

# ELECTRE III

SEP 5836 Técnicas de Suporte à Decisão Aplicadas à Gestão de  
Desempenho de Cadeias de Suprimento

# ELECTRE

- Elimination et Choix Traduisant la Réalité – Elimination and Choice Expressing the Reality
- Método de sobreclassificação, baseado na construção de matrizes de comparação par-a-par;
- Família de métodos com diferentes características.

# Família ELECTRE

- APLICAÇÃO EM FUNÇÃO DO RESULTADO DESEJADO:
  - ESCOLHA: ELECTRE I, ELECTRE IV, ELECTRE IS;
  - ORDENAÇÃO: ELECTRE II, III e IV;
  - CATEGORIZAÇÃO: ELECTRE TRI

ELECTRE III

# ELECTRE III

- Utilizado para a **ordenação** (*ranking*) das alternativas;
- ELECTRE III foi criado para **melhorar ELECTRE II** (FIGUEIRA, GRECO E EHRGOTT, 2016);
- Utiliza pseudo-critérios para definir limiares de preferência e indiferença (ALMEIDA, 2013; FIGUEIRA, GRECO E EHRGOTT, 2016);

# ELECTRE III –procedimento básico

- Cálculo das matrizes de concordâncias parciais;
- Cálculo da matriz de concordância global;
- Cálculo das matrizes discordâncias;
- Cálculo da matriz de credibilidade;
- Definição das relações P/R/I/P-
- Ordenação de preferências crescente e decrescente;
- Ordenação final.

# ELECTRE III –terminologia

- $g_i(a)$ : desempenho da alternativa  $a$  no critério  $i$ ;
- $g_i(b)$ : desempenho da alternativa  $b$  no critério  $i$ ;

# Cálculo da Concordância

O índice de concordância  $C(a, b)$  pode ser obtido por meio da equação abaixo:(ALMEIDA, 2013):

$$C(a, b) = \sum_{i=1}^n w_i c_i(a, b)$$

Onde:

$$\sum_i w_i = 1$$

$$c_i(a, b) = \begin{cases} 1, & \text{se } g_i(a) + q_i \geq g_i(b) \\ 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \leq g_i(b) \\ \frac{p_i + g_i(a) - g_i(b)}{p_i - q_i}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$q_i$  é o grau de indiferença, e  $p_i$  é o grau de preferência;

$g_i(a)$ : desempenho da alternativa  $a$  no critério  $i$ ;

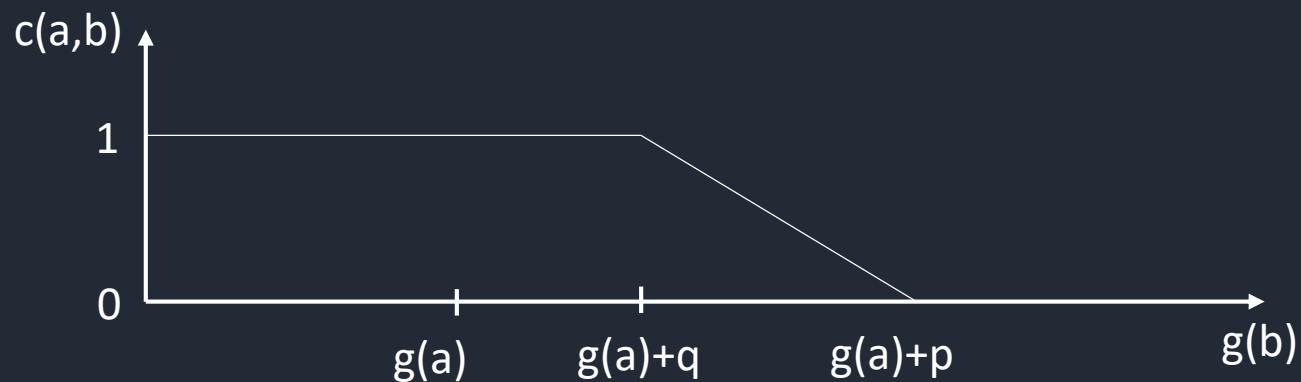
$g_i(b)$ : desempenho da alternativa  $b$  no critério  $i$ ;



# Cálculo da Concordância

$$c_i(a, b) = \begin{cases} 1, & \text{se } g_i(a) + q_i \geq g_i(b) \\ 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \leq g_i(b) \\ \frac{p_i + g_i(a) - g_i(b)}{p_i - q_i}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$q_i$  é o grau de indiferença, e  $p_i$  é o grau de preferência.



# Exemplo – seleção de fornecedor de componente

## Critérios:

- Custo de aquisição (\$);
- Prazo de entrega (dias);
- Resolução de problemas (nota 1 a 10);
- Saúde financeira (nota 1 a 10).



