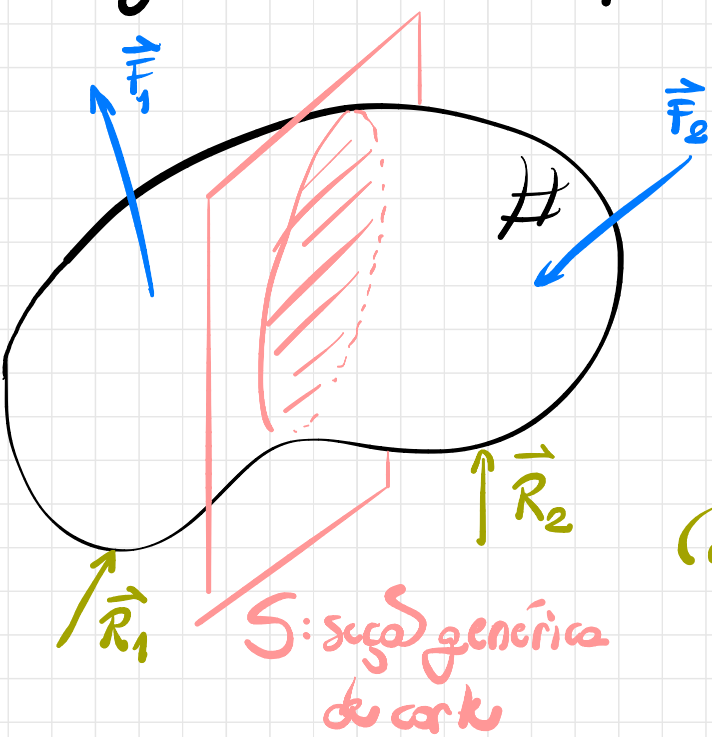
Esforços Internos

Até o momento foi visto apenas esforços externos ativos (forças/momentos aplicados) e reativos (reações vinculares devidas à aplicação de esforços).

Mas como os esforços são transmitidos dentro de um sólido?

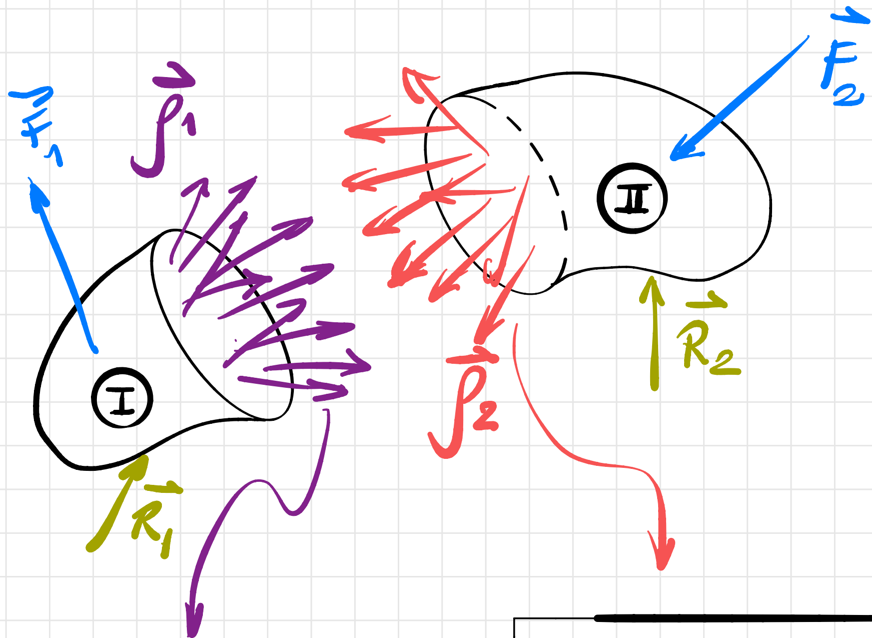
Imagine um sólido em equilíbrio:



$\vec{F}_1, \vec{F}_2$: forças externas ativas

$\vec{R}_1, \vec{R}_2$: forças externas reativas (reações vinculares)

Como o sólido está em equilíbrio:



ação da porção II na porção I	$= -$	ação da porção I na porção II

$\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2$ são esforços internos.

