

ELECTRE III

SEP 5836 Técnicas de Suporte à Decisão Aplicadas à Gestão de
Desempenho de Cadeias de Suprimento

ELECTRE

- Elimination et Choix Traduisant la Réalité – Elimination and Choice Expressing the Reality
- Método de sobreclassificação, baseado na construção de matrizes de comparação par-a-par;
- Família de métodos com diferentes características.

Família ELECTRE

- APLICAÇÃO EM FUNÇÃO DO RESULTADO DESEJADO:
 - ESCOLHA: ELECTRE I, ELECTRE IV, ELECTRE IS;
 - ORDENAÇÃO: ELECTRE II, III e IV;
 - CATEGORIZAÇÃO: ELECTRE TRI

ELECTRE III

ELECTRE III

- Utilizado para a **ordenação** (*ranking*) das alternativas;
- ELECTRE III foi criado para **melhorar ELECTRE II** (FIGUEIRA, GRECO E EHRGOTT, 2016);
- Utiliza pseudo-critérios para definir limiares de preferência e indiferença (ALMEIDA, 2013; FIGUEIRA, GRECO E EHRGOTT, 2016);

ELECTRE III –procedimento básico

- Cálculo das matrizes de concordâncias parciais;
- Cálculo da matriz de concordância global;
- Cálculo das matrizes discordâncias;
- Cálculo da matriz de credibilidade;
- Definição das relações P/R/I/P-
- Ordenação de preferências crescente e decrescente;
- Ordenação final.

ELECTRE III –terminologia

- $g_i(a)$: desempenho da alternativa a no critério i ;
- $g_i(b)$: desempenho da alternativa b no critério i ;

Cálculo da Concordância

O índice de concordância $C(a, b)$ pode ser obtido por meio da equação abaixo:(ALMEIDA, 2013):

$$C(a, b) = \sum_{i=1}^n w_i c_i(a, b)$$

Onde: $\sum_i w_i = 1$

$$c_i(a, b) = \begin{cases} 1, & \text{se } g_i(a) + q_i \geq g_i(b) \\ 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \leq g_i(b) \\ \frac{p_i + g_i(a) - g_i(b)}{p_i - q_i}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

q_i é o grau de indiferença, e p_i é o grau de preferência;

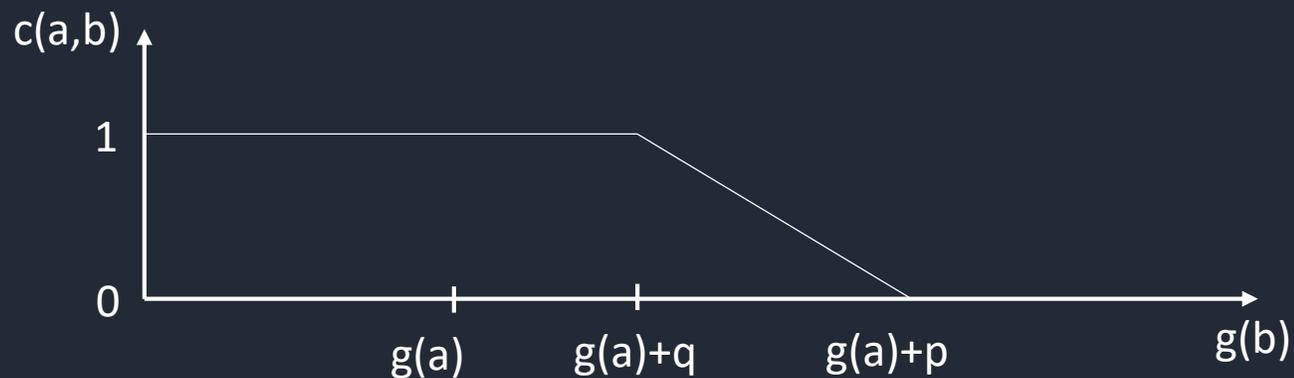
$g_i(a)$: desempenho da alternativa a no critério i ;

$g_i(b)$: desempenho da alternativa b no critério i ;

Cálculo da Concordância

$$c_i(a, b) = \begin{cases} 1, & \text{se } g_i(a) + q_i \geq g_i(b) \\ 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \leq g_i(b) \\ \frac{p_i + g_i(a) - g_i(b)}{p_i - q_i}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

q_i é o grau de indiferença, e p_i é o grau de preferência.