	PESOS DOS CRITÉRIOS			
	w1	w2	w3	w4
W	0,35	0,1	0,4	0,15

Avaliação de 4 fornecedores



	C1	C2	C3	C4
A1	30,00	10	8	6
A2	40,00	20	4	8
A3	20,00	5	10	10
A4	60,00	20	5	5

# Exemplo – seleção de fornecedor de componente

## Escolha de parâmetros:

	<b>C1</b>	<b>C2</b>	<b>C3</b>	<b>C4</b>
A1	30,00	10	8	6
A2	40,00	20	4	8
A3	20,00	5	10	10
A4	60,00	20	5	5



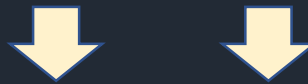
	<b>C1</b>	<b>C2</b>	<b>C3</b>	<b>C4</b>
<b>p</b>	<b>2</b>	<b>1,5</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>q</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>v</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>

# Exemplo – seleção de fornecedor de componente

Conversão das escalas de custo em escalas de benefício:.

$$yn_i = 10 * \left( \frac{y_i}{\min_i y_i} \right) \rightarrow$$

	<b>C1</b>	<b>C2</b>	<b>C3</b>	<b>C4</b>
A1	30,00	10	8	6
A2	40,00	20	4	8
A3	20,00	5	10	10
A4	60,00	20	5	5



	<b>c1</b>	<b>c2</b>	<b>c3</b>	<b>c4</b>
A1	6,67	5,00	8	6
A2	5,00	2,50	4	6
A3	10,00	10,00	10	10
A4	3,33	2,50	5	5

# Exemplo – seleção de fornecedor de componente

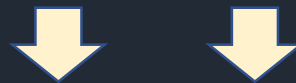
**Ajuste da proporcionalidade dos parâmetros:**

$$p' = 10 * \left( \frac{p}{\max_i y_i} \right)$$

$$q' = 10 * \left( \frac{q}{\max_i y_i} \right)$$

$$v' = 10 * \left( \frac{v}{\max_i y_i} \right)$$

	<b>c1</b>	<b>c2</b>	<b>c3</b>	<b>c4</b>
<b>p</b>	2	1,5	1	1
<b>q</b>	1	1	1	1
<b>v</b>	3	2	2	2



	<b>C1</b>	<b>C2</b>	<b>C3</b>	<b>C4</b>
<b>p</b>	0,33	0,75	1	1
<b>q</b>	0,17	0,50	1	1
<b>v</b>	0,50	1,00	2	2

# Exemplo - Concordância parcial C1

$$c_i(a, b) = \begin{cases} 1, & \text{se } g_i(a) + q_i \geq g_i(b) \\ 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \leq g_i(b) \\ \frac{p_i + g_i(a) - g_i(b)}{p_i - q_i}, & \text{c.c.} \end{cases}$$

	<b>c1</b>
A1	6,67
A2	5,00
A3	10,00
A4	3,33

	<b>C1</b>
<b>p</b>	0,33
<b>q</b>	0,17
<b>v</b>	0,50

$$c1(1,2) = \begin{cases} 1, & \text{se } (6,67 + 0,17) \geq 5 \end{cases}$$

$$c1(1,3) = \begin{cases} 1, & \text{se } (6,67 + 0,17) \geq 10 \\ 0, & \text{se } (6,67 + 0,33) \leq 10 \end{cases}$$

$$c1(1,4) = \begin{cases} 1, & \text{se } (6,67 + 0,17) \geq 3,33 \end{cases}$$

c1	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2				
A3				
A4				

# Exemplo - Concordância parcial C1

$$c_i(a, b) = \begin{cases} 1, & \text{se } g_i(a) + q_i \geq g_i(b) \\ 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \leq g_i(b) \\ \frac{p_i + g_i(a) - g_i(b)}{p_i - q_i}, & \text{c.c.} \end{cases}$$

	<b>c1</b>
A1	6,67
A2	5,00
A3	10,00
A4	3,33

	<b>C1</b>
<b>p</b>	<b>0,33</b>
<b>q</b>	<b>0,17</b>
<b>v</b>	<b>0,5</b>

$$c1(2,1) = \begin{cases} 1, & \text{se } (5 + 0,17) \geq 6,67 \\ 0, & \text{se } (5 + 0,33) \leq 6,67 \end{cases}$$

$$c1(2,3) = \begin{cases} 1, & \text{se } (5 + 0,17) \geq 10 \\ 0, & \text{se } (5 + 0,33) \leq 10 \end{cases}$$

$$c1(2,4) = \begin{cases} 1, & \text{se } (5 + 0,17) \geq 3,33 \end{cases}$$

c1	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3				
A4				

# Exemplo - Concordância parcial C1

$$c_i(a, b) = \begin{cases} 1, & \text{se } g_i(a) + q_i \geq g_i(b) \\ 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \leq g_i(b) \\ \frac{p_i + g_i(a) - g_i(b)}{p_i - q_i}, & \text{c.c.} \end{cases}$$