Tensão

Seja a força $\Delta\vec{F}$ a resultante dos esforços internos e transmitidos através da área ΔA ao redor de P. A tensão média no ponto P é dada por:

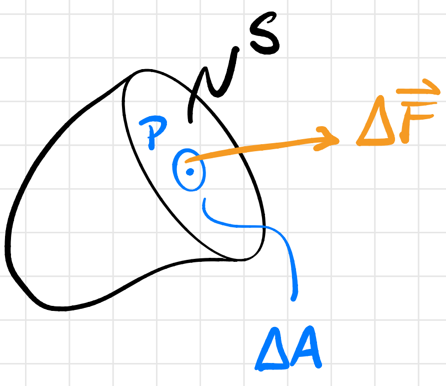
$$\vec{\rho}(P, \Delta A, \vec{n}) = \frac{\Delta\vec{F}}{\Delta A}$$, onde $\vec{n}$ é a normal ao plano S.

Admitindo uma distribuição contínua dos esforços internos define-se tensão como:

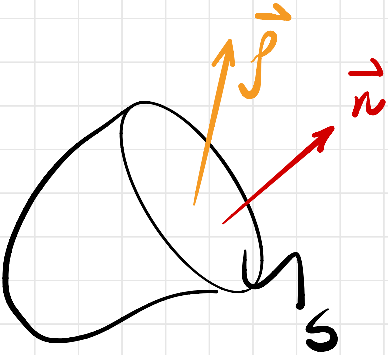
$$\vec{\rho}(P, \vec{n}) = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta\vec{F}}{\Delta A}$$

$[\rho] = [N/m^2] = [Pa]$

Pascal



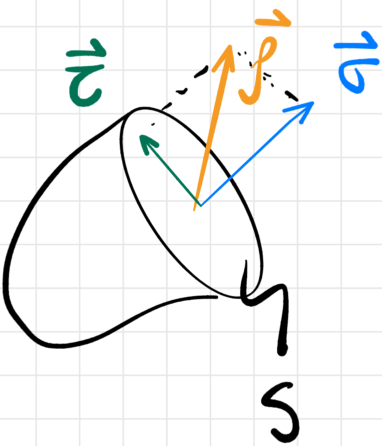
Essa tensão pode ser dividida em duas componentes: uma que está contida no plano e outra normal ao plano.



$$\vec{\rho} = \vec{\sigma} + \vec{\tau}$$

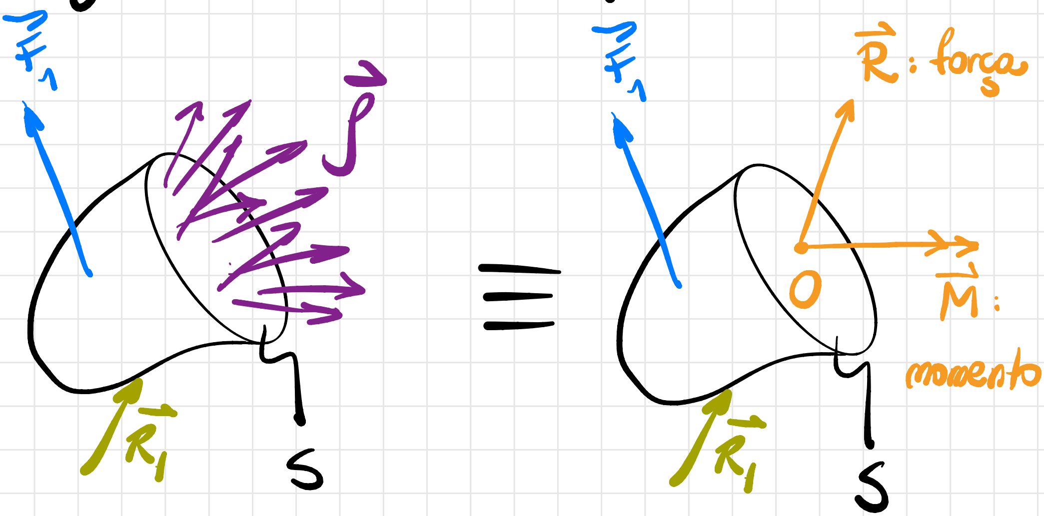
onde:

- $\vec{\sigma} = \sigma \vec{n}$, $\vec{n} \perp S$
  é a tensão normal
- $\vec{\tau} = \vec{\rho} - \vec{\sigma}$, $\vec{\tau} \,//\, S$
  é a tensão tangencial (ou de cisalhamento)



Esforços Solicitantes

É possível lidar com as tensões usando a abordagem mecanicamente equivalente:



$\{\vec{R}, \vec{M}\}$ é mecânicamente equivalente à $\{\vec{\rho}\,(P), P \in S\}$.