Exemplo – seleção de fornecedor de componente

Critérios:

- Custo de aquisição (\$);
- Prazo de entrega (dias);
- Resolução de problemas (nota 1 a 10);
- Saúde financeira (nota 1 a 10).



	PESOS DOS CRITÉRIOS			
	w1	w2	w3	w4
W	0,35	0,1	0,4	0,15

Avaliação de 4 fornecedores



	C1	C2	C3	C4
A1	30,00	10	8	6
A2	40,00	20	4	8
A3	20,00	5	10	10
A4	60,00	20	5	5

Exemplo – seleção de fornecedor de componente

Escolha de parâmetros:

	C1	C2	C3	C4
A1	30,00	10	8	6
A2	40,00	20	4	8
A3	20,00	5	10	10
A4	60,00	20	5	5



	C1	C2	C3	C4
p	2	1,5	1	1
q	1	1	1	1
v	3	2	2	2

Exemplo – seleção de fornecedor de componente

Conversão das escalas de custo em escalas de benefício:.

$$yn_i = 10 * \left(\frac{y_i}{\min_i y_i} \right) \rightarrow$$

	C1	C2	C3	C4
A1	30,00	10	8	6
A2	40,00	20	4	8
A3	20,00	5	10	10
A4	60,00	20	5	5



	c1	c2	c3	c4
A1	6,67	5,00	8	6
A2	5,00	2,50	4	6
A3	10,00	10,00	10	10
A4	3,33	2,50	5	5

Exemplo – seleção de fornecedor de componente

Ajuste da proporcionalidade dos parâmetros:

$$p' = 10 * \left(\frac{p}{\max_i y_i} \right)$$

$$q' = 10 * \left(\frac{q}{\max_i y_i} \right)$$

$$v' = 10 * \left(\frac{v}{\max_i y_i} \right)$$

	c1	c2	c3	c4
p	2	1,5	1	1
q	1	1	1	1
v	3	2	2	2



	C1	C2	C3	C4
p	0,33	0,75	1	1
q	0,17	0,50	1	1
v	0,50	1,00	2	2

Exemplo - Concordância parcial C1

$$c_i(a, b) = \begin{cases} 1, & \text{se } g_i(a) + q_i \geq g_i(b) \\ 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \leq g_i(b) \\ \frac{p_i + g_i(a) - g_i(b)}{p_i - q_i}, & \text{c.c.} \end{cases}$$

	c1
A1	6,67
A2	5,00
A3	10,00
A4	3,33

	C1
p	0,33
q	0,17
v	0,50

$$c1(1,2) = \begin{cases} 1, & \text{se } (6,67 + 0,17) \geq 5 \end{cases}$$

$$c1(1,3) = \begin{cases} 1, & \text{se } (6,67 + 0,17) \geq 10 \\ 0, & \text{se } (6,67 + 0,33) \leq 10 \end{cases}$$

$$c1(1,4) = \begin{cases} 1, & \text{se } (6,67 + 0,17) \geq 3,33 \end{cases}$$

c1	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2				
A3				
A4				

Exemplo - Concordância parcial C1

$$c_i(a, b) = \begin{cases} 1, & \text{se } g_i(a) + q_i \geq g_i(b) \\ 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \leq g_i(b) \\ \frac{p_i + g_i(a) - g_i(b)}{p_i - q_i}, & \text{c.c.} \end{cases}$$

	c1
A1	6,67
A2	5,00
A3	10,00
A4	3,33

	C1
p	0,33
q	0,17
v	0,5

$$c1(2,1) = \begin{cases} 1, & \text{se } (5 + 0,17) \geq 6,67 \\ 0, & \text{se } (5 + 0,33) \leq 6,67 \end{cases}$$

$$c1(2,3) = \begin{cases} 1, & \text{se } (5 + 0,17) \geq 10 \\ 0, & \text{se } (5 + 0,33) \leq 10 \end{cases}$$

$$c1(2,4) = \begin{cases} 1, & \text{se } (5 + 0,17) \geq 3,33 \end{cases}$$

c1	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3				
A4				

Exemplo - Concordância parcial C1

$$c_i(a, b) = \begin{cases} 1, & \text{se } g_i(a) + q_i \geq g_i(b) \\ 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \leq g_i(b) \\ \frac{p_i + g_i(a) - g_i(b)}{p_i - q_i}, & \text{c.c.} \end{cases}$$

