Equações diferenciais de equilíbrio

PEF 3208 - Fundamentos da mecânica das estruturas

Prof. Dr. Guilherme R. Franzini

Considere a viga abaixo ilustrada, sujeita a um carregamento transversal $q(x)$. Considere, ainda, o elemento de comprimento infinitesimal de comprimento dx extraído do interior da viga. Note que, no elemento infinitesimal, estão considerados os esforços solicitantes (tomados positivos segundo a convenção de sinais adotada na disciplina) nos dois cortes que o definem.

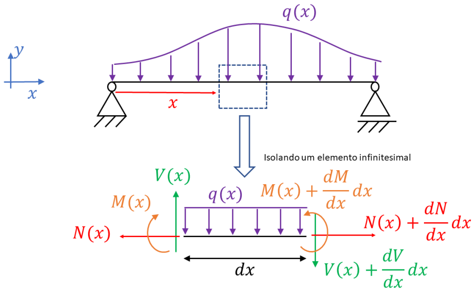

Figura: Representação esquemática do problema

O equilíbrio de momento será feito com relação ao corte mais à esquerda do elemento infinitesimal (ponto C). O carregamento distribuído será considerado, para efeito de equilíbrio, como um carregamento mecanicamente equivalente (ME) de intensidade igual à área da figura definida por $q(x)$ posicionada em seu baricentro. Como $dx \to 0$, vamos desprezar termos da forma dx^2.

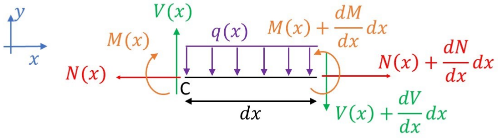

Figura: Detalhe do elemento infinitesimal

$$\sum F_x = 0 \to -N(x) + N(x) + \frac{dN}{dx}dx = 0 \leftrightarrow \frac{dN}{dx} = 0 \tag{1}$$

$$\sum F_y = 0 \to V(x) - q(x)dx - \left(V(x) + \frac{dV}{dx}dx\right) = 0 \leftrightarrow \frac{dV}{dx} = -q(x) \tag{2}$$

$$\sum M_C = 0 \to -M(x) - q(x)dx\frac{dx}{2} - \left(V(x) + \frac{dV}{dx}dx\right)dx + M(x) + \frac{dM}{dx}dx = 0 \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow \frac{dM}{dx} = V(x) \tag{3}$$

- As equações (1), (2) e (3) são denominadas equações diferenciais de equilíbrio e podem ser usadas tanto para obter expressões para os esforços solicitantes quanto para conferir as expressões obtidas de outras formas;
- A dedução feita desconsidera carregamento distribuído na direção do eixo da viga (eixo x). No entanto, isso pode ser facilmente incorporado em uma formulação mais completa seguindo o raciocínio aqui apresentado.