

***Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares
(IPEN/CNEN-SP)***



Gerência de Ensino – Secretaria de Pós-Graduação

DISCIPLINA TNR 5703

Análise Termo-fluido-dinâmica de Reatores Nucleares

**Marcelo da Silva Rocha (CEN/IPEN)
Delvonei Alves de Andrade (CEN/IPEN)
Valdemir Gutierrez Rodrigues**

2012

Análise termo-fluido-dinâmica de reatores nucleares

- Generalidades sobre modelagem térmica e transferência de calor
- Condução de calor
- Convecção
- Ciclos termodinâmicos

Bibliografia:

- Heat and Mass Transfer – Eckert
- Nuclear Heat Transport – M. M. El Wakil
- Conduction Heat Transfer – Arpaci
- Boundary Layer Theory – Schlichting
- Princípios da Transmissão de Calor – Kreith
- Mecânica dos Fluidos – Streeter
- Introdução à Mecânica dos Fluidos – Fox, McDonald
- Método Nodal (Notas de aula)
- Transferência de Calor em Escoamento Monofásico – (Notas de aula Faya)
- Transport Phenomena – Bird, Stewart, Lightfoot

Avaliação:

- Listas de exercícios semanais
- Seminários
- Projeto Final

Temas para Seminários:

- Trocadores de Calor
- Geradores de Vapor
- Camada Limite
- Circulação Natural
- Projeto de Núcleo de Reatores
- Outros a definir

(Grupos de duas pessoas)

Objetivos

Fornecer aos alunos os conhecimentos básicos sobre os problemas termo-hidráulicos encontrados em reatores nucleares de potência e de pesquisa.

As aulas serão divididas entre teoria e prática;

Após o final do curso espera-se que o aluno conheça:

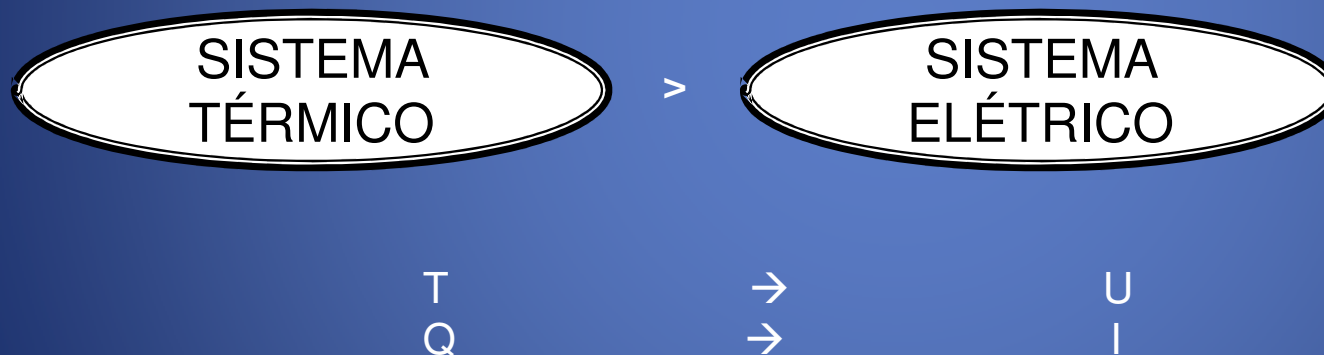
- análise termodinâmica de sistemas de energia;
- processos de transferência de calor (condução, convecção e radiação);
- dinâmica de escoamento e transferência de calor em sistemas monofásicos e bifásicos;
- reflexões sobre interações termo-fluido-dinâmicas e estruturas;
- reflexões sobre o desempenho dos sistemas constituintes dos reatores nucleares;
- métodos de soluções dos problemas abordados (analíticos ou numéricos).

Capítulo 1

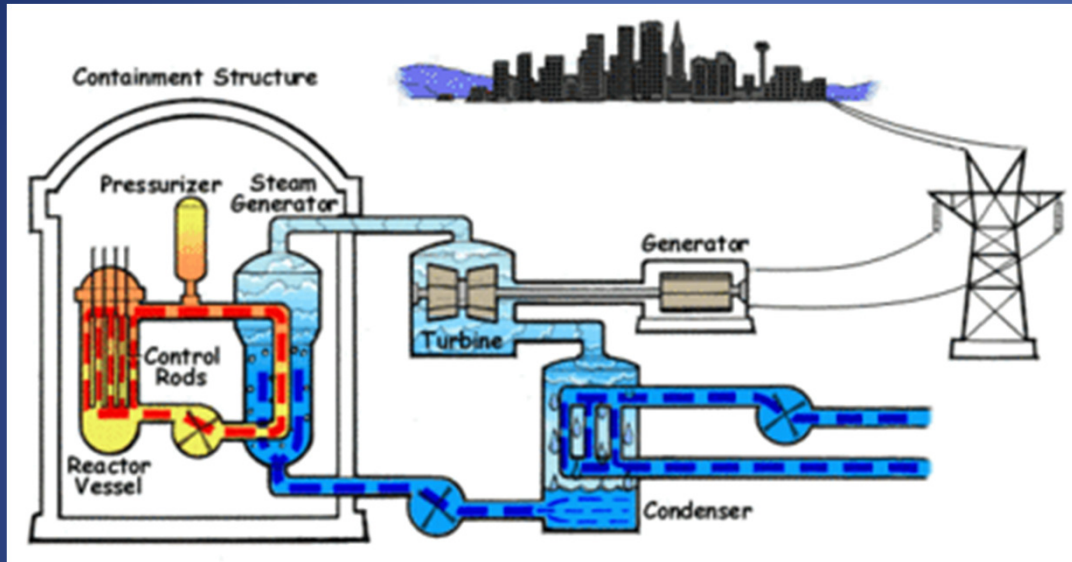
Generalidades sobre modelagem térmica

Generalidades sobre Modelagem Térmica

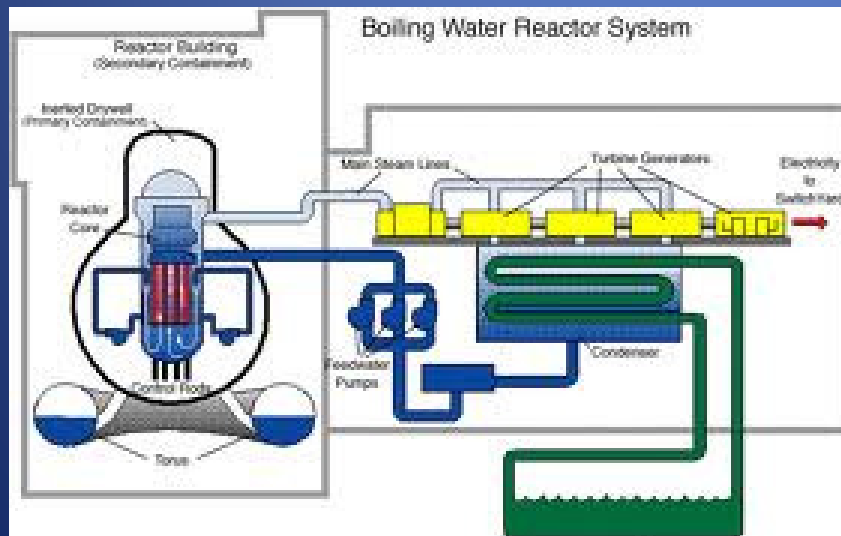
- MODELO TÉRMICO – representação de um sistema físico onde estão envolvidas trocas de calor.
- MODELO MATEMÁTICO – sistema de equações que representam total ou parcialmente o problema físico.
- MODELO ANALÓGICO - Analogias formais entre fenômenos físicos diferentes.