	<b>c1</b>
A1	6,67
A2	5,00
A3	10,00
A4	3,33

	<b>C1</b>
<b>p</b>	<b>0,33</b>
<b>q</b>	<b>0,17</b>
<b>v</b>	<b>0,5</b>

$$c1(3,1) = \begin{cases} 1, & \text{se } (10 + 0,17) \geq 6,67 \end{cases}$$

$$c1(3,2) = \begin{cases} 1, & \text{se } (10 + 0,17) \geq 5 \end{cases}$$

$$c1(3,4) = \begin{cases} 1, & \text{se } (10 + 0,17) \geq 3,33 \end{cases}$$

c1	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4				



# Exemplo - Concordância parcial C1

$$c_i(a, b) = \begin{cases} 1, & \text{se } g_i(a) + q_i \geq g_i(b) \\ 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \leq g_i(b) \\ \frac{p_i + g_i(a) - g_i(b)}{p_i - q_i}, & \text{c.c.} \end{cases}$$

	<b>c1</b>
A1	6,67
A2	5,00
A3	10,00
A4	3,33

	<b>C1</b>
<b>p</b>	<b>0,33</b>
<b>q</b>	<b>0,17</b>
<b>v</b>	<b>0,5</b>

$$c1(4,1) = \begin{cases} 1, & \text{se } (3,3 + 0,17) \geq 6,67 \\ 0, & \text{se } (3,3 + 0,33) \leq 6,67 \end{cases}$$

$$c1(4,2) = \begin{cases} 1, & \text{se } (3,3 + 0,17) \geq 5 \\ 0, & \text{se } (3,3 + 0,33) \leq 5 \end{cases}$$

$$c1(4,3) = \begin{cases} 1, & \text{se } (3,3 + 0,17) \geq 10 \\ 0, & \text{se } (3,3 + 0,33) \leq 10 \end{cases}$$

c1	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	0	0	1

# Exemplo - Concordância parcial C2

$$c_i(a, b) = \begin{cases} 1, & \text{se } g_i(a) + q_i \geq g_i(b) \\ 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \leq g_i(b) \\ \frac{p_i + g_i(a) - g_i(b)}{p_i - q_i}, & \text{c.c.} \end{cases}$$

	<b>c2</b>
A1	5,00
A2	2,50
A3	10,00
A4	2,50

	<b>C2</b>
<b>p</b>	<b>0,75</b>
<b>q</b>	<b>0,5</b>
<b>v</b>	<b>1</b>

<b>c2</b>	<b>A1</b>	<b>A2</b>	<b>A3</b>	<b>A4</b>
<b>A1</b>	1	1	0	0
<b>A2</b>	0	1	0	1
<b>A3</b>	1	1	1	0
<b>A4</b>	0	1	0	1

# Exemplo - Concordância parcial C3

$$c_i(a, b) = \begin{cases} 1, & \text{se } g_i(a) + q_i \geq g_i(b) \\ 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \leq g_i(b) \\ \frac{p_i + g_i(a) - g_i(b)}{p_i - q_i}, & \text{c.c.} \end{cases}$$

	<b>c3</b>
A1	8
A2	4
A3	10
A4	5

	<b>C3</b>
p	1
q	1
v	2

C3	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	0
A2	0	1	0	0
A3	1	1	1	0
A4	0	1	0	1

# Exemplo - Concordância parcial C4

$$c_i(a, b) = \begin{cases} 1, & \text{se } g_i(a) + q_i \geq g_i(b) \\ 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \leq g_i(b) \\ \frac{p_i + g_i(a) - g_i(b)}{p_i - q_i}, & \text{c.c.} \end{cases}$$

	<b>c4</b>
A1	6
A2	6
A3	10
A4	5

	<b>C4</b>
<b>p</b>	<b>1</b>
<b>q</b>	<b>1</b>
<b>v</b>	<b>2</b>

C4	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	1	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	1	1	0	1

# Concordância global - exemplo

c1	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	0	0	1

c2	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	1	0	1

c3	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	1	0	1

c4	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	1	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	1	1	0	1

PESOS DOS CRITÉRIOS				
	w1	w2	w3	w4
W	0,35	0,1	0,4	0,15

$$C(a, b) = \sum_{i=1}^n p_i c_i(a, b)$$

Onde  $\sum_i p_i = 1$

$$C(1,2) = 0,35 * 1 + 0,1 * 1 + 0,4 * 1 + 0,15 * 1 = 1,0$$

$$C(1,3) = 0,35 * 0 + 0,1 * 0 + 0,4 * 0 + 0,15 * 0 = 0$$

$$C(1,4) = 0,35 * 1 + 0,1 * 1 + 0,4 * 1 + 0,15 * 1 = 1,0$$

MATRIZ DE CONCORDÂNCIA GLOBAL				
	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2				
A3				
A4				