	c1
A1	6,67
A2	5,00
A3	10,00
A4	3,33

	C1
p	0,33
q	0,17
v	0,5

$$c1(3,1) = \begin{cases} 1, & \text{se } (10 + 0,17) \geq 6,67 \end{cases}$$

$$c1(3,2) = \begin{cases} 1, & \text{se } (10 + 0,17) \geq 5 \end{cases}$$

$$c1(3,4) = \begin{cases} 1, & \text{se } (10 + 0,17) \geq 3,33 \end{cases}$$

c1	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4				

Exemplo - Concordância parcial C1

$$c_i(a, b) = \begin{cases} 1, & \text{se } g_i(a) + q_i \geq g_i(b) \\ 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \leq g_i(b) \\ \frac{p_i + g_i(a) - g_i(b)}{p_i - q_i}, & \text{c.c.} \end{cases}$$

	c1
A1	6,67
A2	5,00
A3	10,00
A4	3,33

	C1
p	0,33
q	0,17
v	0,5

$$c1(4,1) = \begin{cases} 1, & \text{se } (3,3 + 0,17) \geq 6,67 \\ 0, & \text{se } (3,3 + 0,33) \leq 6,67 \end{cases}$$

$$c1(4,2) = \begin{cases} 1, & \text{se } (3,3 + 0,17) \geq 5 \\ 0, & \text{se } (3,3 + 0,33) \leq 5 \end{cases}$$

$$c1(4,3) = \begin{cases} 1, & \text{se } (3,3 + 0,17) \geq 10 \\ 0, & \text{se } (3,3 + 0,33) \leq 10 \end{cases}$$

c1	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	0	0	1

Exemplo - Concordância parcial C2

$$c_i(a, b) = \begin{cases} 1, & \text{se } g_i(a) + q_i \geq g_i(b) \\ 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \leq g_i(b) \\ \frac{p_i + g_i(a) - g_i(b)}{p_i - q_i}, & \text{c.c.} \end{cases}$$

	c2
A1	5,00
A2	2,50
A3	10,00
A4	2,50

	C2
p	0,75
q	0,5
v	1

c2	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	0
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	0
A4	0	1	0	1

Exemplo - Concordância parcial C3

$$c_i(a, b) = \begin{cases} 1, & \text{se } g_i(a) + q_i \geq g_i(b) \\ 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \leq g_i(b) \\ \frac{p_i + g_i(a) - g_i(b)}{p_i - q_i}, & \text{c.c.} \end{cases}$$

	c3
A1	8
A2	4
A3	10
A4	5

	C3
p	1
q	1
v	2

C3	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	0
A2	0	1	0	0
A3	1	1	1	0
A4	0	1	0	1

Exemplo - Concordância parcial C4

$$c_i(a, b) = \begin{cases} 1, & \text{se } g_i(a) + q_i \geq g_i(b) \\ 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \leq g_i(b) \\ \frac{p_i + g_i(a) - g_i(b)}{p_i - q_i}, & \text{c.c.} \end{cases}$$

	c4
A1	6
A2	6
A3	10
A4	5

	C4
p	1
q	1
v	2

C4	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	1	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	1	1	0	1

Concordância global - exemplo

c1	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	0	0	1

c2	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	1	0	1

c3	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	1	0	1

c4	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	1	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	1	1	0	1

PESOS DOS CRITÉRIOS				
	w1	w2	w3	w4
W	0,35	0,1	0,4	0,15

$$C(a, b) = \sum_{i=1}^n p_i c_i(a, b)$$

Onde $\sum_i p_i = 1$

$$C(1,2) = 0,35 * 1 + 0,1 * 1 + 0,4 * 1 + 0,15 * 1 = 1,0$$

$$C(1,3) = 0,35 * 0 + 0,1 * 0 + 0,4 * 0 + 0,15 * 0 = 0$$

$$C(1,4) = 0,35 * 1 + 0,1 * 1 + 0,4 * 1 + 0,15 * 1 = 1,0$$

MATRIZ DE CONCORDÂNCIA GLOBAL				
	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2				
A3				
A4				

Concordância global - exemplo

c1	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	0	0	1

c2	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	1	0	1

c3	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	1	0	1

c4	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	1	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	1	1	0	1