Modelo Térmico



Reator Tipo PWR



Reator Tipo BWR

Modelo Térmico

Reatores Nucleares Tipo PWR

- Ciclo Rankine;
- Dois circuitos termohidráulicos (primário e secundário);
- Primário: transferência de calor do combustível para a água sem mudança de fase;
- Secundário: transferência de calor da água do primário para a água do secundário no GV com mudança de fase;
- Geração de energia elétrica por meio de uma turbina a vapor (Rankine);
- Trocadores de calor: GV e Condensador;
- Bombas.

Modelo Térmico

Reatores Nucleares Tipo BWR

- Ciclo Rankine;
- Um único circuito termohidráulico (primário);
- Primário: transferência de calor do combustível para a água com mudança de fase;
- Não possui GV;
- Geração de energia elétrica por meio de uma turbina a vapor (Rankine);
- Trocadores de calor: Núcleo e Condensador;
- Bombas.

Definição:

Um modelo térmico constitui uma representação matemática de fenômenos de transferência de calor que se manifestam em um dado sistema físico.

CRIAR UM MODELO:

- Escolher variáveis de estado
- Interligar estas variáveis através de equações ou sistemas de equações

MÉTODO NODAL:

- Sistema algébrico de equações para regime permanente
- Sistema algébrico de equações para regime transitório

OBJETIVOS DA MODELAGEM

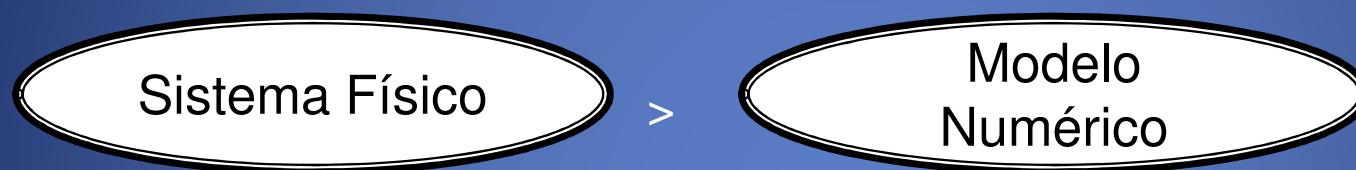
- Interpretação de dados experimentais
- Diminuir custo de certos experimentos
- Anteprojeto e análise de projetos de engenharia
- Impossível a realização de experimentos (área nuclear)

LIMITES DA MODELAGEM

- Representação parcial do sistema real (conhecimento dos fenômenos envolvidos, aproximações possíveis)
- Laminar > Transição > Turbulento
! ? (?)

METODOLOGIA UTILIZADA NA MODELAGEM

- Modelos Analíticos – geometrias simples e grandes simplificações no sistema estudado (muitas vezes distante do problema de engenharia)
- Modelos Numéricos – geometrias complexas e vários fenômenos simultâneos



Campo contínuo de T,U,Q

Número discreto de pontos

Discretização do domínio:

- Diferenças Finitas
- Elementos Finitos

Volumes Finitos

Método Nodal

- Integração das Eq. Dif.
- Balanço das propriedades nos Volumes de controle

DIFERENTES ASPECTOS DA MODELAGEM TÉRMICA

Modelo de conhecimento x Modelo de controle

Modelo de conhecimento - parte do conhecimento que se tem à priori das leis que regem os fenômenos

Variáveis de estado + equações de física (EOS)

Modelo de Controle – informações experimentais que caracterizam a resposta do sistema a um dado número de excitações (Correlações empíricas ou semi-empíricas).

Dialogo entre o sistema e seu ambiente.

Softwares de Análise Térmica

- Linguagens de programação: Fortran, C, Pascal.
- Programa específico x Programa abrangente

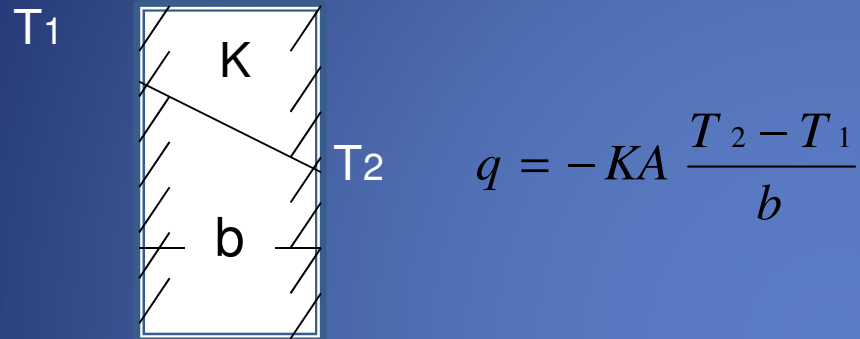
Softwares de Análise Térmica: linguagem evoluída de programação.

Biblioteca de sub-rotinas {Resolução de sistema de Eq., Operação de matrizes, Formatação de saídas}

- ISIM (Software for the Simulation of Ions in the Grand Canonical Ensemble) <<http://mccammon.ucsd.edu/isim>>
- EES (Engineering Equation Solver) <<http://www.fchart.com/ees>>
- Outros

Modos Fundamentais de Transmissão de Calor.

Condução:

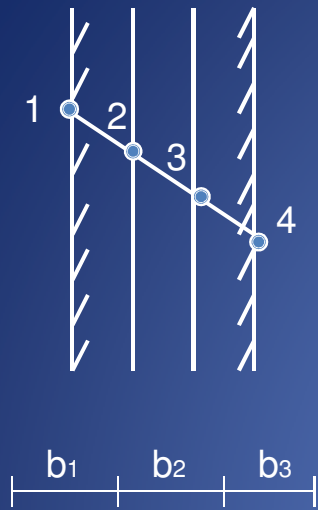


K ... condutividade térmica

A ... área de passagem do fluxo

$$q = -KA \frac{T_2 - T_1}{b} = -\frac{1}{R} (T_2 - T_1)$$

$$R = \frac{b}{KA} \quad (\text{Resistência Térmica})$$



$$T_1 - T_2 = \frac{b_1}{K_1 A} q$$

$$T_2 - T_3 = \frac{b_2}{K_2 A} q$$

$$T_3 - T_4 = \frac{b_3}{K_3 A} q$$

$$T_1 - T_4 = \left(\frac{b_1}{K_1 A} + \frac{b_2}{K_2 A} + \frac{b_3}{K_3 A} \right) q$$