# Concordância global - exemplo

c1	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	0	0	1

c2	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	1	0	1

c3	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	1	0	1

c4	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	1	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	1	1	0	1

PESOS DOS CRITÉRIOS				
	w1	w2	w3	w4
W	0,35	0,1	0,4	0,15

$$C(a, b) = \sum_{i=1}^n p_i c_i(a, b)$$

Onde  $\sum_i p_i = 1$

$$C(2,1) = 0,35 * 0 + 0,1 * 0 + 0,4 * 0 + 0,15 * 1 = 0,15$$

$$C(2,3) = 0,35 * 0 + 0,1 * 0 + 0,4 * 0 + 0,15 * 0 = 0,15$$

$$C(2,4) = 0,35 * 1 + 0,1 * 1 + 0,4 * 1 + 0,15 * 1 = 1,0$$

MATRIZ DE CONCORDÂNCIA GLOBAL				
	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0,15	1	0	1
A3				
A4				

# Concordância global - exemplo

c1	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	0	0	1

c2	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	1	0	1

c3	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	1	0	1

c4	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	1	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	1	1	0	1

PESOS DOS CRITÉRIOS				
	w1	w2	w3	w4
W	0,35	0,1	0,4	0,15

$$C(a, b) = \sum_{i=1}^n p_i c_i(a, b)$$

Onde  $\sum_i p_i = 1$

$$C(3,1) = 0,35 * 1 + 0,1 * 1 + 0,4 * 1 + 0,15 * 1 = 1,0$$

$$C(3,2) = 0,35 * 1 + 0,1 * 1 + 0,4 * 1 + 0,15 * 1 = 1,0$$

$$C(3,4) = 0,35 * 1 + 0,1 * 1 + 0,4 * 1 + 0,15 * 1 = 1,0$$

MATRIZ DE CONCORDÂNCIA GLOBAL				
	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0,15	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4				

# Concordância global - exemplo

c1	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	0	0	1

c2	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	1	0	1

c3	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	1	0	1

c4	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	1	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	1	1	0	1

PESOS DOS CRITÉRIOS				
	w1	w2	w3	w4
W	0,35	0,1	0,4	0,15

$$C(a, b) = \sum_{i=1}^n p_i c_i(a, b)$$

Onde  $\sum_i p_i = 1$

$$C(4,1) = 0,35 * 0 + 0,1 * 0 + 0,4 * 0 + 0,15 * 1 = 0,15$$

$$C(4,2) = 0,35 * 0 + 0,1 * 1 + 0,4 * 1 + 0,15 * 1 = 0,65$$

$$C(4,3) = 0,35 * 0 + 0,1 * 0 + 0,4 * 0 + 0,15 * 0 = 0$$

MATRIZ DE CONCORDÂNCIA GLOBAL				
	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0,15	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0,15	0,65	0	1



# Concordância global - exemplo

MATRIZ DE CONCORDÂNCIA GLOBAL				
	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0,15	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0,15	0,65	0	1

$$C(a, b) = \sum_{i=1}^n p_i c_i(a, b)$$

Onde  $\sum_i p_i = 1$

c1	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	0	0	1

c2	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	1	0	1

c3	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	1	0	1

c4	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	1	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	25	1	1	0

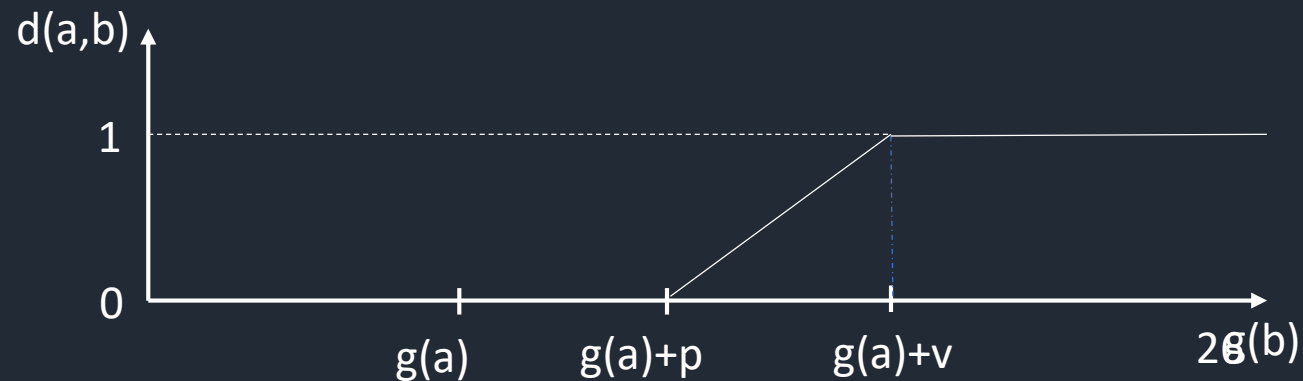
PESOS DOS CRITÉRIOS				
	w1	w2	w3	w4
W	0,35	0,1	0,4	0,15