PESOS DOS CRITÉRIOS				
	w1	w2	w3	w4
W	0,35	0,1	0,4	0,15

$$C(a, b) = \sum_{i=1}^n p_i c_i(a, b)$$

Onde $\sum_i p_i = 1$

$$C(2,1) = 0,35 * 0 + 0,1 * 0 + 0,4 * 0 + 0,15 * 1 = 0,15$$

$$C(2,3) = 0,35 * 0 + 0,1 * 0 + 0,4 * 0 + 0,15 * 0 = 0,15$$

$$C(2,4) = 0,35 * 1 + 0,1 * 1 + 0,4 * 1 + 0,15 * 1 = 1,0$$

MATRIZ DE CONCORDÂNCIA GLOBAL				
	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0,15	1	0	1
A3				
A4				

Concordância global - exemplo

c1	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	0	0	1

c2	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	1	0	1

c3	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	1	0	1

c4	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	1	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	1	1	0	1

PESOS DOS CRITÉRIOS				
	w1	w2	w3	w4
W	0,35	0,1	0,4	0,15

$$C(a, b) = \sum_{i=1}^n p_i c_i(a, b)$$

Onde $\sum_i p_i = 1$

$$C(3,1) = 0,35 * 1 + 0,1 * 1 + 0,4 * 1 + 0,15 * 1 = 1,0$$

$$C(3,2) = 0,35 * 1 + 0,1 * 1 + 0,4 * 1 + 0,15 * 1 = 1,0$$

$$C(3,4) = 0,35 * 1 + 0,1 * 1 + 0,4 * 1 + 0,15 * 1 = 1,0$$

MATRIZ DE CONCORDÂNCIA GLOBAL				
	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0,15	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4				

Concordância global - exemplo

c1	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	0	0	1

c2	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	1	0	1

c3	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	1	0	1

c4	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	1	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	1	1	0	1

PESOS DOS CRITÉRIOS				
	w1	w2	w3	w4
W	0,35	0,1	0,4	0,15

$$C(a, b) = \sum_{i=1}^n p_i c_i(a, b)$$

Onde $\sum_i p_i = 1$

$$C(4,1) = 0,35 * 0 + 0,1 * 0 + 0,4 * 0 + 0,15 * 1 = 0,15$$

$$C(4,2) = 0,35 * 0 + 0,1 * 1 + 0,4 * 1 + 0,15 * 1 = 0,65$$

$$C(4,3) = 0,35 * 0 + 0,1 * 0 + 0,4 * 0 + 0,15 * 0 = 0$$

MATRIZ DE CONCORDÂNCIA GLOBAL				
	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0,15	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0,15	0,65	0	1

Concordância global - exemplo

MATRIZ DE CONCORDÂNCIA GLOBAL				
	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0,15	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0,15	0,65	0	1

$$C(a, b) = \sum_{i=1}^n p_i c_i(a, b)$$

Onde $\sum_i p_i = 1$

c1	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	0	0	1

c2	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	1	0	1

c3	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	1	0	1

c4	A1	A2	A3	A4	
A1	1	1	0	1	
A2	1	1	0	1	
A3	1	1	1	1	
A4	25	1	1	0	1

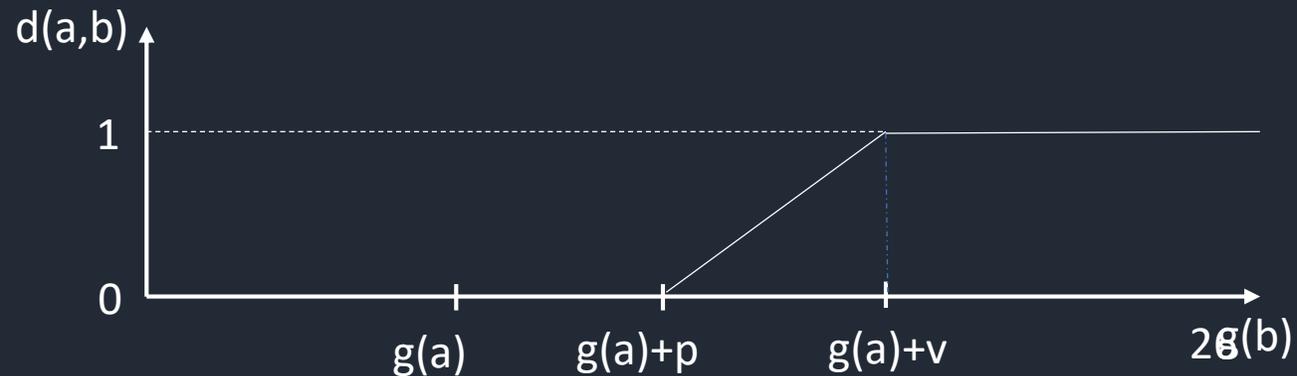
PESOS DOS CRITÉRIOS				
	w1	w2	w3	w4
W	0,35	0,1	0,4	0,15