$$T_1 - T_4 = (R_1 + R_2 + R_3) q$$

$$R_{\text{eq}}$$

TABELA DE CONDUTIVIDADE TÉRMICA

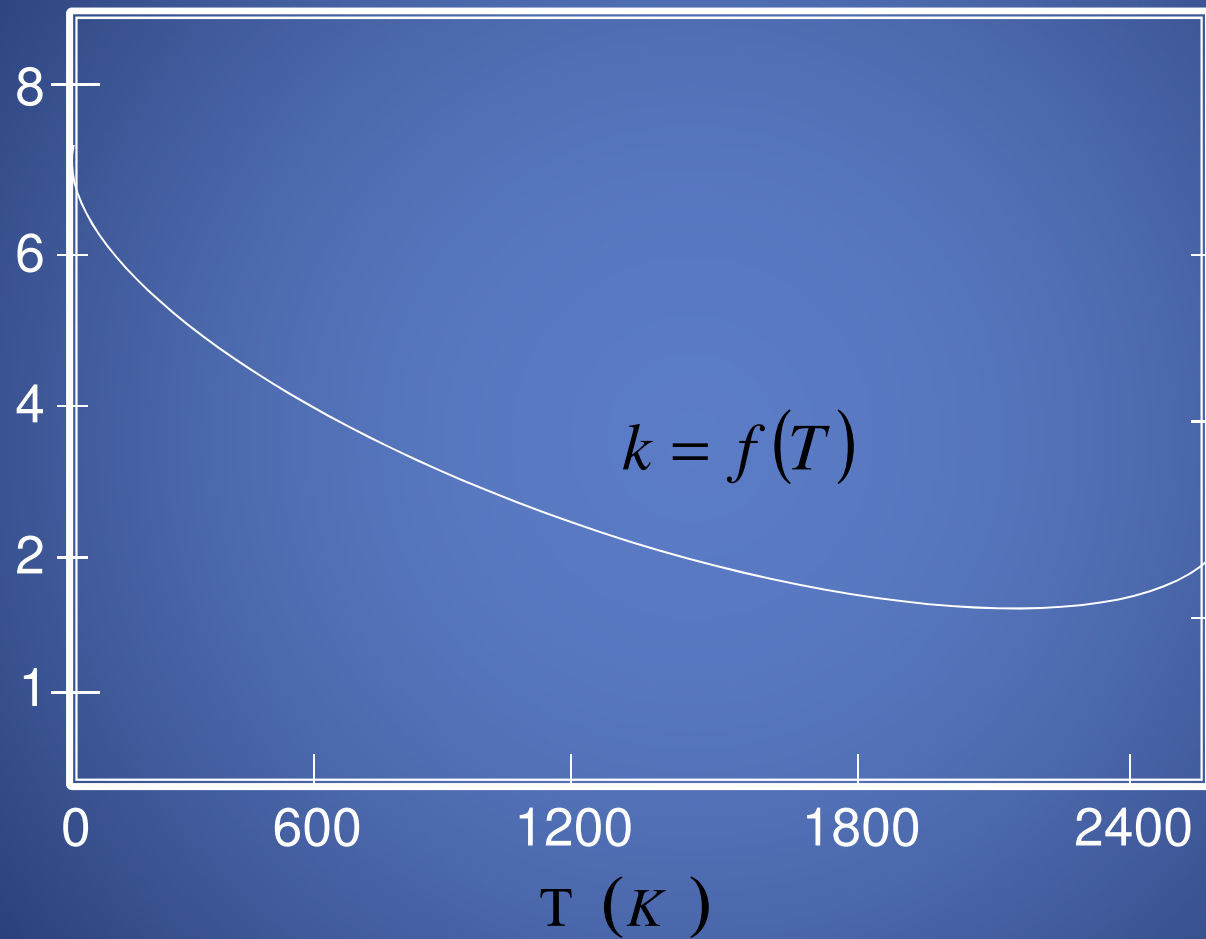
MATERIAL	k (W/mK)
Prata	420
Cobre	386
Alumínio	229
Zinco	112
Aço 0.1 % C	59
Aço 0.2 % C	50
Titânio	20
Concreto	0.5 a 1.5
Vidro	1.0
Resina Epoxy	1.0
Água	0.6
Lã de Vidro	0.04
Ar	0.025
Uo2	5 a 2

Conductividade
Térmica

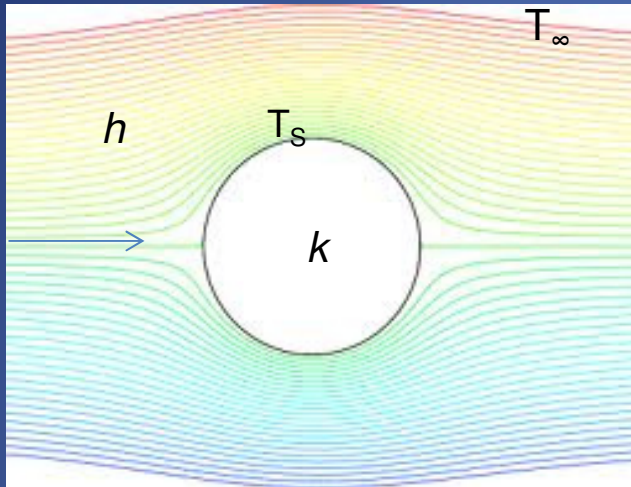
Isolantes

↓ ↓
400 à 1200 C

k (W / mK)



Convecção:



$$q'' = hA (T_s - T_\infty)$$

$$R = \frac{1}{hA}$$

h – coef. de película ou coef. transferência calor convectivo

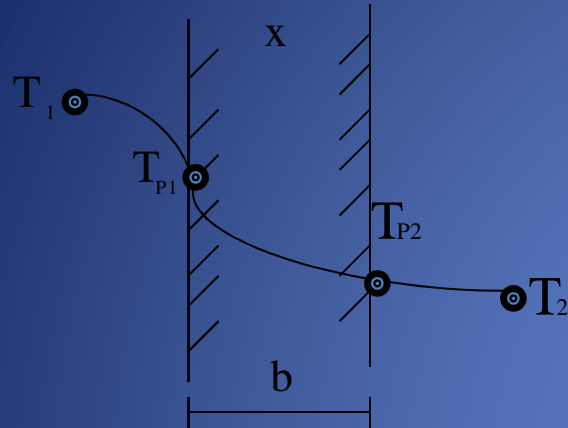
T_s – temperatura da interface

T_∞ – temperatura do fluido longe da interface

Condução – k depende do material

Convecção – h depende de T e q'' na interface e do escoamento fluido.

Trocadores de calor (Caso Geral)



$$T_1 - T_{p1} = \frac{1}{h_1 A} q$$

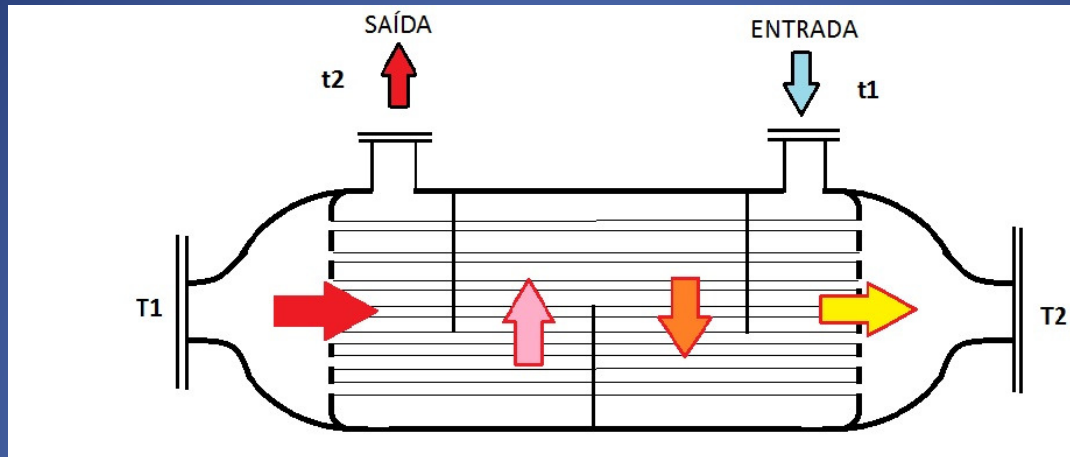
$$T_{p1} - T_{p2} = \frac{b}{kA} q$$

$$T_{p2} - T_2 = \frac{1}{h_2 A} q$$

$$T_1 - T_2 = \frac{1}{A} \underbrace{\left(\frac{1}{h_1} + \frac{b}{k} + \frac{1}{h_2} \right)}_{\frac{1}{U}} q$$