# Cálculo da discordância

- O índice discordância  $D(a, b)$

$$d_i(a, b) = \begin{cases} 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \geq g_i(b) \\ 1, & \text{se } g_i(a) + v_i \leq g_i(b) \\ \frac{g_i(b) - g_i(a) - p_i}{v_i - p_i}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Onde  $p_i$  é o grau de preferência, e  $v_i$  é o limiar de veto da alternativa no critério  $i$ .



# Cálculo da discordância parcial d1- - exemplo

$$d_i(a,b) = \begin{cases} 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \geq g_i(b) \\ 1, & \text{se } g_i(a) + v_i \leq g_i(b) \\ \frac{g_i(b) - g_i(a) - p_i}{v_i - p_i}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

	<b>c1</b>
A1	6,67
A2	5,00
A3	10,00
A4	3,33

Índices de Discordância

	<b>C1</b>
<b>p</b>	0,33
<b>q</b>	0,17
<b>v</b>	0,50

$$d1(1,2) = \begin{cases} 0, & \text{se } (6,67 + 0,33) \geq 5 \\ 1, & \text{se } (6,67 + 0,5) \leq 10 \end{cases}$$

$$d1(1,3) = \begin{cases} 0, & \text{se } (6,67 + 0,33) \geq 10 \\ 1, & \text{se } (6,67 + 0,5) \leq 10 \end{cases}$$

$$d1(1,4) = \begin{cases} 0, & \text{se } (6,67 + 0,33) \geq 3,3 \\ 1, & \text{se } (6,67 + 0,5) \leq 3,3 \end{cases}$$

c1	A1	A2	A3	A4
A1	0	0	1	0
A2				
A3				
A4				

# Cálculo da discordância parcial d1- exemplo

$$d_i(a,b) = \begin{cases} 0, se g_i(a) + p_i \geq g_i(b) \\ 1, se g_i(a) + v_i \leq g_i(b) \\ \frac{g_i(b) - g_i(a) - p_i}{v_i - p_i}, caso contrário \end{cases}$$

	<b>c1</b>
A1	6,67
A2	5,00
A3	10,00
A4	3,33

Índices de Discordância

	<b>C1</b>
<b>p</b>	0,33
<b>q</b>	0,17
<b>v</b>	0,50

$$d1(2,1) = \begin{cases} 0, se (5 + 0,33) \geq 6,67 \\ 1, se (5 + 0,5) \leq 6,67 \end{cases}$$

$$d1(2,3) = \begin{cases} 0, se (5 + 0,33) \geq 10 \\ 1, se (5 + 0,5) \leq 10 \end{cases}$$

$$d1(2,4) = \begin{cases} 0, se (5 + 0,33) \geq 3,3 \end{cases}$$

c1	A1	A2	A3	A4
A1	0	0	1	0
A2	1	0	1	0
A3				
A4				

# Cálculo da discordância parcial d1- - exemplo

$$d_i(a,b) = \begin{cases} 0, \text{ se } g_i(a) + p_i \geq g_i(b) \\ 1, \text{ se } g_i(a) + v_i \leq g_i(b) \\ \frac{g_i(b) - g_i(a) - p_i}{v_i - p_i}, \text{ caso contrário} \end{cases}$$

	<b>c1</b>
A1	6,67
A2	5,00
A3	10,00
A4	3,33

Índices de Discordância

	<b>C1</b>
<b>p</b>	0,33
<b>q</b>	0,17
<b>v</b>	0,50

$$d_{1(3,1)} = \begin{cases} 0, \text{ se } (10 + 0,33) \geq 6,67 \\ 1, \text{ se } (10 + 0,50) \leq 6,67 \\ \frac{6,67 - 10 - 0,33}{0,50 - 0,33}, \text{ caso contrário} \end{cases}$$

$$d_{1(3,2)} = \begin{cases} 0, \text{ se } (10 + 0,33) \geq 5 \\ 1, \text{ se } (10 + 0,50) \leq 5 \\ \frac{5 - 10 - 0,33}{0,50 - 0,33}, \text{ caso contrário} \end{cases}$$

$$d_{1(3,4)} = \begin{cases} 0, \text{ se } (10 + 0,33) \geq 3,3 \\ 1, \text{ se } (10 + 0,50) \leq 3,3 \\ \frac{3,3 - 10 - 0,33}{0,50 - 0,33}, \text{ caso contrário} \end{cases}$$

c1	A1	A2	A3	A4
A1	0	0	1	0
A2	1	0	1	0
A3	0	0	0	0
A4				

# Cálculo da discordância parcial d1- - exemplo

$$d_i(a,b) = \begin{cases} 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \geq g_i(b) \\ 1, & \text{se } g_i(a) + v_i \leq g_i(b) \\ \frac{g_i(b) - g_i(a) - p_i}{v_i - p_i}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