Cálculo da discordância

- O índice discordância $D(a, b)$

$$d_i(a, b) = \begin{cases} 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \geq g_i(b) \\ 1, & \text{se } g_i(a) + v_i \leq g_i(b) \\ \frac{g_i(b) - g_i(a) - p_i}{v_i - p_i}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Onde p_i é o grau de preferência, e v_i é o limiar de veto da alternativa no critério i .



Cálculo da discordância parcial d1- - exemplo

$$d_i(a,b) = \begin{cases} 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \geq g_i(b) \\ 1, & \text{se } g_i(a) + v_i \leq g_i(b) \\ \frac{g_i(b) - g_i(a) - p_i}{v_i - p_i}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

	c1
A1	6,67
A2	5,00
A3	10,00
A4	3,33

Índices de Discordância

	C1
p	0,33
q	0,17
v	0,50

$$d1(1,2) = \begin{cases} 0, & \text{se } (6,67 + 0,33) \geq 5 \\ 1, & \text{se } (6,67 + 0,5) \leq 10 \end{cases}$$

$$d1(1,3) = \begin{cases} 0, & \text{se } (6,67 + 0,33) \geq 10 \\ 1, & \text{se } (6,67 + 0,5) \leq 10 \end{cases}$$

$$d1(1,4) = \begin{cases} 0, & \text{se } (6,67 + 0,33) \geq 3,3 \\ 1, & \text{se } (6,67 + 0,5) \leq 3,3 \end{cases}$$

c1	A1	A2	A3	A4
A1	0	0	1	0
A2				
A3				
A4				

Cálculo da discordância parcial d1- exemplo

$$d_i(a,b) = \begin{cases} 0, se g_i(a) + p_i \geq g_i(b) \\ 1, se g_i(a) + v_i \leq g_i(b) \\ \frac{g_i(b) - g_i(a) - p_i}{v_i - p_i}, caso contrário \end{cases}$$

	c1
A1	6,67
A2	5,00
A3	10,00
A4	3,33

Índices de Discordância

	C1
p	0,33
q	0,17
v	0,50

$$d1(2,1) = \begin{cases} 0, se (5 + 0,33) \geq 6,67 \\ 1, se (5 + 0,5) \leq 6,67 \end{cases}$$

$$d1(2,3) = \begin{cases} 0, se (5 + 0,33) \geq 10 \\ 1, se (5 + 0,5) \leq 10 \end{cases}$$

$$d1(2,4) = \begin{cases} 0, se (5 + 0,33) \geq 3,3 \end{cases}$$

c1	A1	A2	A3	A4
A1	0	0	1	0
A2	1	0	1	0
A3				
A4				

Cálculo da discordância parcial d1- - exemplo

$$d_i(a,b) = \begin{cases} 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \geq g_i(b) \\ 1, & \text{se } g_i(a) + v_i \leq g_i(b) \\ \frac{g_i(b) - g_i(a) - p_i}{v_i - p_i}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

	c1
A1	6,67
A2	5,00
A3	10,00
A4	3,33

Índices de Discordância

	C1
p	0,33
q	0,17
v	0,50

$$d_{1(3,1)} = \begin{cases} 0, & \text{se } (10 + 0,33) \geq 6,67 \end{cases}$$

$$d_{1(3,2)} = \begin{cases} 0, & \text{se } (10 + 0,33) \geq 5 \end{cases}$$

$$d_{1(3,4)} = \begin{cases} 0, & \text{se } (10 + 0,33) \geq 3,3 \end{cases}$$

c1	A1	A2	A3	A4
A1	0	0	1	0
A2	1	0	1	0
A3	0	0	0	0
A4				

Cálculo da discordância parcial d1- - exemplo

$$d_i(a,b) = \begin{cases} 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \geq g_i(b) \\ 1, & \text{se } g_i(a) + v_i \leq g_i(b) \\ \frac{g_i(b) - g_i(a) - p_i}{v_i - p_i}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

