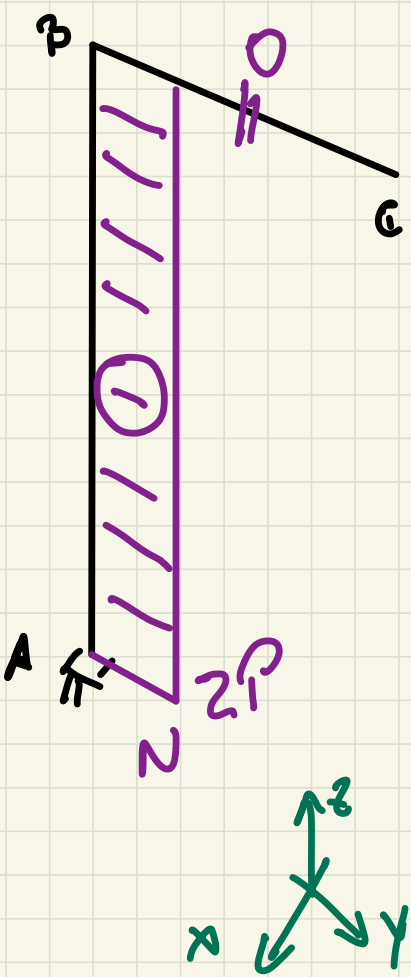
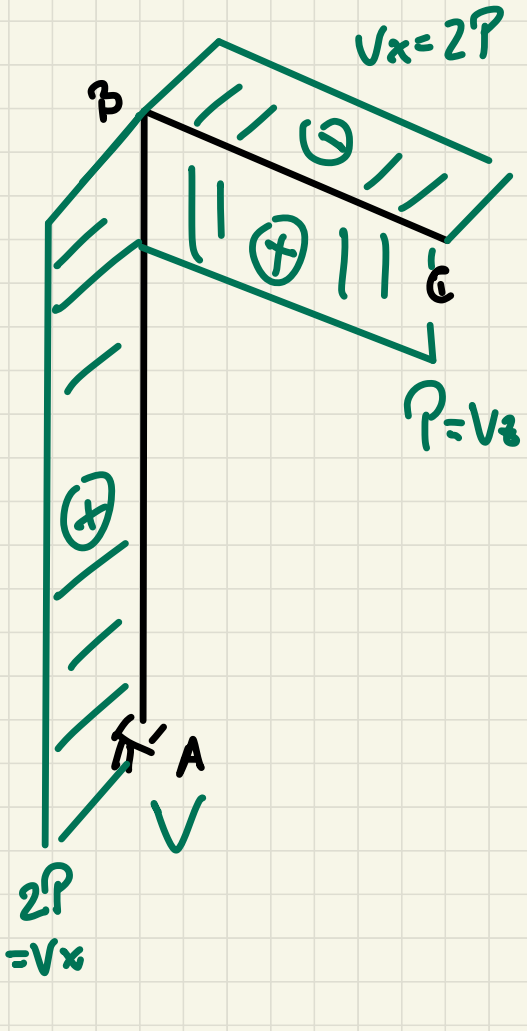
PEF 3208 : 18/5/21

