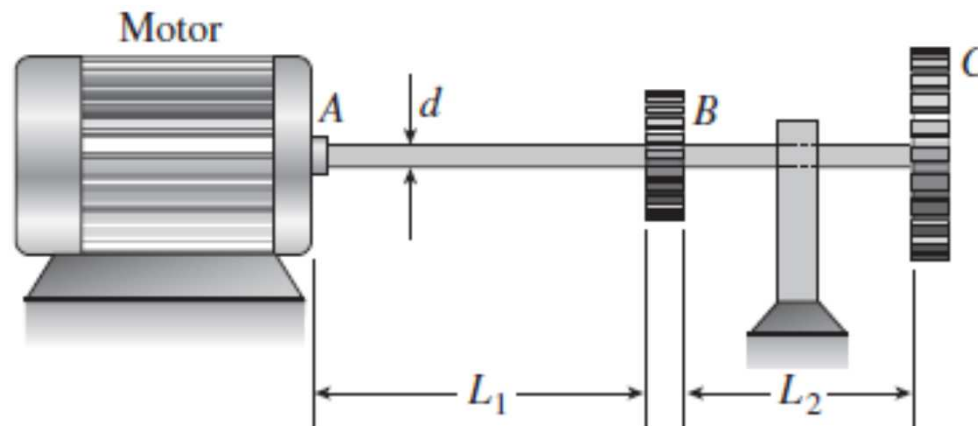
Observações:

1. O diâmetro do eixo a ser escolhido deve ser de um eixo comercialmente disponível com valor igual ou superior ao valor mínimo encontrado;
2. O exemplo anterior ilustra que, quanto maior a velocidade de rotação, menor o tamanho necessário do eixo (mantidas a mesma potência e tensão admissível do material);
3. Deve-se tomar cuidado, contudo, com problemas de perda de estabilidade ou vibrações excessivas que podem ser causados em eixos com baixa rigidez flexo-torcional;
4. O uso de eixos vazados pode ser uma solução interessante em determinados projetos (menor massa mas com rigidez torcional praticamente equivalente ao de um eixo maciço);
5. O projeto de eixos também deve levar em consideração diversos outros aspectos que ainda serão explorados ao longo do curso de Engenharia Mecânica. Fadiga, vibrações torcionais, flexo-torção e concentrações de tensões são alguns dos pontos que merecem destaque (sugestão para leitura: [3]).



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Problem 3.7-10 The shaft ABC shown in the figure is driven by a motor that delivers 300 kW at a rotational speed of 32 Hz. The gears at B and C take out 120 and 180 kW, respectively. The lengths of the two parts of the shaft are $L_1 = 1.5$ m and $L_2 = 0.9$ m. Determine the required diameter d of the shaft if the allowable shear stress is 50 MPa, the allowable angle of twist between points A and C is 4° , and $G = 75$ GPa.





Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Solução:

A relação entre potência, torque e velocidade angular é, como vimos:

$$P = \omega T$$
$$\left[\begin{array}{l} \omega = 2\pi f = 201,06 \text{ rad/s} \\ P = 3 \times 10^5 \text{ W} \end{array} \right. \Rightarrow T = \frac{P}{\omega} \cong 1492 \text{ Nm}$$

Como eixo e engrenagens giram com a mesma velocidade angular, a relação entre potências é a mesma relação entre torques:

$$\frac{T_B}{T} = \frac{P_B}{P} = \frac{120}{300} = 0,4 \Rightarrow T_B \cong 597 \text{ Nm}$$

$$\frac{T_C}{T} = \frac{P_C}{P} = \frac{180}{300} = 0,6 \Rightarrow T_C \cong 895 \text{ Nm}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

