Instituto de Física
USP

Física V - Aula 20

Professora: Mazé Bechara

Aula 20 – O experimento de Rutherford e a proposta de átomo nucleado

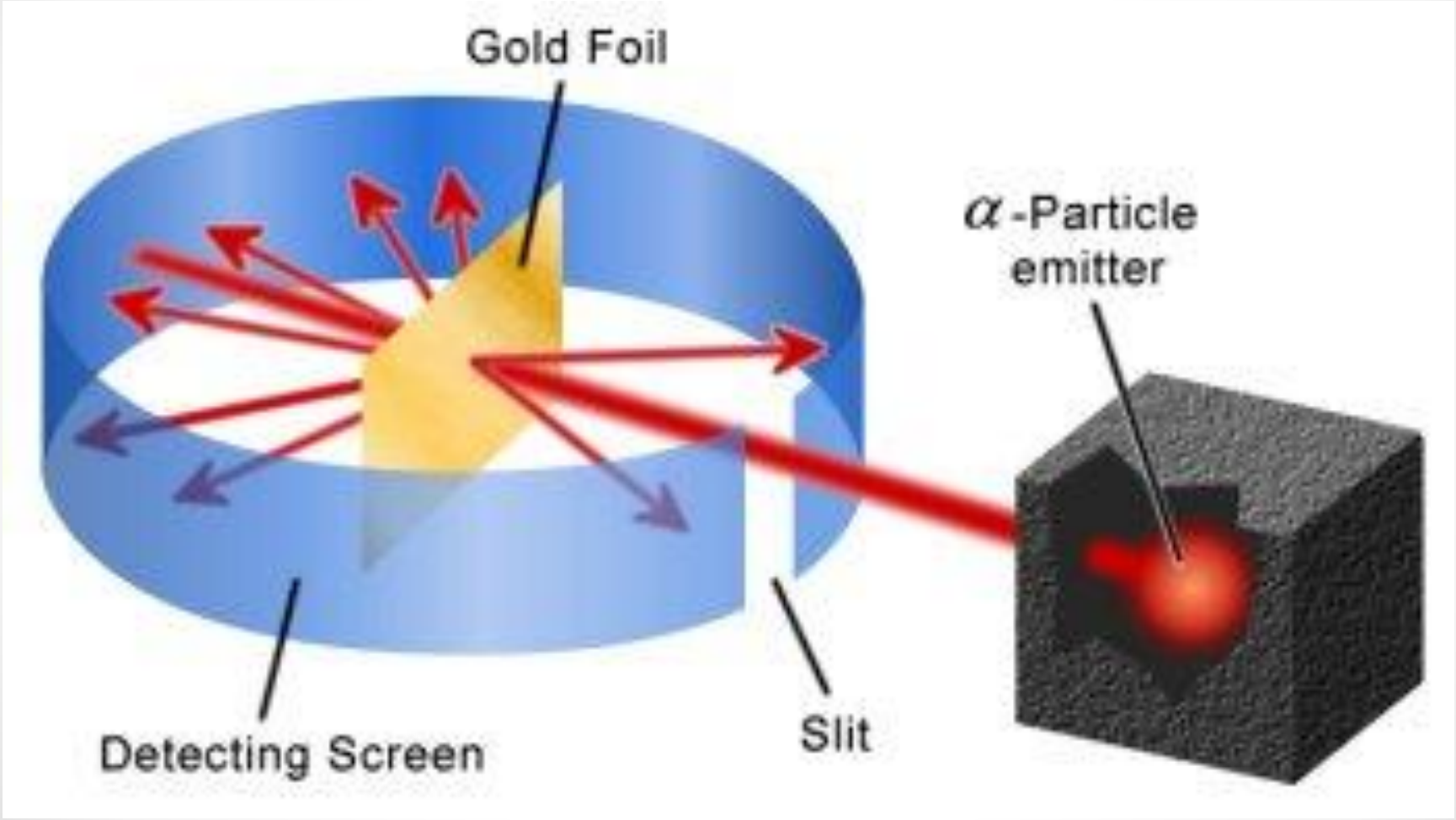
1. **O Experimento de Geiger e Marsden (1908):** espalhamento elástico de partículas alfa por folhas de ouro e outros elementos, e seus resultados experimentais conflitantes com o modelo atômico de Thomson. **A proposta de Rutherford (1911) para a interação com tais resultados** – discussão qualitativa.