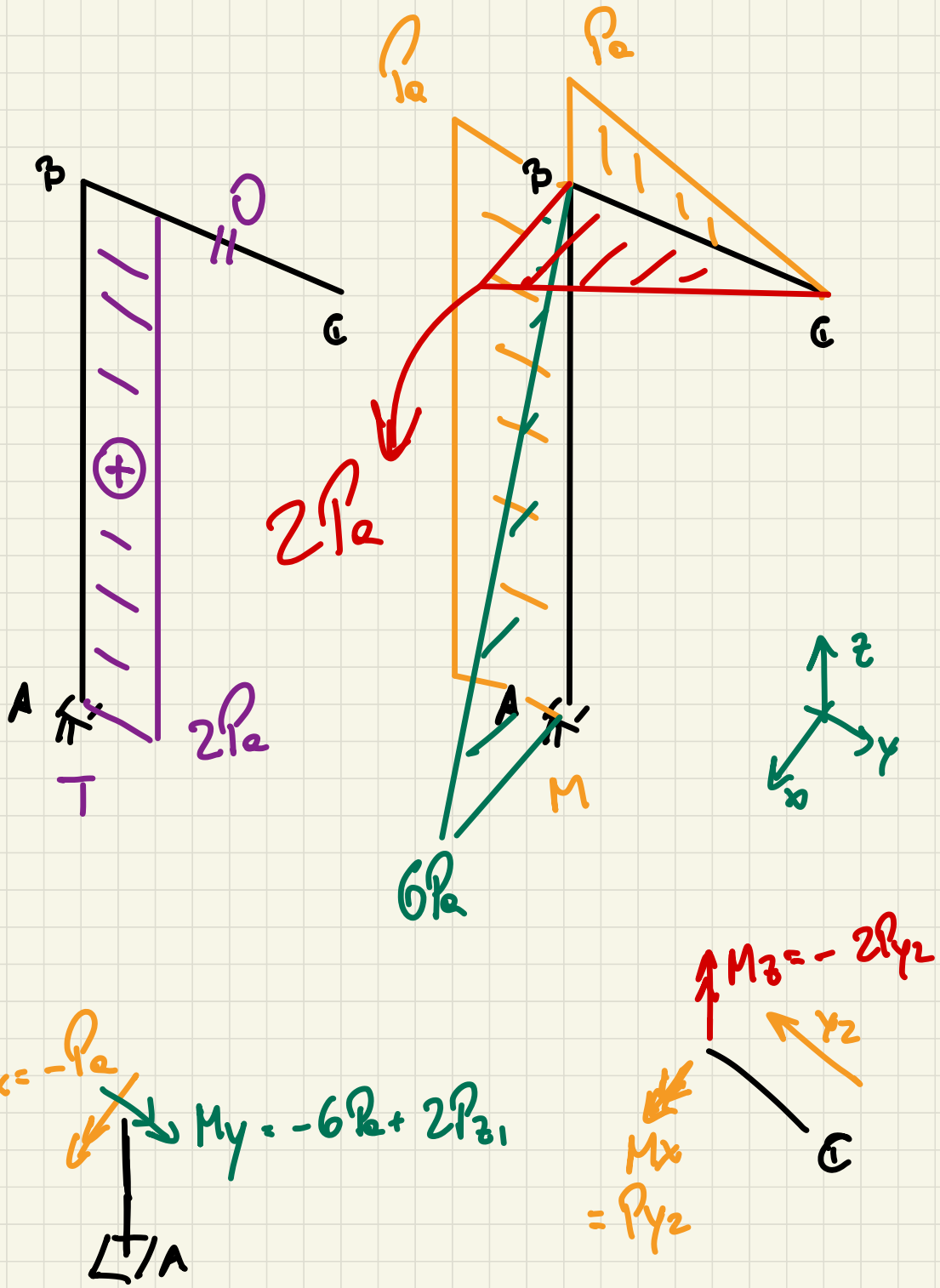
Hoje : • Estruturas tridimensionais (continuação)

• Treliças planas isostáticas

Continuação aula anterior

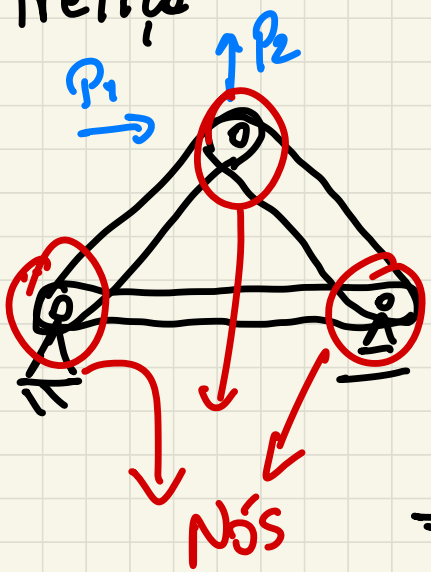





P
O
C
A
T
2Pa
Pa
Pa
P
C
2Pa
A
M
6Pa
z
y
x
Mx = -Pa
My = -6Pa + 2Pz1
Mz = - 2Py2
y2
Mx
= Py2
C