	<b>c1</b>
A1	6,67
A2	5,00
A3	10,00
A4	3,33

Índices de Discordância

	<b>C1</b>
<b>p</b>	0,33
<b>q</b>	0,17
<b>v</b>	0,50

$$d_{1(4,1)} = \begin{cases} 0, & \text{se } (3,3 + 0,33) \geq 6,67 \\ 1, & \text{se } (3,3 + 0,5) \leq 6,67 \end{cases}$$

$$d_{1(4,2)} = \begin{cases} 0, & \text{se } (3,3 + 0,33) \geq 5 \\ 1, & \text{se } (3,3 + 0,5) \leq 5 \end{cases}$$

$$d_{1(4,3)} = \begin{cases} 0, & \text{se } (3,3 + 0,33) \geq 10 \\ 1, & \text{se } (3,3 + 0,5) \leq 10 \end{cases}$$

c1	A1	A2	A3	A4
A1	0	0	1	0
A2	1	0	1	0
A3	0	0	0	0
A4	1	1	1	0

# Cálculo da discordância parcial d2- - exemplo

$$d_i(a, b) = \begin{cases} 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \geq g_i(b) \\ 1, & \text{se } g_i(a) + v_i \leq g_i(b) \\ \frac{g_i(b) - g_i(a) - p_i}{v_i - p_i}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

	c2
A1	5,00
A2	2,50
A3	10,00
A4	2,50

Índices de Discordância Parcial

	C2
p	0,75
q	0,5
v	1

c2	A1	A2	A3	A4
A1	0	0	1	0
A2	1	0	1	0
A3	0	0	0	0
A4	1	0	1	0

# Cálculo da discordância parcial d3- - exemplo

$$d_i(a, b) = \begin{cases} 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \geq g_i(b) \\ 1, & \text{se } g_i(a) + v_i \leq g_i(b) \\ \frac{g_i(b) - g_i(a) - p_i}{v_i - p_i}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

	<b>c3</b>
A1	8
A2	4
A3	10
A4	5

Índices de Discordância Parcial

	<b>C3</b>
p	1
q	1
v	2

c3	A1	A2	A3	A4
A1	0	0	1	0
A2	1	0	1	0
A3	0	0	0	0
A4	1	0	1	0



# Cálculo da discordância parcial d4- - exemplo

$$d_i(a, b) = \begin{cases} 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \geq g_i(b) \\ 1, & \text{se } g_i(a) + v_i \leq g_i(b) \\ \frac{g_i(b) - g_i(a) - p_i}{v_i - p_i}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

	<b>c4</b>
A1	6
A2	6
A3	10
A4	5

Índices de Discordância Parcial

	<b>C4</b>
p	1
q	1
v	2

c4	A1	A2	A3	A4
A1	0	0	1	0
A2	0	0	1	0
A3	0	0	0	0
A4	0	0	1	0

# Cálculo da credibilidade

- **Grau de credibilidade  $S(a, b)$ :**

$$S(a, b) = \begin{cases} C(a, b), & \text{se } d_i \leq C(a, b), \forall_i \\ C(a, b) * \prod_{i: d_i(a, b) > C(a, b)} \frac{1 - d_i(a, b)}{1 - C(a, b)} \end{cases}$$

# Cálculo da credibilidade - exemplo

$$S(a, b) = \begin{cases} C(a, b), & \text{se } d_i \leq C(a, b), \forall_i \\ C(a, b) * \prod_{i: d_i(a,b) > C(a,b)} \frac{1 - d_i(a, b)}{1 - C(a, b)} \end{cases}$$