$$\vec{R} = \int_S \vec{\rho}(P)\,dA \quad ; \quad \vec{M} = \int_S (P-O) \wedge \vec{\rho}\,(P)\,dA$$

esforços solicitantes

O equilíbrio exige que:

$$\sum \vec{R}_i + \sum \vec{F}_j + \vec{R} = \vec{0} \iff$$

forças externas reativas

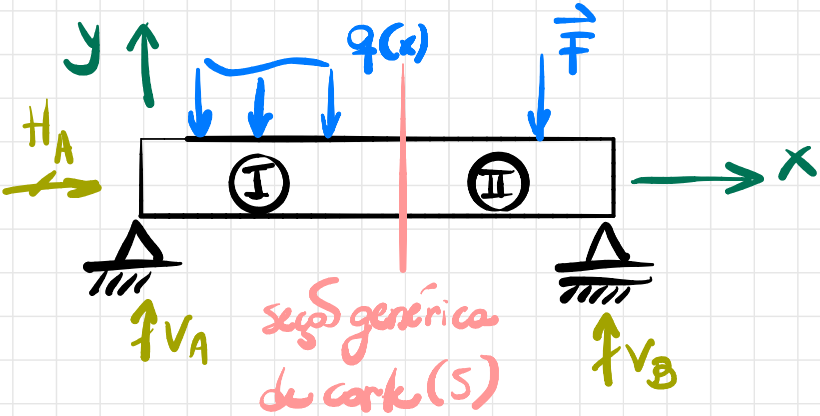
forças externas ativas

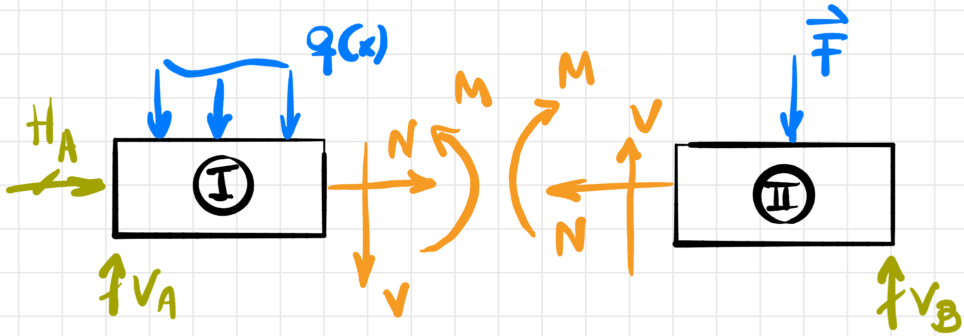
$$\vec{R} = -\sum \vec{R}_i - \sum \vec{F}_j$$

$$\sum (Q_i - O) \wedge \vec{R}_i + \sum (P_j - O) \wedge \vec{F}_j + \vec{M} = 0 \iff$$

$$\vec{M} = -\sum (Q_i - O) \wedge \vec{R}_i - \sum (P_j - O) \wedge \vec{F}_j$$

Problemas Planos

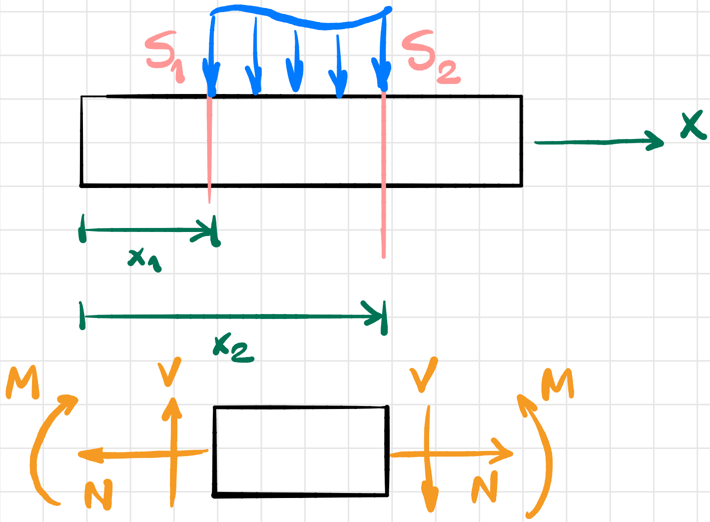




N, V, M são esforços solicitantes.