2. **Conceitos e definições:** **espalhamento elástico** de um feixe de partículas por um **"alvo" espalhador**; **ângulo de espalhamento**, **parâmetro de impacto no espalhamento**; relação entre o parâmetro de impacto e o ângulo de espalhamento. **O conceito e uma expressão da *seção de choque diferencial* *para qualquer interação.***

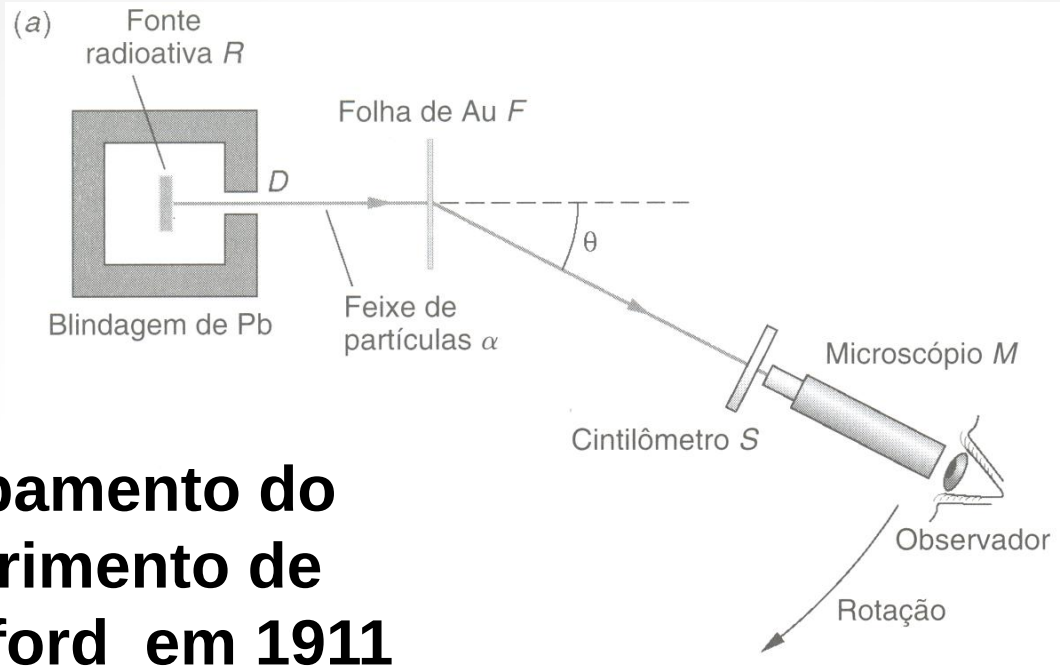
3. **Determinação da seção de choque diferencial** para o espalhamento elástico por interação repulsiva coulombiana ou **a seção de choque de Rutherford**. **Comparação com os resultados experimentais.**