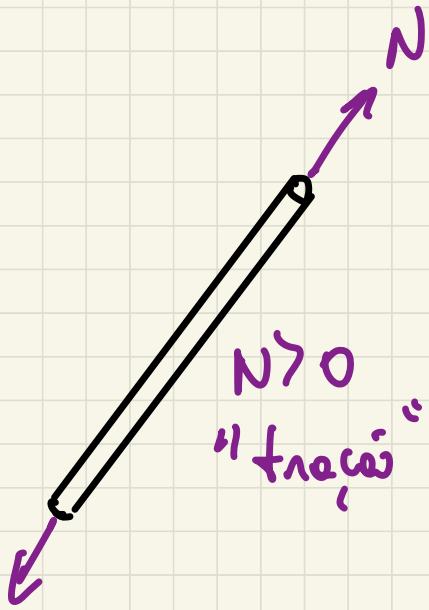
Treliças planas isostáticas

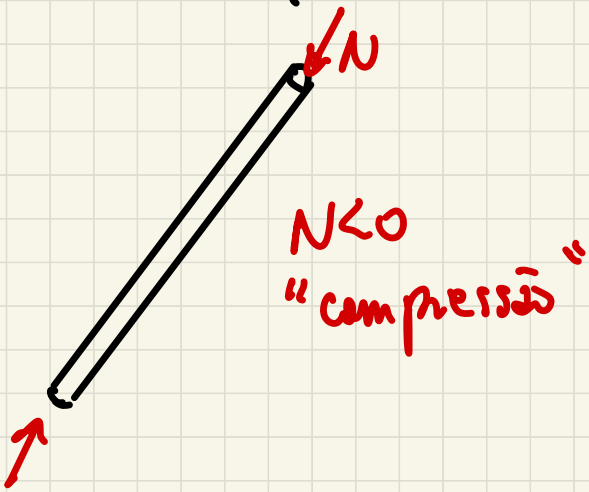
Treliça:



Estruturas reticuladas, forças concentradas aplicadas somente nos nós, articulados nas extremidades

⇒ o único esforço solicitante é a força normal



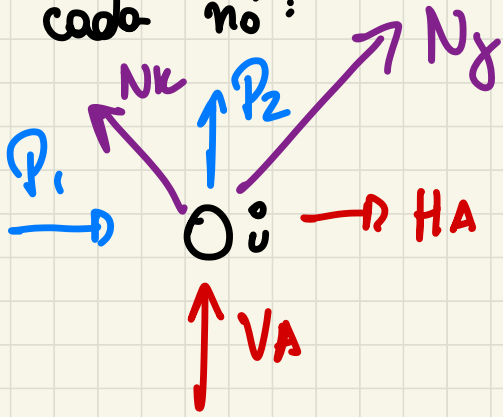


Resolver uma treliça ⇒ achar todas as forças normais e as reações de apoio

Métodos a serem estudados:

- Método dos nós

Para cada nó:



N_J e N_K, forças normais nas barras J e K

Cada nó deve estar em equilíbrio

$\sum F_x = 0$

$\sum F_y = 0$

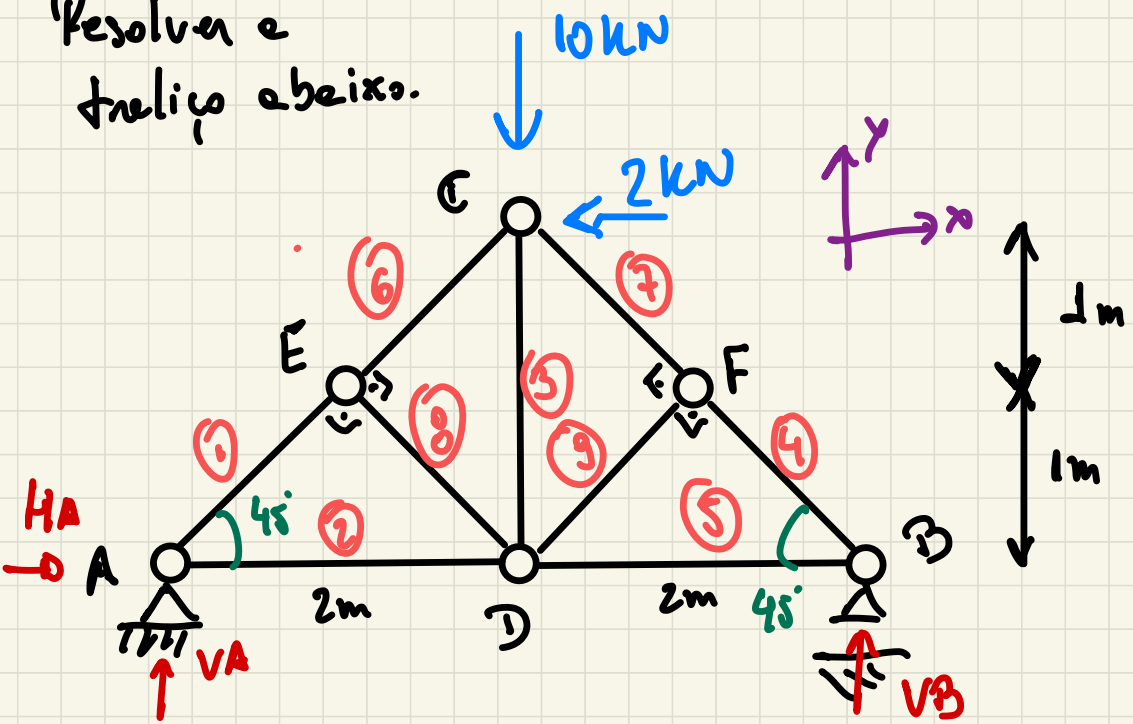
n nós ⇒ tenho 2n Eqs

Incógnitas: b + v (número incógnitas vínculos)

↳ número de barras

Treliça isostática: $b + v = 2n$

Resolver a treliça abeixo.



Sol: Reações de apoio

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \boxed{H_A = 2kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A + V_B = 10kN$$

(+) $$\sum M_A = 0 \Rightarrow -10.2 + 2.2 + 4V_B = 0$$

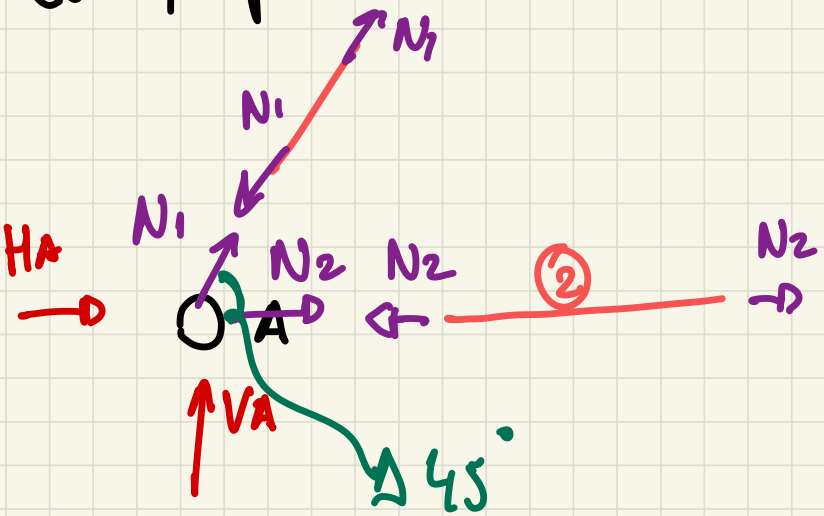
$$\Rightarrow \boxed{V_B = 4kN}$$

$$\boxed{V_A = 6kN}$$

Aplico método dos nós, começando por um com no máx, 2 incógnitas.

Dica: Inicialmente, desenhar esforços normais como se todas as barras estivessem em tração.