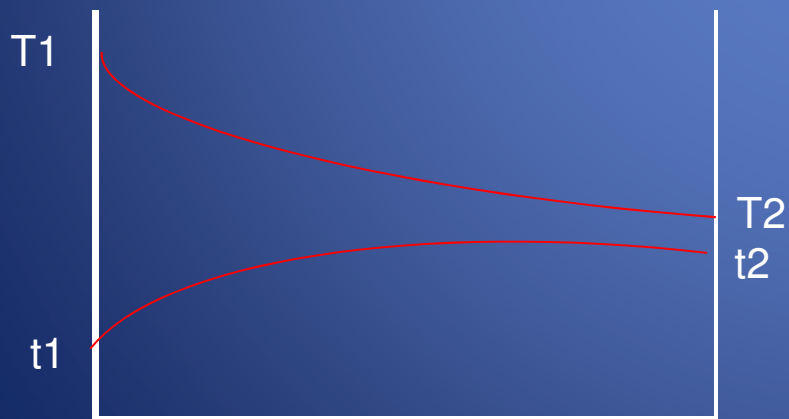
$$T_1 - T_2 = \frac{q}{AU} \quad U \dots \text{coef. global}$$

Trocadores de Calor

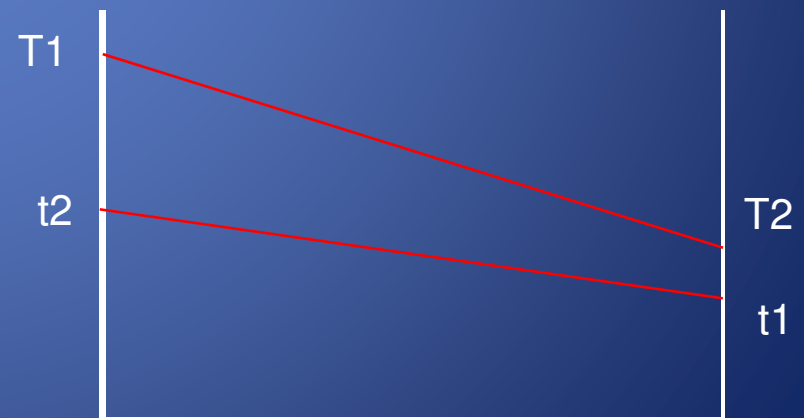


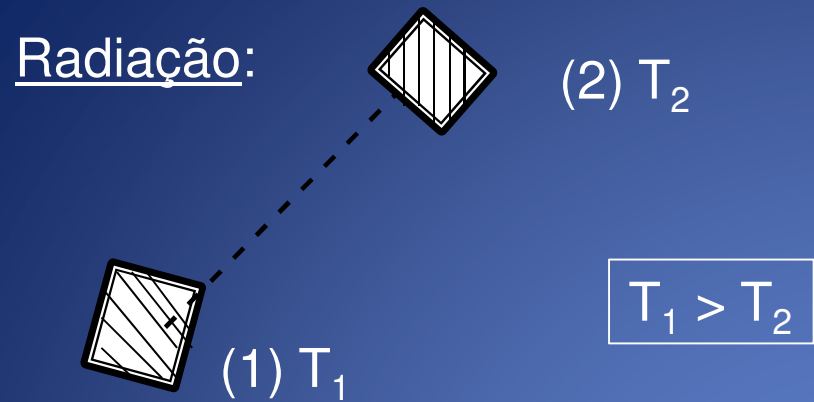
$$q'' = U \times A \times LMTD$$

Fluxo Concorrente



Fluxo Contracorrente





Processo de transmissão de calor por meio de radiação eletromagnética (calor radiante) entre dois corpos de diferentes temperaturas (superfícies);

Não há necessidade de um meio físico;

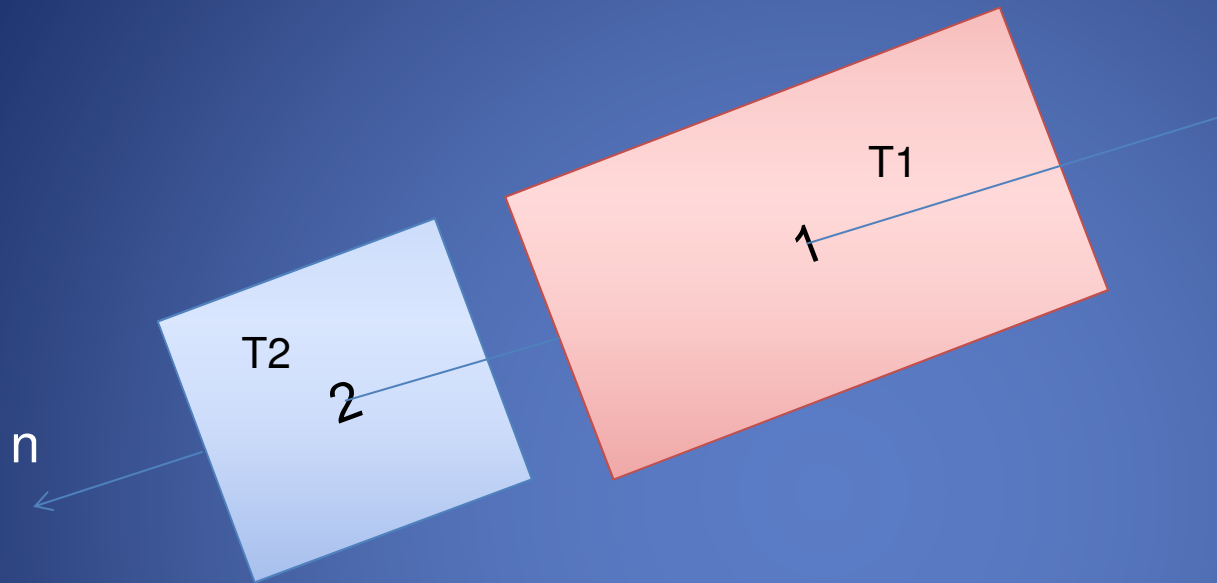
Corpo Negro (irradiador perfeito): $q'' = \sigma AT^4$

σ = constante de *Stefan-Boltzmann* ($4,88 \times 10^{-8}$ kcal/hm²K⁴)

A = projeção da área de emissão (m²)

T = temperatura absoluta do corpo (K)

Sejam duas superfícies planas com diferentes temperaturas ($T_1 > T_2$):



A transferência de calor por radiação térmica entre as superfícies de dois corpos com diferentes temperaturas é dada por:

$$q''_{1-2} = F_{1-2} \sigma A_1 (T_1 - T_2)^4$$

F_{1-2} = fator de forma (geometria das superfícies) (tabelado)

σ = constante de *Stefan-Boltzmann* ($4,88 \times 10^{-8}$ kcal/hm²K⁴)

A = projeções das áreas (m²)

T = temperaturas absolutas do corpos (K)

Corpos cinzentos



H ... energia incidente por unidade de tempo e por unidade de área (ou radiação incidente)

ρH ...energia refletida pela superfície

αH ...energia absorvida pela superfície

τH ...energia transmitida para o interior do corpo

ρ ... Coeficiente de reflexão

α ... Coeficiente de absorção

τ ... Coeficiente de absorção

$$\rho + \alpha + \tau = 1$$

Corpos opacos aos raios $I.V \rightarrow \tau = 0$

e a eq. pode ser escrita como: $\rho + \alpha = 1$

Lei de Kirchhoff

$$E = \alpha$$

→ coeficiente de emissão.