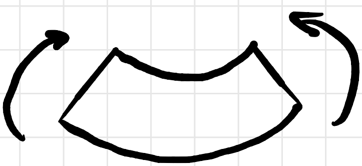
- N: força normal
- V: força cortante
- M: momento fletor

Convenção de Sinais

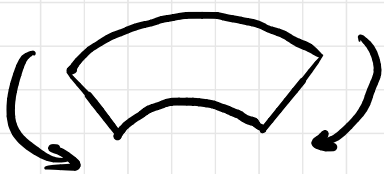


Os sinais são todos positivos.

- N sempre saindo da seção $\begin{cases} N > 0: \text{tração} \\ N < 0: \text{compressão} \end{cases}$
- V $\begin{cases} V > 0: \text{faz a seção girar no sentido horário} \\ V < 0: \text{faz a seção girar no sentido anti-horário} \end{cases}$
- M: $\begin{cases} M > 0: \text{alongamento (tração) das fibras inferiores} \\ M < 0: \text{encurtamento (compressão) das fibras inferiores} \end{cases}$

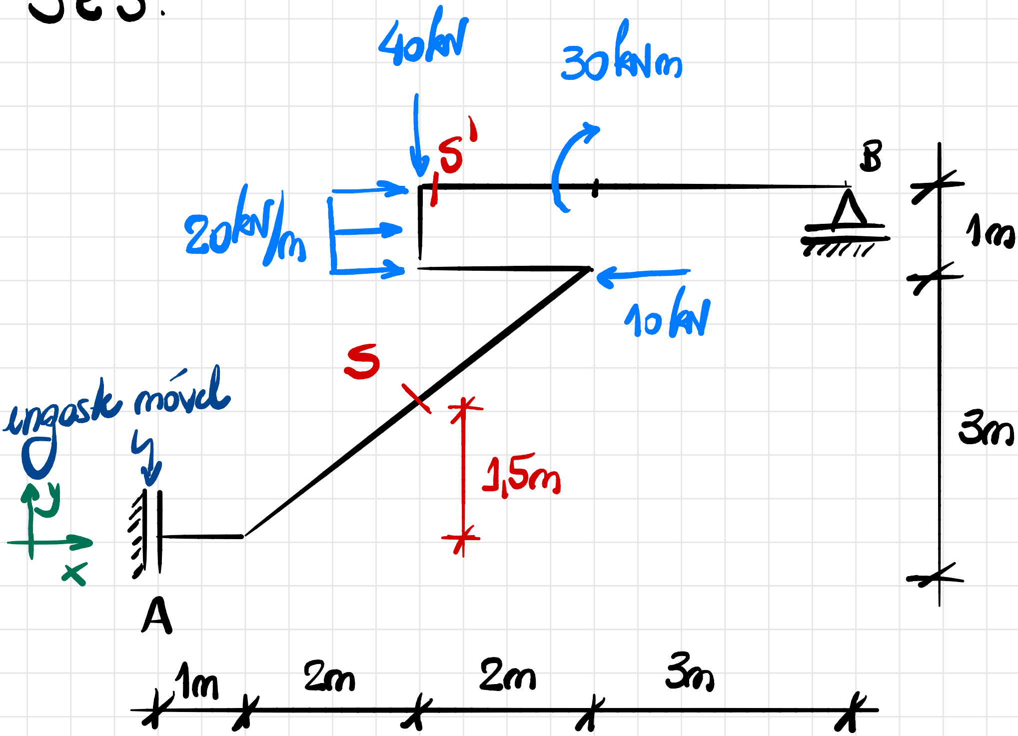


$M > 0$

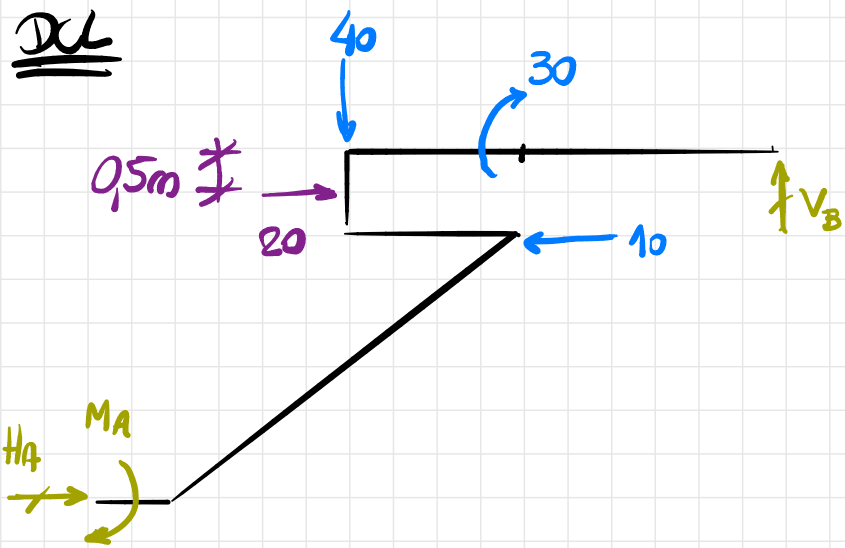


$M < 0$

Exemplo: determinar os esforços solicitantes nas seções S e S'.