Começo pelo nó A,,



Equilíbrio nó A

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow HA + N_1 \cos 45° + N_2 = 0 \quad (*)$

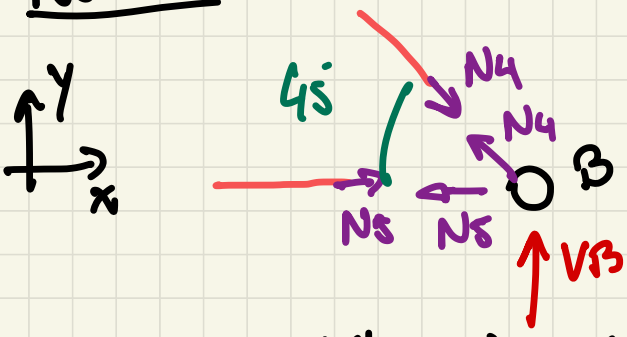
$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow VA + N_1 \operatorname{sen} 45° = 0 \quad (**)$

De (*) e (**)

$$N_2 = 4\,kN$$

$$N_1 = -6\sqrt{2}\,kN$$

Nó B



Equilíbrio do nó

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow -N_5 - N_4 \cos 45^\circ = 0 \quad (*)$$

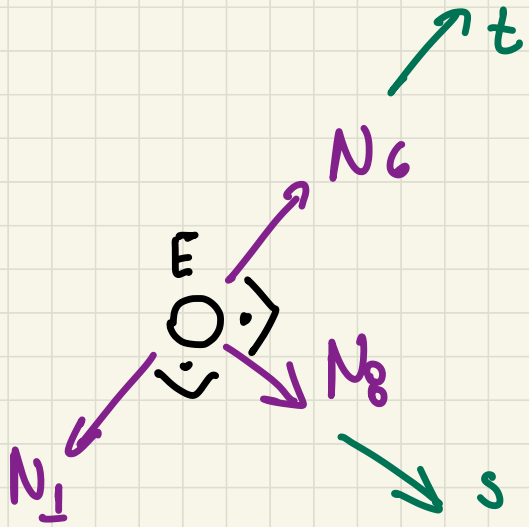
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_4 \operatorname{sen} 45^\circ + V_B = 0 \quad (**)$$

De (*) e (**)

$$N_4 = -4\sqrt{2}\,kN$$

$$N_5 = 4\,kN$$

Nó E



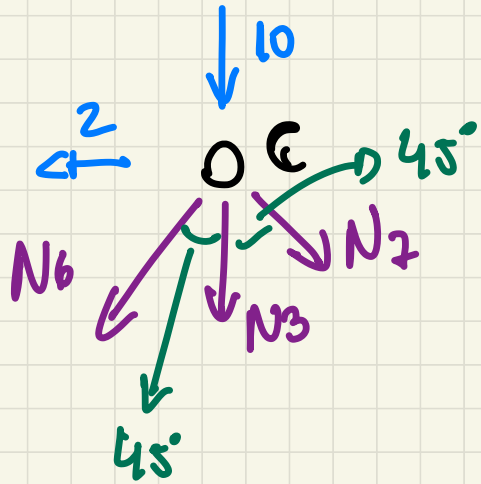
Equilíbrio do nó E

$$\sum F_s = 0 \Rightarrow \boxed{N_8 = 0}$$

$$\sum F_t = 0 \Rightarrow -N_1 + N_6 = 0$$

$$\boxed{N_1 = N_6 = -6\sqrt{2}\ kN}$$

Nó C



Equilíbrio $\quad \sum F_x = 0$

$$\Rightarrow -N_6 \operatorname{sen}45° - 2 + N_7 \operatorname{sen}45° = 0$$

$$\Rightarrow -\left(-6\sqrt{2}\right)\frac{\sqrt{2}}{2} - 2 + N_7\frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$\Rightarrow 6 - 2 + N_7\frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