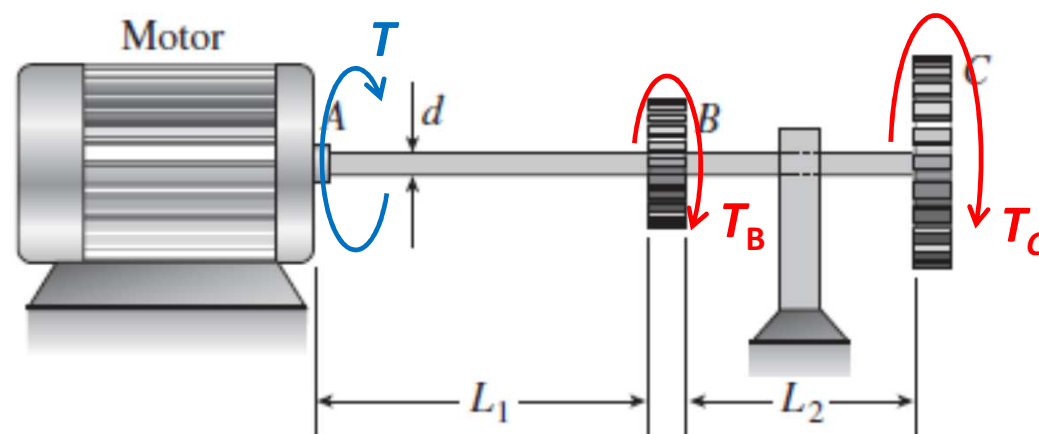
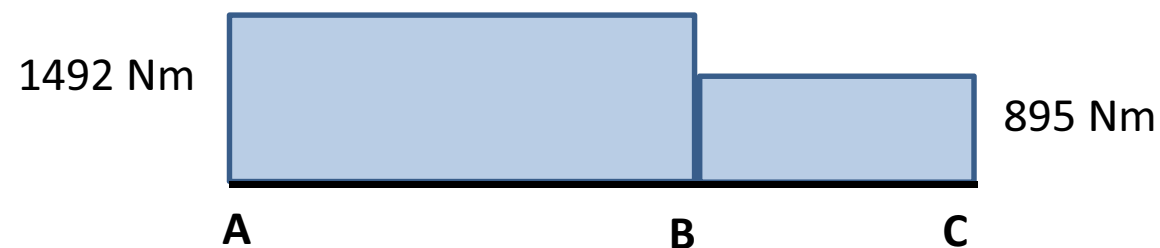


Diagrama de Momentos de Torção:





Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Devemos ter: $\tau_{m\acute{a}x} \leq \tau_{adm} \Leftrightarrow \frac{16T_{m\acute{a}x}}{\pi d^3} \leq \tau_{adm} \Leftrightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{16T_{m\acute{a}x}}{\pi \tau_{adm}}}$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \times 1,492 \times 10^6 Nmm}{\pi \times 50 N/mm^2}} \Leftrightarrow d \geq 53,4 mm$$

E também: $\phi_{C,A} \leq \phi_{C,A,adm} = \frac{4\pi}{180} = 0,0698 rad$

$$\phi_{C,A} = \phi_{C,B} + \phi_{B,A} = \frac{T_C L_2}{G I_p} + \frac{T L_1}{G I_p} = \frac{32}{G \pi d^4} (T_C L_2 + T L_1) \leq \phi_{C,A,adm}$$

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{32(T_C L_2 + T L_1)}{G \pi \phi_{C,A,adm}}} = \sqrt[4]{\frac{32(895 \times 0,9 + 1492 \times 1,5)10^6}{75000 \times \pi \times 0,0698}} = 49,3 mm$$

Logo: **$d \geq 53,4 mm$** (critério de resistência é o limitante).



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Referências:

- [1] Gere, J.M.; Goodno, B.J.; Mecânica dos Materiais, Tradução da 7ª edição norte-americana. Cengage Learning, 2010, 860p, cap.3
- [2] <https://www.nauticexpo.com/pt/prod/schaffran-propeller-service/product-31586-358602.html>
- [3] Armah, S.K. Preliminary design of a power transmission shaft under fatigue loading using ASME code. Amer J Eng App Sci, 2018, 11 (1): 227.244. Doi: 10.3844/ajeassp.2018.227.244