$E = \frac{\text{energia emitida pelo corpo}}{\text{energia emitida por um corpo negro}}$

Natureza da Radiação Térmica

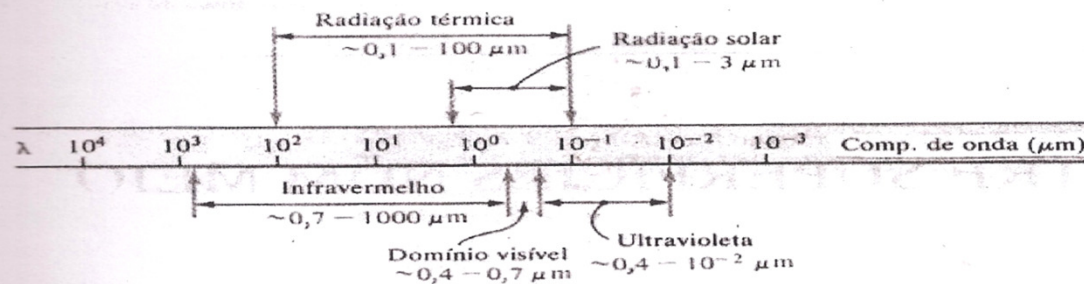
Radiação - onda eletromagnética, considera-se a radiação de um corpo, à temperatura T , como se fosse emitida em todos os comprimentos de onda, desde $\lambda = 0$ até $\lambda = \infty$.

Nas temperaturas encontradas na maior parte das aplicações de engenharia, o conjunto da energia térmica emitida por um corpo apresenta $\lambda \cong 0,1$ e $\lambda \cong 100 \mu\text{m}$. Região do espectro de comprimentos de onda entre $\lambda = 0,1$ e $\lambda = 100 \mu\text{m}$ - radiação térmica.

Sol emite radiação térmica a uma temperatura efetiva superficial de cerca de 5.760 K com $\lambda \cong 0,1$ e $\lambda \cong 3 \mu\text{m}$ - radiação solar.

A radiação emitida pelo sol, para $\lambda = 0,4$ e $\lambda = 0,7 \mu\text{m}$ - radiação visível.

A Figura abaixo ilustra essas subdivisões do espectro de ondas eletromagnéticas.



Comentários adicionais:

Os raios X, raios gamas, as microondas, constituem outros tipos de radiação bem conhecidos e utilizados em vários ramos da ciência e da engenharia. Os raios X, produzidos pelo bombardeio de um metal com elétrons de alta frequência, apresentam o grosso da energia no domínio entre $\lambda \cong 10^{-4}$ e $\lambda \cong 10^{-2} \mu\text{m}$. Os raios gamas são produzidos pela fissão dos núcleos, ou pela desintegração radiativa, e o grosso da energia está concentrado no domínio de comprimentos de ondas menores do que os dos raios X.

Natureza ondulatória da radiação - λ associado a ν da radiação ($\lambda = c/\nu$)

Corpos semitransparentes - Radiação como fenômeno global ou volumar.

Corpos opacos - Radiação como fenômeno superficial. (Emissão - $1 \mu\text{m}$).

Capítulo 2

Condução de calor

Condução de calor

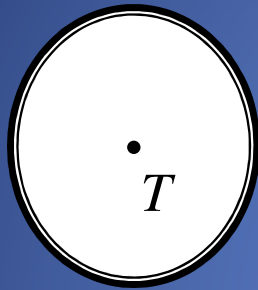
2º lei da termodinâmica:

Calor é transferido de um corpo para outro corpo ou outra parte do mesmo corpo quando existe diferença de temperatura entre eles.

Calor flui da região de altas temperaturas para a região de baixas temperaturas

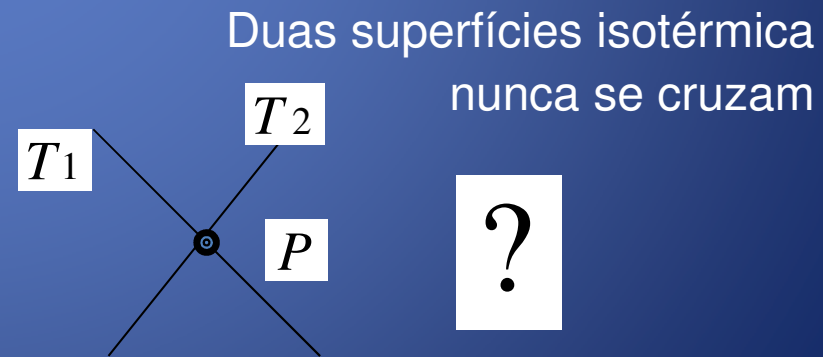
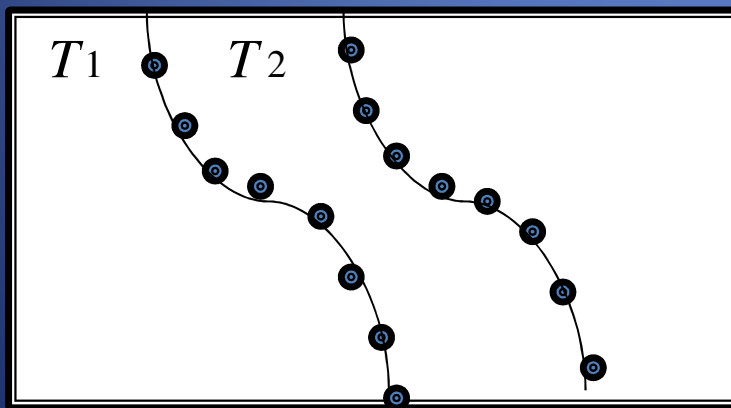
1º lei da termodinâmica:

Na ausência de fontes e sumidouros a energia é conservada.



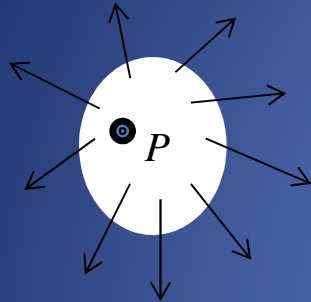
$$T = f(X, Y, Z, t)$$

Superfícies isotérmicas – pontos de mesma temperatura.



Um corpo pode ser imaginado como composto por um número arbitrário de superfícies isotérmicas.

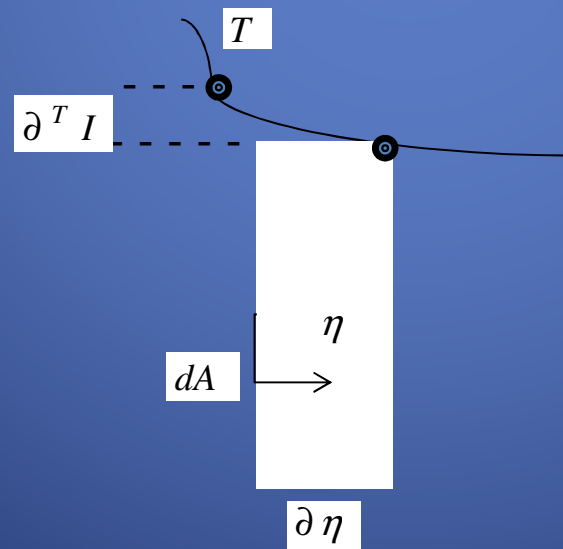
Sólidos isotrópicos



– nas vizinhanças do ponto P as propriedades são constantes em todas as direções.