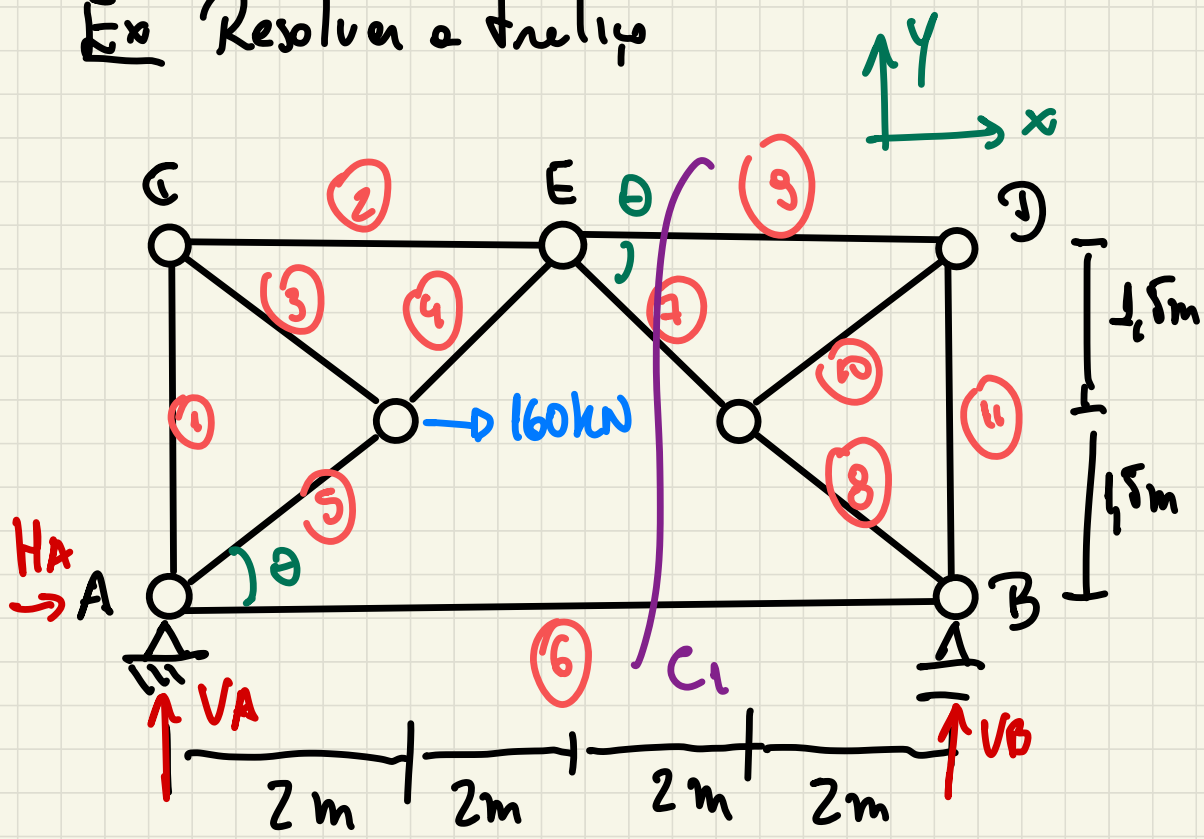
$$\Rightarrow N_7\frac{\sqrt{2}}{2} = -4 \Rightarrow N_7 = \frac{-8}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = -4\sqrt{2}$$

$= N_4$ (como esperado!) $\quad \boxed{N_7 = -4\sqrt{2}\,kN}$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -N_6 \cos 45^\circ - N_3 - N_7 \cos 45^\circ - 10 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{N_3 = 0 \text{ kN}}$$

Ex Resolva a treliça



$\sin\theta = 3/5 \quad \cos\theta = 4/5$

Sol: Reações de apoio:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \boxed{H_A = -160\,kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A + V_B = 0$$