	c1
A1	6,67
A2	5,00
A3	10,00
A4	3,33

Índices de Discordância

	C1
p	0,33
q	0,17
v	0,50

$$d_{1(4,1)} = \begin{cases} 0, & \text{se } (3,3 + 0,33) \geq 6,67 \\ 1, & \text{se } (3,3 + 0,5) \leq 6,67 \end{cases}$$

$$d_{1(4,2)} = \begin{cases} 0, & \text{se } (3,3 + 0,33) \geq 5 \\ 1, & \text{se } (3,3 + 0,5) \leq 5 \end{cases}$$

$$d_{1(4,3)} = \begin{cases} 0, & \text{se } (3,3 + 0,33) \geq 10 \\ 1, & \text{se } (3,3 + 0,5) \leq 10 \end{cases}$$

c1	A1	A2	A3	A4
A1	0	0	1	0
A2	1	0	1	0
A3	0	0	0	0
A4	1	1	1	0

Cálculo da discordância parcial d2- - exemplo

$$d_i(a, b) = \begin{cases} 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \geq g_i(b) \\ 1, & \text{se } g_i(a) + v_i \leq g_i(b) \\ \frac{g_i(b) - g_i(a) - p_i}{v_i - p_i}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

	c2
A1	5,00
A2	2,50
A3	10,00
A4	2,50

Índices de Discordância Parcial

	C2
p	0,75
q	0,5
v	1

c2	A1	A2	A3	A4
A1	0	0	1	0
A2	1	0	1	0
A3	0	0	0	0
A4	1	0	1	0

Cálculo da discordância parcial d3- - exemplo

$$d_i(a, b) = \begin{cases} 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \geq g_i(b) \\ 1, & \text{se } g_i(a) + v_i \leq g_i(b) \\ \frac{g_i(b) - g_i(a) - p_i}{v_i - p_i}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

	c3
A1	8
A2	4
A3	10
A4	5

Índices de Discordância Parcial

	C3
p	1
q	1
v	2

c3	A1	A2	A3	A4
A1	0	0	1	0
A2	1	0	1	0
A3	0	0	0	0
A4	1	0	1	0

Cálculo da discordância parcial d4- - exemplo

$$d_i(a, b) = \begin{cases} 0, & \text{se } g_i(a) + p_i \geq g_i(b) \\ 1, & \text{se } g_i(a) + v_i \leq g_i(b) \\ \frac{g_i(b) - g_i(a) - p_i}{v_i - p_i}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

	c4
A1	6
A2	6
A3	10
A4	5

Índices de Discordância Parcial

	C4
p	1
q	1
v	2

c4	A1	A2	A3	A4
A1	0	0	1	0
A2	0	0	1	0
A3	0	0	0	0
A4	0	0	1	0

Cálculo da credibilidade

- **Grau de credibilidade $S(a, b)$:**

$$S(a, b) = \begin{cases} C(a, b), & \text{se } d_i \leq C(a, b), \forall_i \\ C(a, b) * \prod_{i: d_i(a, b) > C(a, b)} \frac{1 - d_i(a, b)}{1 - C(a, b)} \end{cases}$$

Cálculo da credibilidade - exemplo

$$S(a, b) = \begin{cases} C(a, b), & \text{se } d_i \leq C(a, b), \forall_i \\ C(a, b) * \prod_{i: d_i(a,b) > C(a,b)} \frac{1 - d_i(a, b)}{1 - C(a, b)} \end{cases}$$



Índices de Discordância Parcial

MATRIZ DE CONCORDÂNCIA GLOBAL				
	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0,15	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0,15	0,65	0	1