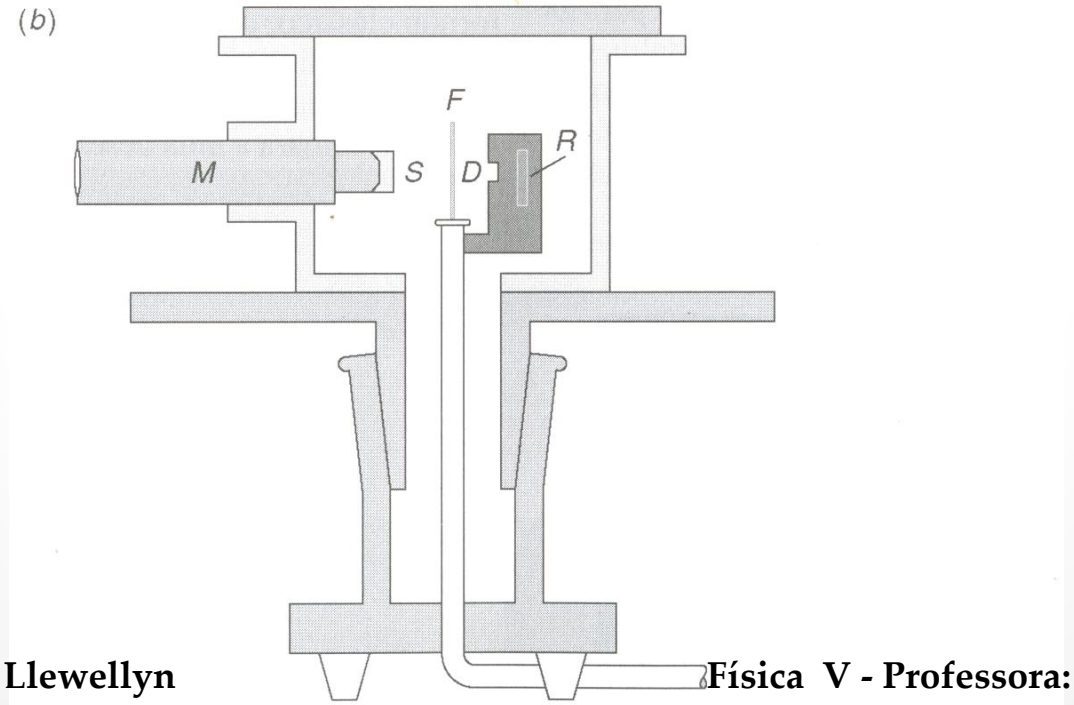
Geiger (à esquerda) e Rutherford (à esquerda) no Laboratório de Manchester

Representação esquemática do experimento de Rutherford (1911)