DCL



$$\sum F_x = 0: \quad H_A + 20 - 10 = 0 \Rightarrow \boxed{H_A = -10\ kN}$$

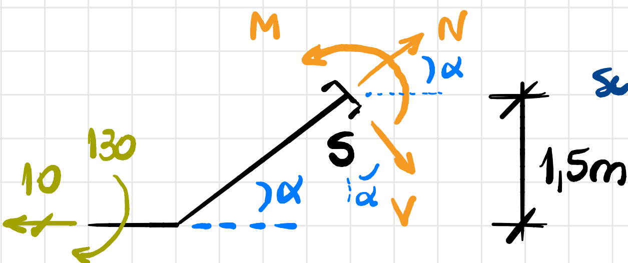
$$\sum F_y = 0: \quad -40 + V_B = 0 \Rightarrow \boxed{V_B = 40\ kN}$$

$$\circlearrowleft + \sum M_{(A)} = 0: -M_A + 10.3 - 20.3{,}5 - 40.3 - 30 + V_B.8 = 0$$

$$8V_B - M_A + \cancel{30} - 70 - 120 \cancel{-30} = 0$$

$$M_A = 8.40 - 190 \Rightarrow \boxed{M_A = 130\ kNm}$$

* Encontrando os esforços solicitantes na seção S:



$\text{sen}\,\alpha = 3/5$; $\cos\alpha = 4/5$

$$\sum F_x = 0: \quad -10 + N\cos\alpha + V\,\text{sen}\,\alpha = 0$$

$$\sum F_y = 0: \quad N\,\text{sen}\,\alpha - V\cos\alpha = 0$$

$$\circlearrowleft + \sum M_S = 0: \quad M - 130 - 10.1{,}5 = 0 \Rightarrow \boxed{M = 145\ kNm}$$

$$\begin{cases} -10 + \frac{4}{5}N + \frac{3}{5}V = 0 \\ \frac{3}{5}N - \frac{4}{5}V = 0 \Rightarrow 3N = 4V \Rightarrow N = \frac{4}{3}V \end{cases}$$

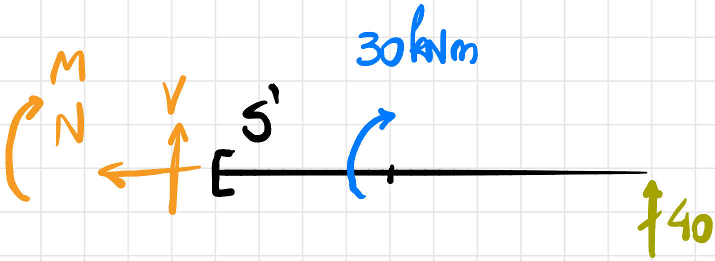
$$-10 + \frac{4}{5}\left(\frac{4}{3}V\right) + \frac{3}{5}V = 0 \Rightarrow \frac{16}{15}V + \frac{3}{5}V = 10$$

$$\left(\frac{16+9}{15}\right)V = 10 \Rightarrow V = \frac{150}{25} \Rightarrow \boxed{V = 6\,kN}$$

$$N = \frac{4}{3}V \Rightarrow \boxed{N = 8\,kN}$$

Exercício: repetir os cálculos usando a outra parte da estrutura.

* Encontrando os esforços na seção S':



$$\sum F_x = 0: \quad \boxed{N = 0}$$

$$\sum F_y = 0: \quad V + 40 = 0 \Rightarrow \boxed{V = -40\,kN}$$

$$\circlearrowleft + \sum M_{S'} = 0: \quad -M - 30 + 40 . 5 = 0$$

$$M = 200 - 30 \Rightarrow \boxed{M = 170\,kNm}$$

No exercício encontraram-se os esforços solicitantes em alguns pontos. O processo tem que ser repetido para outros pontos de interesse.
A maneira de generalizar o processo é através da construção do diagrama de esforços solicitantes.