c1	A1	A2	A3	A4
A1	0	0	1	0
A2	1	0	1	0
A3	0	0	0	0
A4	1,00	1	1	0

c2	A1	A2	A3	A4
A1	0	0	1	0
A2	1	0	1	0
A3	0	0	0	0
A4	1	0	1	0

c3	A1	A2	A3	A4
A1	0	0	1	0
A2	1	0	1	1
A3	0	0	0	0
A4	1	0	1	0

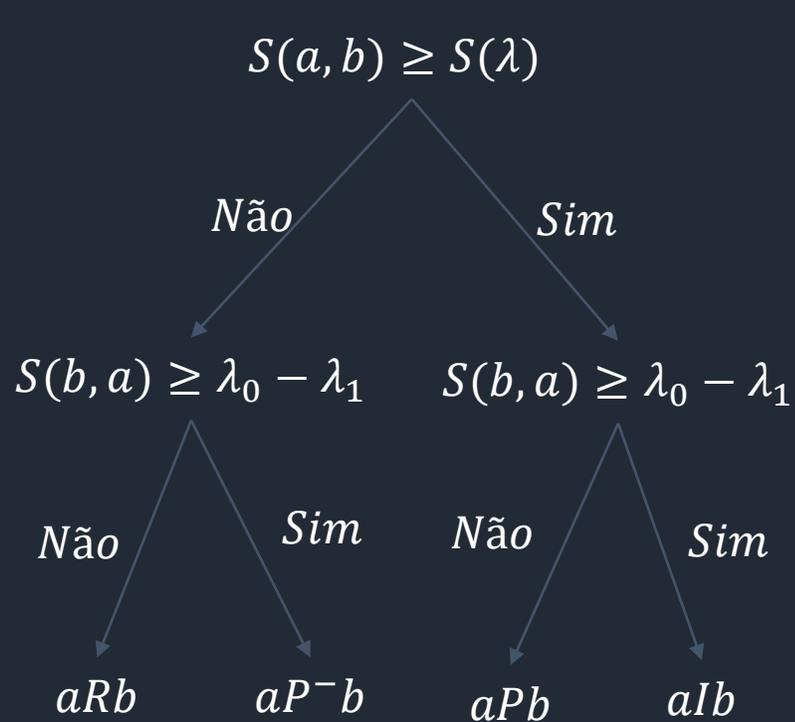
c4	A1	A2	A3	A4
A1	0	0	1	0
A2	0	0	1	0
A3	0	0	0	0
A4	0	0	1	0



Matriz de credibilidade				
	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	0	0	1

Definição das relações P/R/I/P-

Nível de corte $s(\lambda)$ que represente o menor valor de um Índice de Credibilidade $S(a,b)$



$$s(\lambda) = \lambda_0 - \lambda_1; \quad \lambda_0 = \max S(a, b)$$

$$\lambda_1 = 0,3 - 0,15 \cdot \lambda_0$$

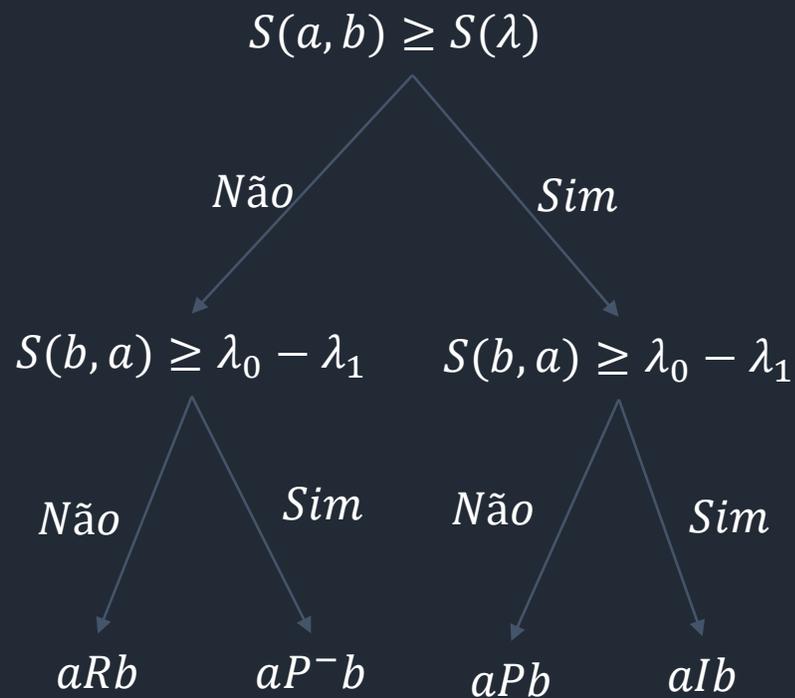
- I – indiferente
- R – incomparável
- P – preferível
- P^- – Não preferível

Definição das relações P/R/I/P- Exemplo

Nível de corte $s(\lambda)$ que represente o menor valor de um Índice de Credibilidade $S(a,b)$

$$s(\lambda) = \lambda_0 - \lambda_1; \quad \lambda_0 = \max S(a, b)$$

$$\lambda_1 = 0,3 - 0,15 \cdot \lambda_0$$



I – indiferente
R – incomparável
P – preferível
P⁻ – Não preferível

Matriz de credibilidade				
	A1	A2	A3	A4
A1	1	1	0	1
A2	0	1	0	1
A3	1	1	1	1
A4	0	0	0	1

Matriz de relações				
	A1	A2	A3	A4
A1	I	P	P-	P
A2	P-	I	P-	P
A3	P	P	I	P
A4	P-	P-	P-	I

Ordenação das alternativas

Duas possibilidades:

- Ordenação descendente – otimista;
- Ordenação ascendente – pessimista.