Equipamento do experimento de Rutherford em 1911

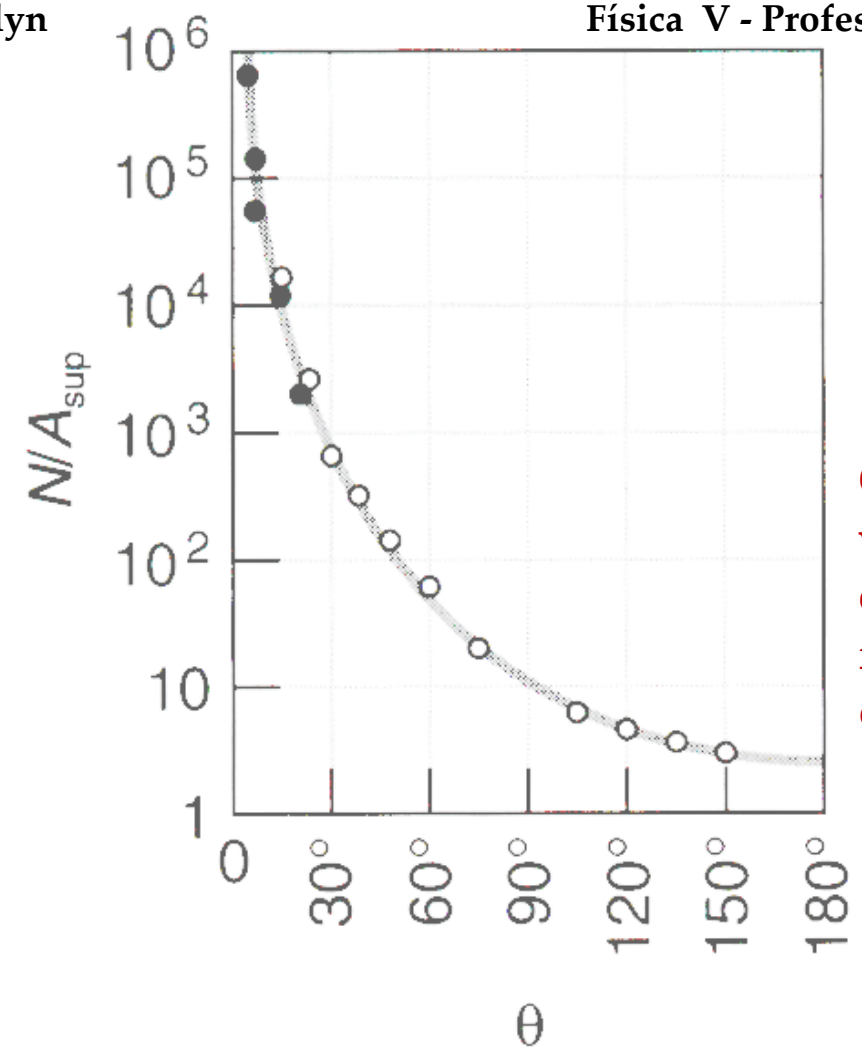




O experimento de Geiger e Marsden (1908) no Laboratório dirigido por Rutherford

1. ***Feixe de partículas alfa*** **(Z=2, A=4) de uma fonte radioativa com energia cinética E_{inc} conhecida incidindo sobre uma folha fina de algum material (alvo), primeiramente ouro. As partículas alfa espalhadas são contadas em *um detector* colocado em um ângulo θ *(ângulo de espalhamento)* com a direção do feixe incidente. De fato, pelas dimensões finitas de qualquer detector elas são observadas *em torno de* θ dentro de uma abertura dθ.**

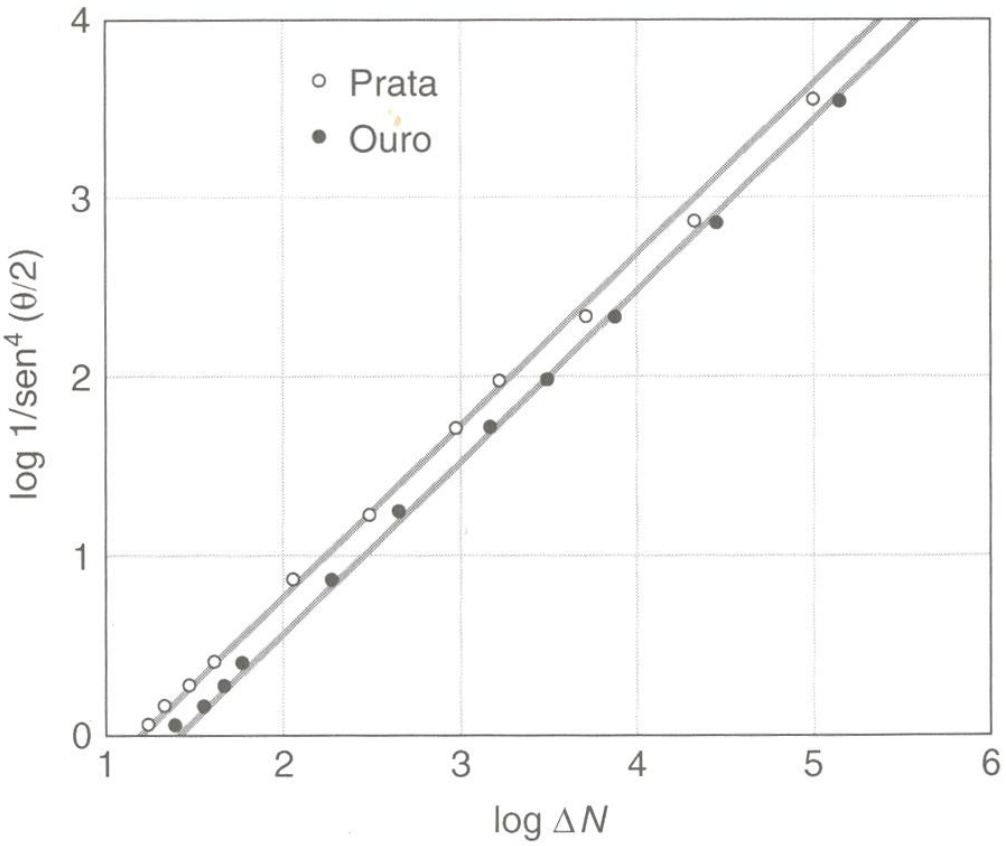
2. **Condições experimentais para os resultados relatados: folha fina e uniforme, feixes bem colimados, e detectores colocados a uma distância do alvo que permita desprezar o tamanho do feixe no cálculo do ângulo sólido de espalhamento.**



OS RESULTADOS DO EXPERIMENTO PIONEIRO.