## Índices de Discordância Parcial

MATRIZ DE CONCORDÂNCIA GLOBAL				
	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0,15	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0,15	0,65	0	1

c1	A1	A2	A3	A4
A1	0	0	1	0
A2	1	0	1	0
A3	0	0	0	0
A4	1,00	1	1	0

c2	A1	A2	A3	A4
A1	0	0	1	0
A2	1	0	1	0
A3	0	0	0	0
A4	1	0	1	0

c3	A1	A2	A3	A4
A1	0	0	1	0
A2	1	0	1	1
A3	0	0	0	0
A4	1	0	1	0

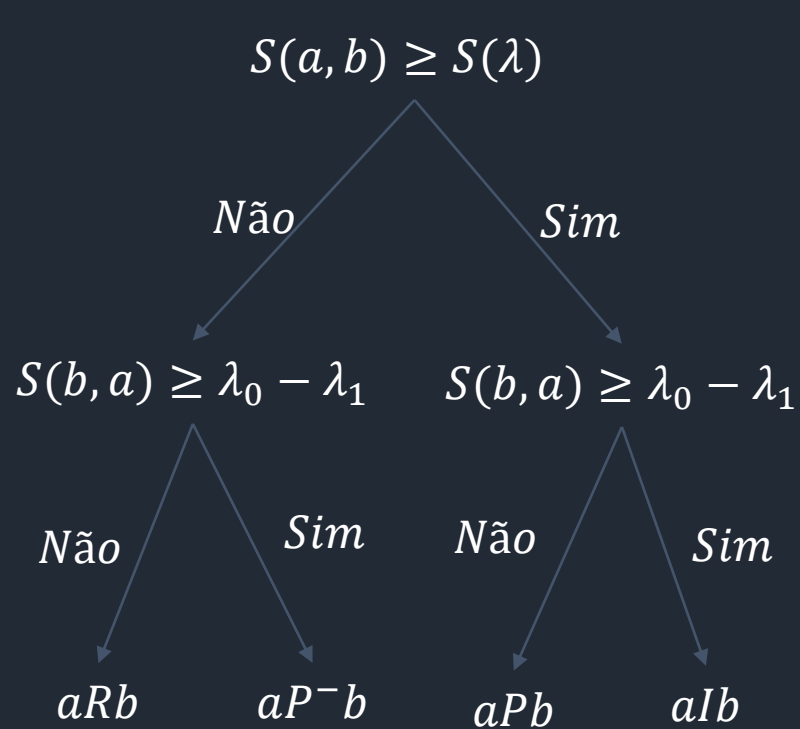
c4	A1	A2	A3	A4
A1	0	0	1	0
A2	0	0	1	0
A3	0	0	0	0
A4	0	0	1	0



Matriz de credibilidade				
	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	0	0	1

# Definição das relações P/R/I/P-

Nível de corte  $s(\lambda)$  que represente o menor valor de um Índice de Credibilidade  $S(a,b)$



$$s(\lambda) = \lambda_0 - \lambda_1; \quad \lambda_0 = \max S(a, b)$$
$$\lambda_1 = 0,3 - 0,15 \cdot \lambda_0$$

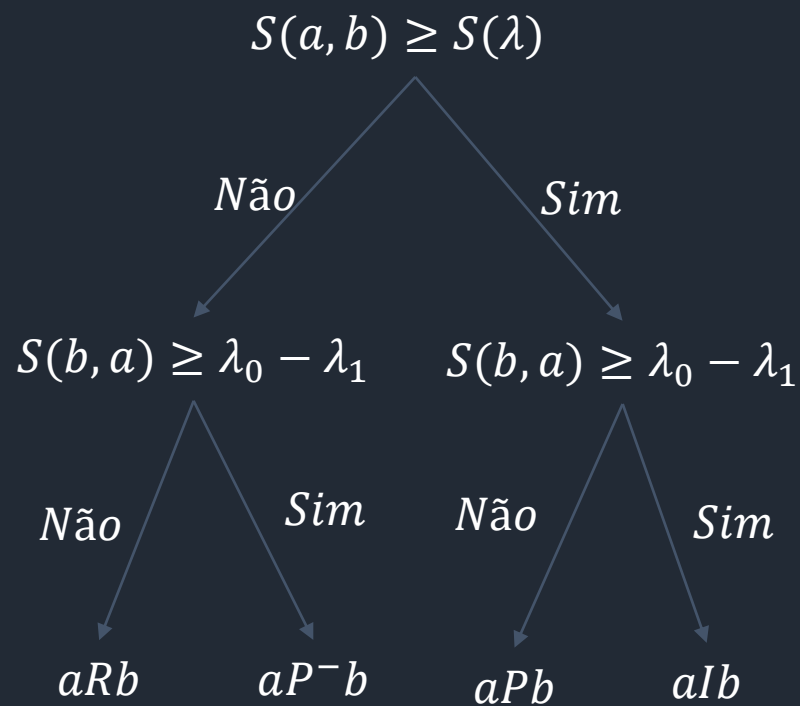
$I$  – indiferente  
 $R$  – incomparável  
 $P$  – preferível  
 $P^-$  – Não preferível

# Definição das relações P/R/I/P- Exemplo

Nível de corte  $s(\lambda)$  que represente o menor valor de um Índice de Credibilidade  $S(a,b)$

$$s(\lambda) = \lambda_0 - \lambda_1; \quad \lambda_0 = \max S(a, b)$$

$$\lambda_1 = 0,3 - 0,15 \cdot \lambda_0$$



- I* – indiferente
- R* – incomparável
- P* – preferível
- P<sup>-</sup>* - Não preferível

Matriz de credibilidade				
	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	0	0	1

Matriz de relações				
	A1	A2	A3	A4
A1	I	P	P-	P
A2	P-	I	P-	P
A3	P	P	I	P
A4	P-	P-	P-	I

# Ordenação das alternativas

Duas possibilidades:

- Ordenação descendente – otimista;
- Ordenação ascendente – pessimista.