Ordenação descendente (otimista)

- A pontuação final para a ordenação é avaliada por meio do índice $Q(a)$;
- $Q(a) = n^{\circ}$ de altern. que 'a' supera – n° de altern. que superam 'a'
- A ordenação é feita do **maior $Q(a)$ para o menor**;
- Considera-se para o cálculo de $Q(a)$:
 - **$aSb = aPb$, aIb ou aRb**
 - **Se $aSb = bSa$, então aIb**
- Em caso de empate, o nível de corte pode ser reduzido progressivamente, até se obter uma pré-ordem completa.

Ordenação descendente (otimista)

- $Q(a) = n^{\circ}$ de altern. que 'a' supera – n° de altern. que superam 'a'
- A ordenação é feita do maior $Q(a)$ para o menor;

$aSb = aPb, alb$ ou aRb
 Se $aSb = bSa$, então alb

Matriz de relações				
	A1	A2	A3	A4
A1	I	P	P-	P
A2	P-	I	P-	P
A3	P	P	I	P
A4	P-	P-	P-	I

Classificação otimista				
	A1	A2	A3	A4
A1	S	S	-	S
A2	-	S	-	S
A3	S	S	S	S
A4	-	-	-	S

Pontuação otimista			
	+	-	Q
A1	3	1	2
A2	2	2	0
A3	4	0	4
A4	1	3	-2

2º
3º
1º
4º

A3 > A1 > A2 > A4

Ordenação Ascendente (Pessimista)

A pontuação final para a ordenação é avaliada por meio do índice $Q(a)$;

- $Q(a) = n^{\circ}$ de altern. que 'a' supera – n° de altern. que superam 'a'
- A ordenação é feita **do menor $Q(a)$ para o maior**;
- Considera-se para o cálculo de $Q(a)$:
 - **$aRb = alb$**
 - **aSb somente quando aPb**

Em caso de empate, o nível de corte pode ser reduzido progressivamente, até se obter uma pré-ordem completa.

Ordenação ascendente (pessimista)

- $Q(a) = n^{\circ}$ de altern. que 'a' supera – n° de altern. que superam 'a'
- A ordenação é feita do menor $Q(a)$ para o maior;

$aRb = alb$

aSb somente quando aPb

Matriz de relações				
	A1	A2	A3	A4
A1	I	P	P-	P
A2	P-	I	P-	P
A3	P	P	I	P
A4	P-	P-	P-	I

Classificação otimista				
	A1	A2	A3	A4
A1	-	S	-	S
A2	-	-	-	S
A3	S	S	-	S
A4	-	-	-	-

Pontuação otimista			
	+	-	Q
A1	2	2	0
A2	1	3	-2
A3	3	1	2
A4	0	4	-4

2^o

3^o

1^o

4^o

A3 > A1 > A2 > A4

Ordenação Final

- A ordenação final é obtida a partir da ordem decrescente e ascendente;
- Caso as ordens não sejam iguais, para a ordenação final utiliza-se a mesma operação do ELECTRE II:

$$Posição\ final = \frac{Posição\ decrescente + Posição\ crescente}{2}$$

- Assim, a posição a identificada corresponde a ordem de preferência.

Referências

- ALMEIDA, A.T. **Processo de decisão nas organizações: Construindo modelos de decisão multicritério**. São Paulo: Atlas, 2013.
- FIGUEIRA, J. R.; GRECO, S.; EHRGOTT, M. **Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys**. New York: Springer, 2016.
- Instituto Tecnológico de Aeronáutica. **Mb-741- Métodos multicritério de apoio à decisão**. Mestrado Profissional em Produção. 01 aug. 2013, 01 dec. 2013. 32 p. Notas de Aula.
- TROJAN, F.; MORAIS, D. C. **Avaliação em grupo para manutenção de redes de distribuição de água**. In: Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 63, 2011, Ubatuba. Resumos... Ubatuba-SP.