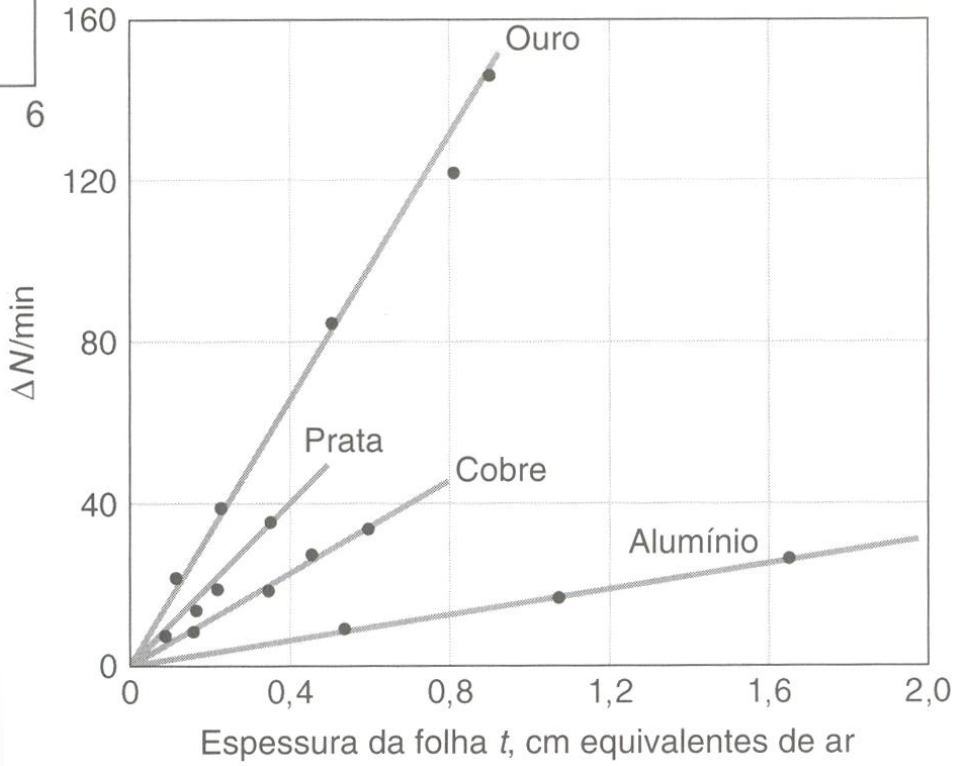
Os pontos, cheios e vazios, são resultados experimentais para folhas finas de dois elementos diferentes.

Fig. 4-11 Número de partículas α espalhadas por unidade de área em função do ângulo de espalhamento θ. A curva é proporcional à função $\text{sen}^{-4}(\theta/2)$; os pontos experimentais foram obtidos por Geiger e Marsden usando partículas α de 7,7 MeV. [*Fonte: R. D. Evans*, The Atomic Nucleus, *McGraw-Hill, New York, 1955.*]



Resultados publicados em 1913 por Geiger e Marsden no *Philosophycal Magazine* (6), 25, 604.

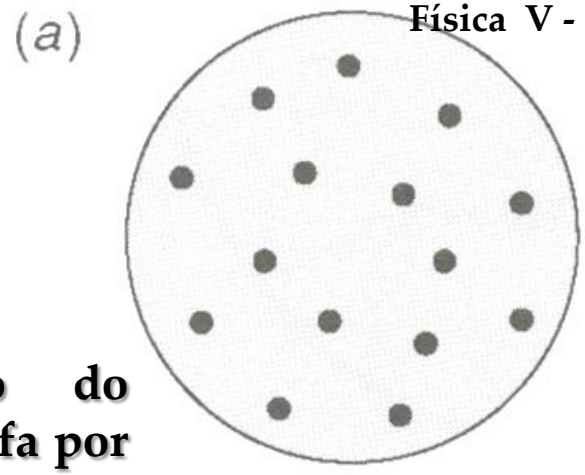
Abaixo: contagem por minuto versus a espessura da folha



Acima: Em escala log: contagem (em algum intervalo de tempo) versus o inverso de sen⁴(θ/2) equivalente ao gráfico anterior

Figura do Tipler & Llewellyn

Figura do Tipler & Llewellyn



Resultado do cálculo do espalhamento de uma alfa por um átomo de Thomson: desvio máximo: θ ~ 1º (veja o cálculo no livro de Eisberg-Renick).