(Para corpos não isotrópicos o fluxo de calor não é necessariamente perpendicular às superfícies isotérmicas)

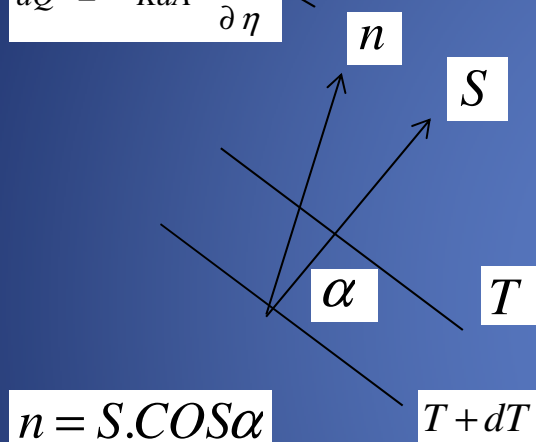
$$Q = -KA \frac{\partial T}{\partial \eta}$$



O fluxo de calor $\frac{Q}{A}$ escoa ao longo da normal N na direção das baixas temperaturas.

- Para um elemento de área infinitesimal:

$$dQ = -KdA \frac{\partial T}{\partial \eta} \quad \leftarrow \text{Equação de Fourier}$$



$$dQ = KdA \frac{\partial T}{\partial \eta}$$

$$q_{\eta} = \frac{dQ}{dA} = -K \frac{\partial T}{\partial \eta}$$

$$q_s = \frac{dQ}{dA \cos d} = -K \frac{\partial T}{\partial S}$$

projeção da área dA

q_s é uma componente de vetor fluxo q_n

❖ O maior valor de fluxo é na direção da normal.

Em uma geometria cartesiana as componentes do fluxo são:

$$q_x = -K \frac{\partial T}{\partial X}$$

$$q_y = -K \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$q_z = -K \frac{\partial T}{\partial Z}$$

$$q = i q_x + j q_y + k q_z$$

Condutividade Térmica

K não é necessariamente constante

$$K = f(T)$$

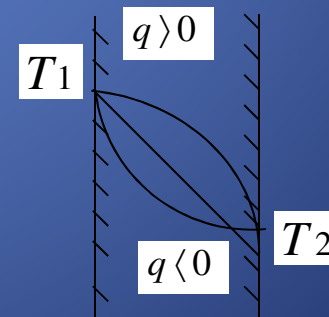
Para líquidos e gases próximo da condição de saturação

$$K = f(T, P) \text{ (pressão)}$$

Para pequenas variações de temperatura:

$$K = K_0(1 \pm aT)$$

→ condição de referência



O gradiente linear de temperatura só existe se k for constante.

Analogia Termo - elétrica

Eq. de Fourier

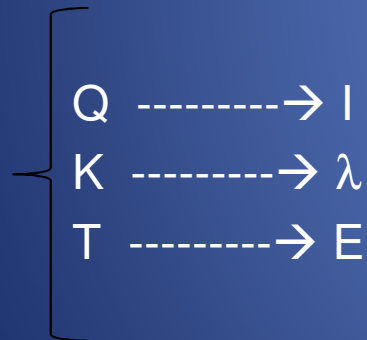


$$dQ = -KdA \frac{\partial T}{\partial n}$$

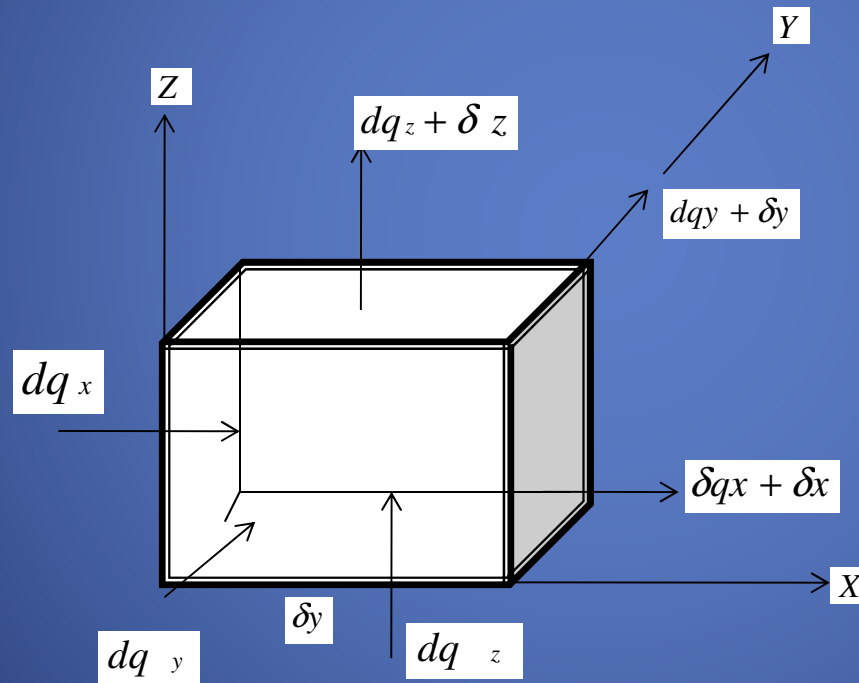
Eq. de Ohm



$$dI = \lambda dA \frac{\partial E}{\partial n}$$



Equação de condução de calor em coordenadas cartesianas.



$$\text{Fourier} : dQ = -KdA \frac{\partial T}{\partial n}$$

Em X

$$dQ_x = K \delta y \delta z \frac{\partial T}{\partial X}$$

$$dQ_x + \delta x = dQ_x + \frac{\partial}{\partial X} (dQ_x) \delta x + \dots \quad (\text{Série de Taylor})$$

Balanço do fluxo na direção X:

$$dQ_x - dQ_x + \delta x = \frac{\partial}{\partial X} \left(K \frac{\partial T}{\partial X} \right) \delta x + \delta y \delta z (1)$$

Balanço do fluxo na direção Y:

$$dQ_y - dQ_y + \delta y = \frac{\partial}{\partial Y} \left(K \frac{\partial T}{\partial Y} \right) \delta x + \delta y \delta z (2)$$

Balanço do fluxo na direção Z:

$$dQ_z - dQ_z + \delta z = \frac{\partial}{\partial Z} \left(K \frac{\partial T}{\partial Z} \right) \delta x + \delta y \delta z (3)$$

Somando (1), (2), (3):

$$\left[\frac{\partial Y}{\partial X} \left(K \frac{\partial T}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(K \frac{\partial T}{\partial Z} \right) \right]_{\partial X \partial Y \partial Z}$$

Geração interna de calor: $q''' \partial X \partial Y \partial Z$

BALANÇO DE FLUXOS + CALOR GERADO = VAR. ENER. INT.

Variação de energia interna $\rho c_p \partial X \partial Y \partial Z \frac{\partial T}{\partial t}$

Onde: ρ – densidade

c_p – calor específico

t – tempo

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial X} \left(K \frac{\partial T}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(K \frac{\partial T}{\partial Y} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(K \frac{\partial T}{\partial Z} \right) + q'''$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K = K(X, Y, Z, t) \\ c_p = c_p(X, Y, Z, t) \\ \rho = \rho(X, Y, Z, t) \end{array} \right.$$

Equação válida para um meio isotrópico e heterogêneo.