$$(+)\ \sum M_A = 0 \Rightarrow -160 \cdot 1{,}5 + V_B \cdot 8 = 0$$

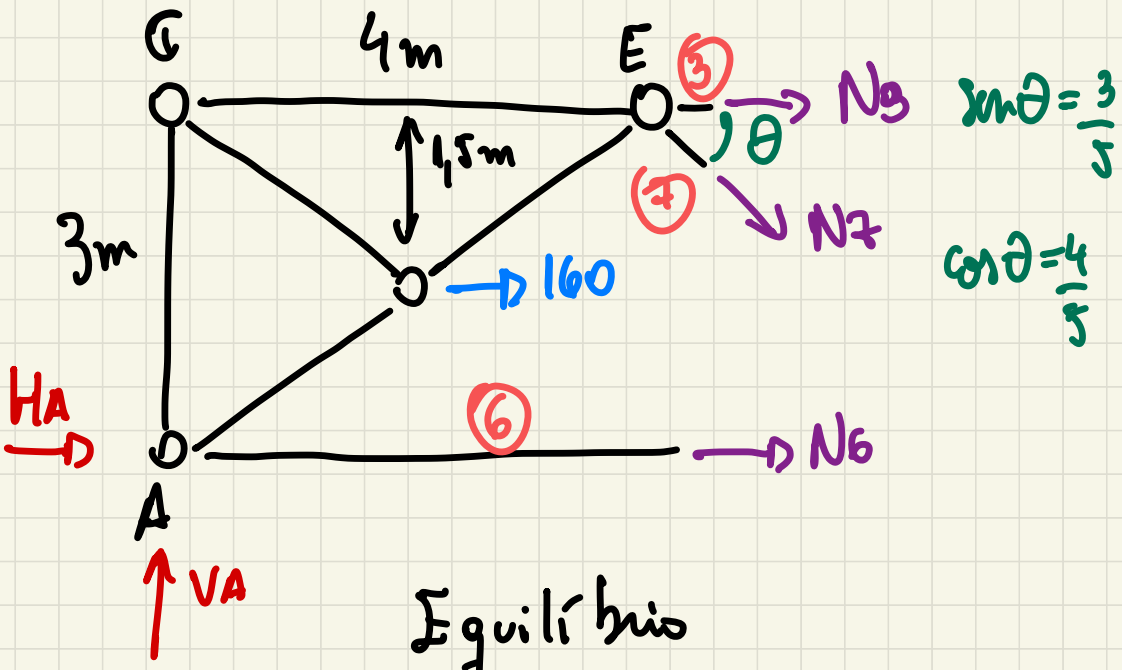
$V_B = 30\,kN$

$V_A = -30\,kN$

Como não tenho nó c/ 2 incógnitas apenas, não consigo iniciar a análise via método dos nós.

Usarei método de Ritter: corto a treliça e equilibro uma das sub-estruturas.

Sub-estrutura à esquerda de G



Equilíbrio

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow H_A + 160 + N_6 + N_3 + N_7 \cos\theta = 0 \quad (*)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A - N_7 \operatorname{sen}\theta = 0$$

$$N_7 = \frac{V_A}{\operatorname{sen}\theta} = V_A \cdot \frac{5}{3} = -50\,kN \quad (**)$$

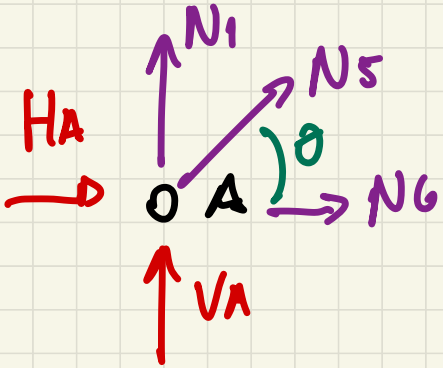
5) $\Sigma M_E = 0 \Rightarrow H_A \cdot 3 - V_A \cdot 4 + 160 \cdot 1{,}5 + N_6 \cdot 3 = 0$

$\Rightarrow \boxed{N_6 = 40\ KN}$ (***)