# Ordenação descendente (otimista)

- A pontuação final para a ordenação é avaliada por meio do índice  $Q(a)$ ;
- $Q(a) = n^{\circ}$  de altern. que 'a' supera –  $n^{\circ}$  de altern. que superam 'a'
- A ordenação é feita do **maior  $Q(a)$  para o menor**;
- Considera-se para o cálculo de  $Q(a)$ :
  - **$aSb = aPb$ ,  $aIb$  ou  $aRb$**
  - **Se  $aSb = bSa$ , então  $aIb$**
- Em caso de empate, o nível de corte pode ser reduzido progressivamente, até se obter uma pré-ordem completa.

# Ordenação descendente (otimista)

- $Q(a) = n^{\circ}$  de altern. que 'a' supera –  $n^{\circ}$  de altern. que superam 'a'
- A ordenação é feita do maior  $Q(a)$  para o menor;

$aSb = aPb, alb$  ou  $aRb$   
 Se  $aSb = bSa$ , então  $alb$

Matriz de relações				
	A1	A2	A3	A4
A1	I	P	P-	P
A2	P-	I	P-	P
A3	P	P	I	P
A4	P-	P-	P-	I

Classificação otimista				
	A1	A2	A3	A4
A1	S	S	-	S
A2	-	S	-	S
A3	S	S	S	S
A4	-	-	-	S

Pontuação otimista			
	+	-	Q
A1	3	1	2
A2	2	2	0
A3	4	0	4
A4	1	3	-2

**2º**  
**3º**  
**1º**  
**4º**

**A3 > A1 > A2 > A4**



# Ordenação Ascendente (Pessimista)

A pontuação final para a ordenação é avaliada por meio do índice  $Q(a)$ ;

- $Q(a) = n^{\circ}$  de altern. que 'a' supera –  $n^{\circ}$  de altern. que superam 'a'
- A ordenação é feita **do menor  $Q(a)$  para o maior**;
- Considera-se para o cálculo de  $Q(a)$ :
  - **$aRb = alb$**
  - **$aSb$  somente quando  $aPb$**

Em caso de empate, o nível de corte pode ser reduzido progressivamente, até se obter uma pré-ordem completa.

# Ordenação ascendente (pessimista)

- $Q(a) = n^{\circ}$  de altern. que 'a' supera –  $n^{\circ}$  de altern. que superam 'a'
- A ordenação é feita do menor  $Q(a)$  para o maior;

$aRb = alb$

$aSb$  somente quando  $aPb$

Matriz de relações				
	A1	A2	A3	A4
A1	I	P	P-	P
A2	P-	I	P-	P
A3	P	P	I	P
A4	P-	P-	P-	I

Classificação otimista				
	A1	A2	A3	A4
A1	-	S	-	S
A2	-	-	-	S
A3	S	S	-	S
A4	-	-	-	-

Pontuação otimista			
	+	-	Q
A1	2	2	0
A2	1	3	-2
A3	3	1	2
A4	0	4	-4

2<sup>o</sup>

3<sup>o</sup>

1<sup>o</sup>

4<sup>o</sup>

**A3 > A1 > A2 > A4**

# Ordenação Final

- A ordenação final é obtida a partir da ordem decrescente e ascendente;
- Caso as ordens não sejam iguais, para a ordenação final utiliza-se a mesma operação do ELECTRE II:

$$Posição\ final = \frac{Posição\ decrescente + Posição\ crescente}{2}$$

- Assim, a posição a identificada corresponde a ordem de preferência.

# Referências

- ALMEIDA, A.T. **Processo de decisão nas organizações: Construindo modelos de decisão multicritério**. São Paulo: Atlas, 2013.
- FIGUEIRA, J. R.; GRECO, S.; EHRGOTT, M. **Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys**. New York: Springer, 2016.
- Instituto Tecnológico de Aeronáutica. **Mb-741- Métodos multicritério de apoio à decisão**. Mestrado Profissional em Produção. 01 aug. 2013, 01 dec. 2013. 32 p. Notas de Aula.
- TROJAN, F.; MORAIS, D. C. **Avaliação em grupo para manutenção de redes de distribuição de água**. In: Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 63, 2011, Ubatuba. Resumos... Ubatuba-SP.