Outras formas da equação de condução

- Se não houver geração de calor

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial X} (q_x) + \frac{\partial}{\partial Y} (q_y) + \frac{\partial}{\partial Z} (q_z)$$

- Material homogêneo e isotrópico

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{K}{\rho C_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} \right) + \frac{q'''}{\rho C_p}$$

$\alpha \dots$ difusividade térmica

- Usando o operador Laplaciano

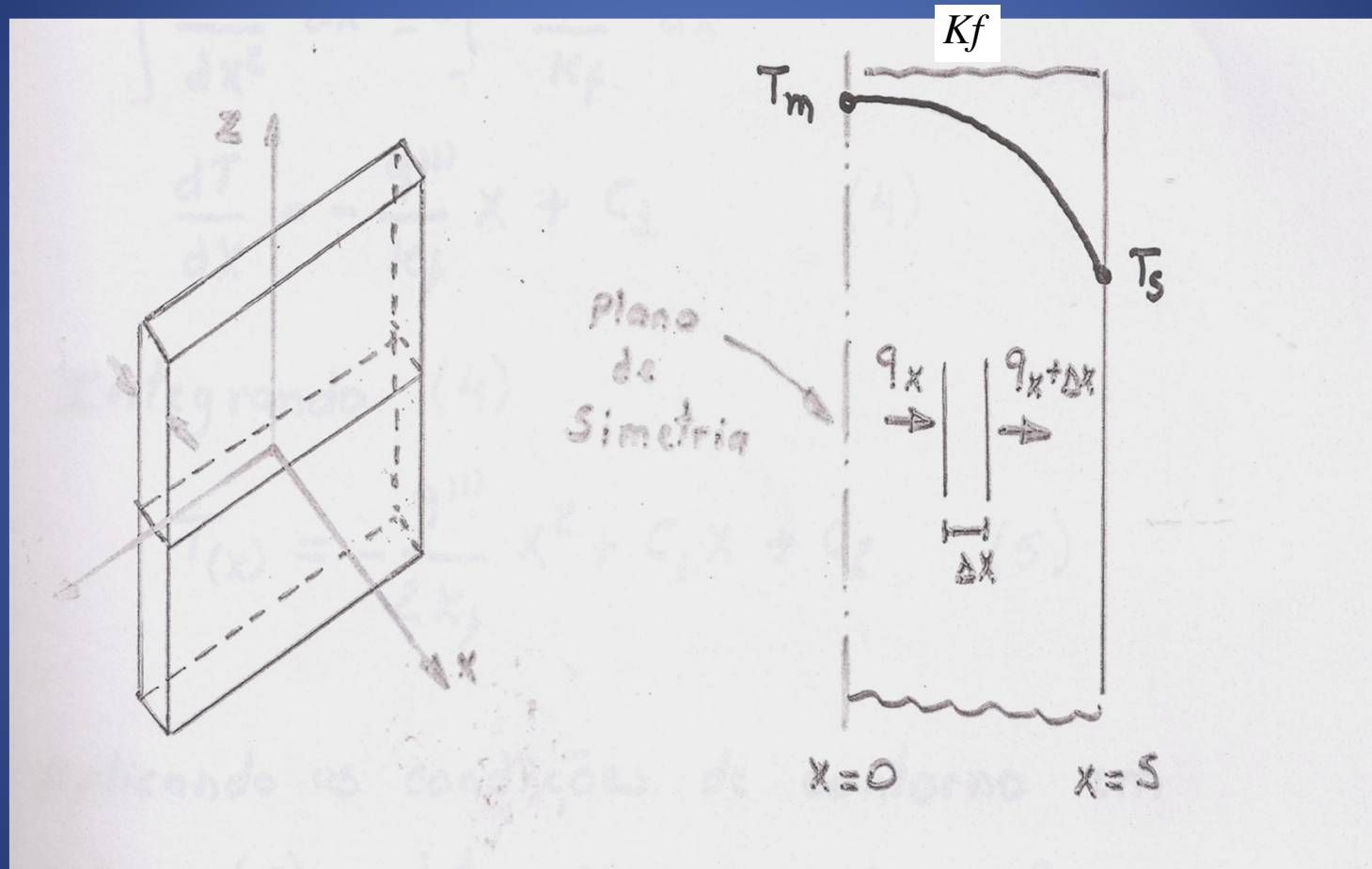
$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T + \frac{q'''}{\rho C_p}$$

- Regime permanente sem geração de calor $\alpha \nabla^2 T = 0$ (equação de Laplace)
- Equação de Helmholtz

$$\nabla^2 T + BT = 0$$

B Calor gerado é uma função linear da temperatura.

Condução de calor em elementos combustíveis tipo placa



- Problema unidimensional
dimensões em Y e Z muito maiores que em X.
- Seção transversal constante e dissipação uniformemente distribuída.

Plano médio adiabático

$$\frac{d^2 T}{dX^2} + \frac{q'''}{Kf} = 0 \quad (1) \quad (\text{Eq. de Poisson})$$

com q''' e Kf constantes.

Condições de contorno

$$\frac{dT}{dX} = 0 \quad \text{em} \quad X=0 \quad (2)$$

$$T = T_m \quad \text{em} \quad X=0$$

Integrando a equação de Poisson em X

$$\int \frac{d^2T}{dX^2} dX = -\int \frac{q'''}{Kf} dX \quad (3)$$

$$\frac{dT}{dX} = -\frac{q'''}{Kf} X + C_1 \quad (4)$$

Integrando (4)

$$T(x) = -\frac{q'''}{2Kf} X^2 + c_1x + c_2 \quad (5)$$

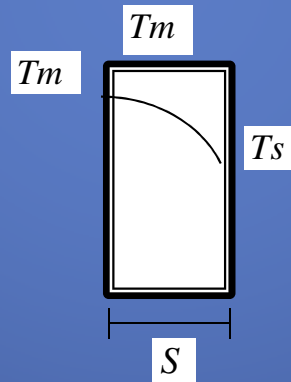
Aplicando as condições de contorno em (4) e (5), determinamos C_1 e C_2

$$C_1 = 0, C_2 = Tm$$

$$T(x) = Tm - \frac{q'''}{2Kf} X^2$$

Fazendo $x = S$, obtemos Ts

$$Ts = Tm - \frac{q'''}{2Kf} S^2$$



O fluxo na interface S é:

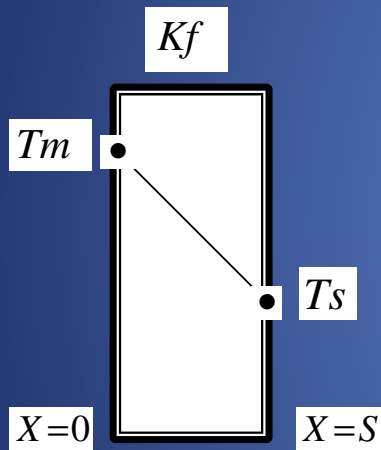
$$q_s = 2 K_f A \frac{T_m - T_s}{S}$$

$$q''' \cdot \text{Volume} = q_s$$



$$A \cdot S$$

Suponhamos o mesmo elemento sem geração de calor.



$$q = K_f A \frac{T_m - T_s}{S}$$

$$\frac{d^2 T}{dX^2} = 0$$

$$T = C_1 X + C_2$$

Comparação entre as expressões de fluxo com e sem geração interna:

Elemento combustível:

(com geração interna)

$$q_s = 2 KfA \frac{T_m - T_s}{S}$$

↓

$$\frac{1}{Re}$$

Placa inerte:

(sem geração interna)

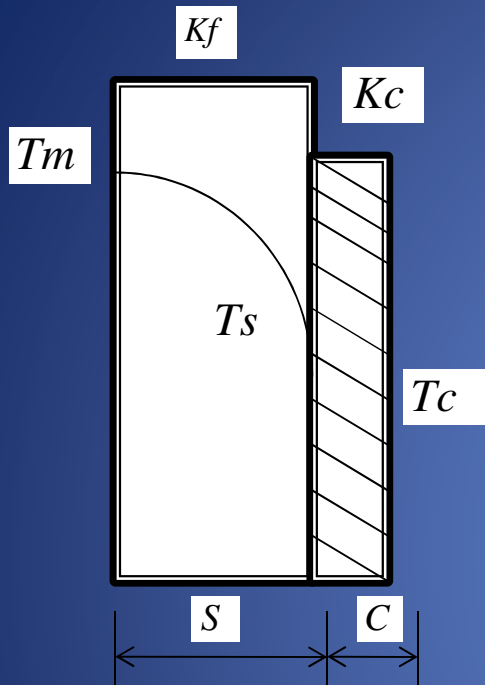
$$q = KfA \frac{T_m - T_s}{S}$$

↓

$$\frac{1}{Rp}$$

$$Re = \frac{S}{2 KfA} \quad , \quad Rp = \frac{S}{KfA} \quad \longrightarrow \quad Re = \frac{Rp}{2}$$

Efeito de revestimento



- Regime permanente
- Não há geração de calor no revestimento
- Contato perfeito entre comb. e revestimento.

$$q_s = \frac{T_m - T_s}{R_f} \quad R_f = \frac{S}{2 K_f A}$$

$$q_s = -K_c A \frac{dT}{dX} \Big|_{rev.} = K_c A \frac{T_s - T_c}{C} = \frac{T_s - T_c}{R_c}$$

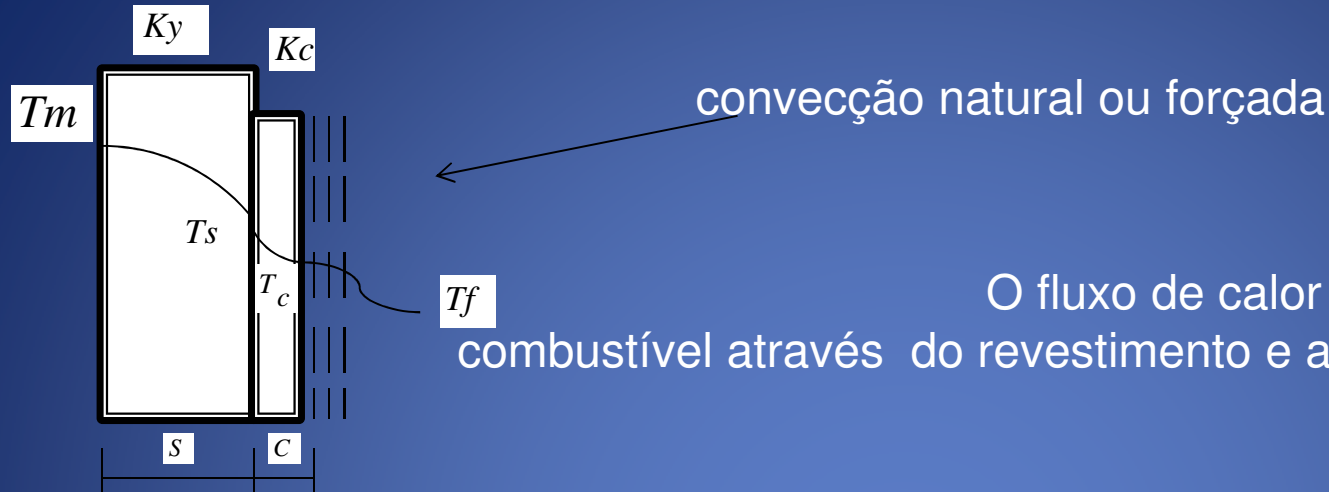
$$T_m - T_s = q_s R_f$$

$$T_s - T_c = q_s R_c$$

$$T_m - T_c = q_s (R_f + R_c)$$

$$T_m - T_c = \frac{q_s}{A} \left(\frac{S}{2 K_f} + \frac{C}{K_c} \right)$$

Efeito do fluido refrigerante



O fluxo de calor gerado no elemento combustível é transportado através do revestimento e absorvido pelo fluido.

Regime permanente

Não há geração de calor no revestimento.

$$q_s = \frac{T_m - T_s}{R_e}$$

$$R_f = \frac{1}{hA}$$

$$q_s = \frac{T_s - T_c}{R_c}$$

$$T_m - T_f = q_s(R_e + R_c + R_f)$$

$$q_s = \frac{T_c - T_f}{R_f}$$

$$T_m - T_f = \frac{q_s}{A} \left(\frac{S}{2K_f} + \frac{C}{K_c} + \frac{1}{h} \right)$$

Equação de condução em outros sistemas de coordenadas

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T + \frac{q'''}{\rho C_p}$$

$$\alpha = \frac{K}{\rho C_p}$$

$$\nabla^2 T = \left(\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$$

Coordenadas cilíndricas

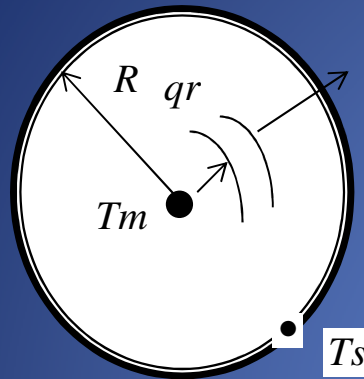
Problema uni-dimensional

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{q'''}{\rho C_p}$$

Coordenadas esféricas

$$\nabla^2 T = \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \varphi \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \varphi} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right)$$

Condução de calor em elementos combustíveis tipo vareta



- Fluxo de neutrons não varia nas direções axial e radial
- Regime permanente

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{q'''}{Kf} = 0 \quad (\text{Eq. de Poisson})$$

Multiplicando a eq. Por "r", temos:

$$r \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{q''' r}{Kf} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$

Integrando em "r", vem:

$$\int \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) dr = \int \frac{q''' r}{Kf} dr$$

$$r \frac{\partial T}{\partial r} = - \frac{q''' r^2}{2 Kf} + C_1$$

Integrando novamente em "r"

$$T(r) = - \frac{q''' r^2}{4 Kf} + C_1 \ln(r) + C_2$$

Condições de contorno:

$$\left\{ \frac{dT}{dr} = 0 \right. \text{ em } r = 0$$

$$\{ T = T_m \text{ em } r = 0 \quad (\text{Distribuição parabólica de temperaturas})$$

$$T(r) = T_m - \frac{q''' r^2}{4 kf}^*$$

Fluxo de calor no raio r:

$$q(r) = q''' \underbrace{\pi r^2 L}_{\text{Volume}}$$

Calor conduzido à periferia do elemento

$$q_s = q''' \pi R^2 L (**)$$

Retomando (*) $\longrightarrow q''' = (T_m - T(r)) \frac{4Kf}{r^2}$

Para $r = R \Rightarrow q''' = (T_m - T_s) \frac{4Kf}{R^2}$

$$q_s = 4\pi KfL (T_m - T_s)$$