De (**) e (***) em (*)

$$\boxed{N_9 = 0\ KN}$$

Método do nó em A



$\Sigma F_x = 0$

$N_5 \cos\theta + N_6 + H_A = 0$

$\boxed{N_5 = 150\ KN}$

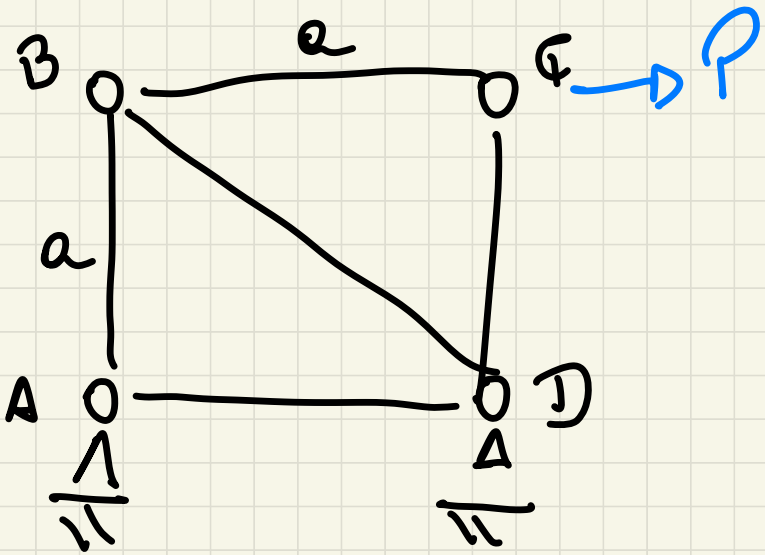
$\Sigma F_y = 0$

$\Rightarrow V_A + N_1 + N_5 \operatorname{sen} 45° = 0$

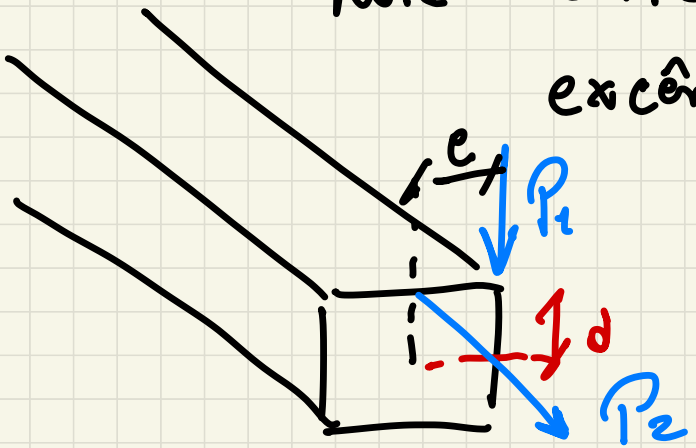
$\Rightarrow \boxed{N_1 = -60\ KN}$

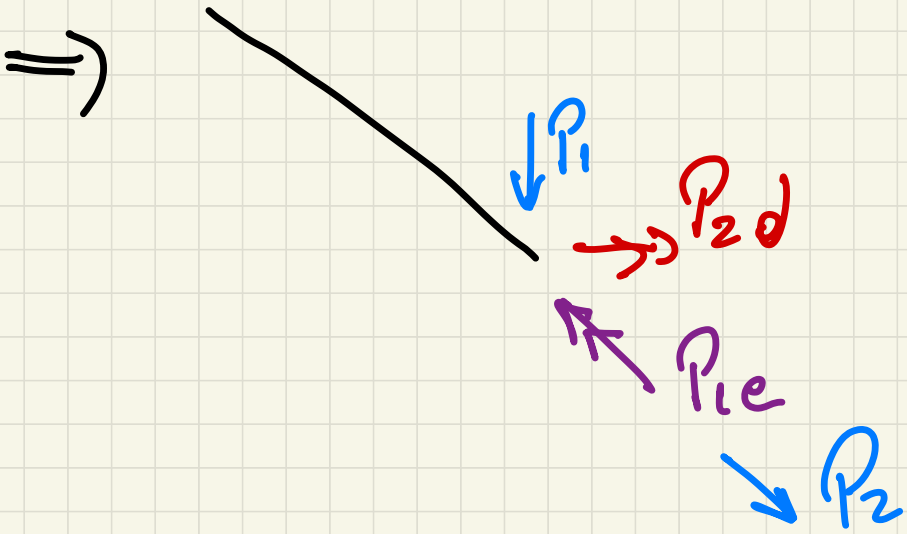
Ex para prezinho

Resolver a treliça



Note: Carregamento excêntrico




P_1
P_{2d}
P_{1e}
P_2