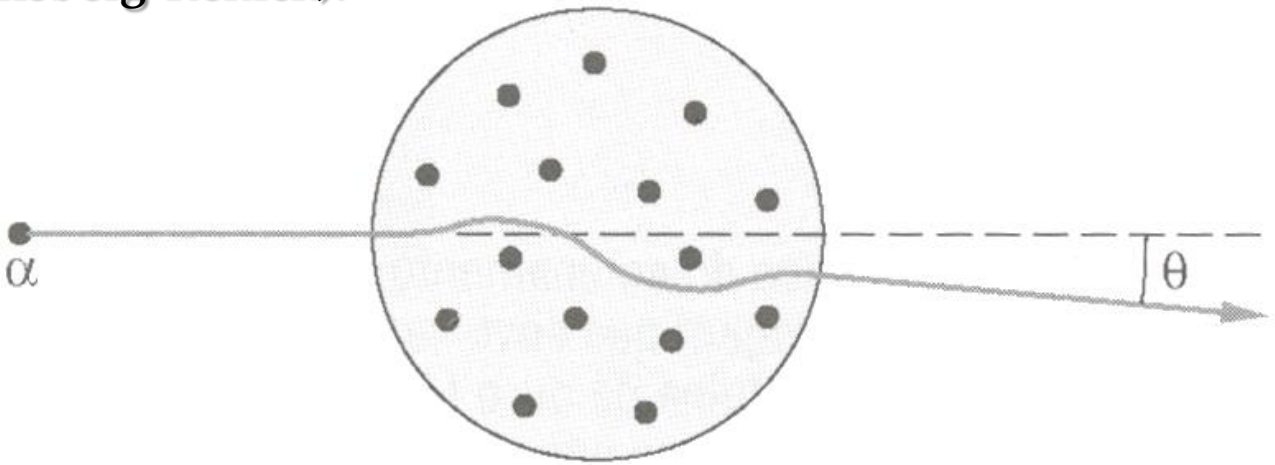
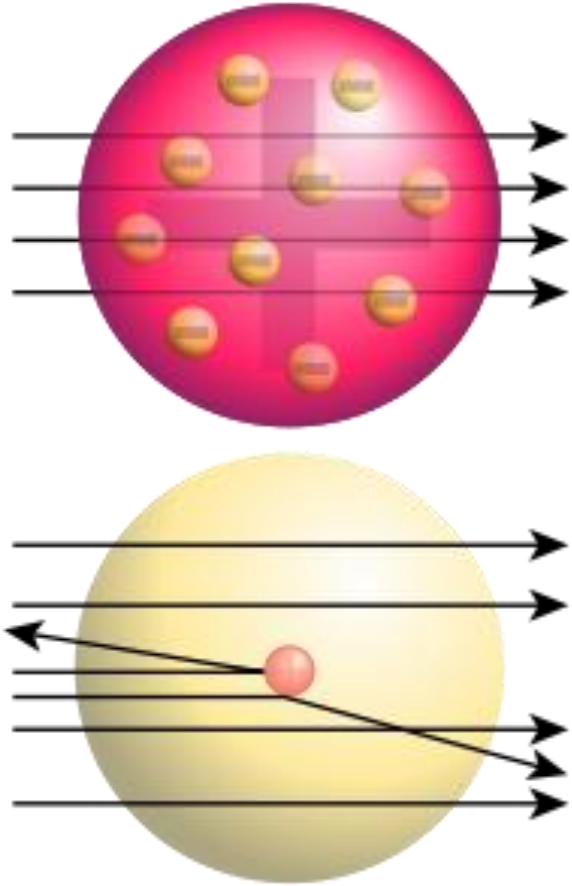


Fig. 4-3 O modelo de Thomson para o átomo. (*a*) Uma esfera de carga positiva com elétrons embebidos; a carga total é nula. O átomo que aparece na figura seria do elemento alumínio. (*b*) O desvio sofrido por uma partícula α ao se chocar com um átomo do tipo imaginado por Thomson seria muito menor que 1°.

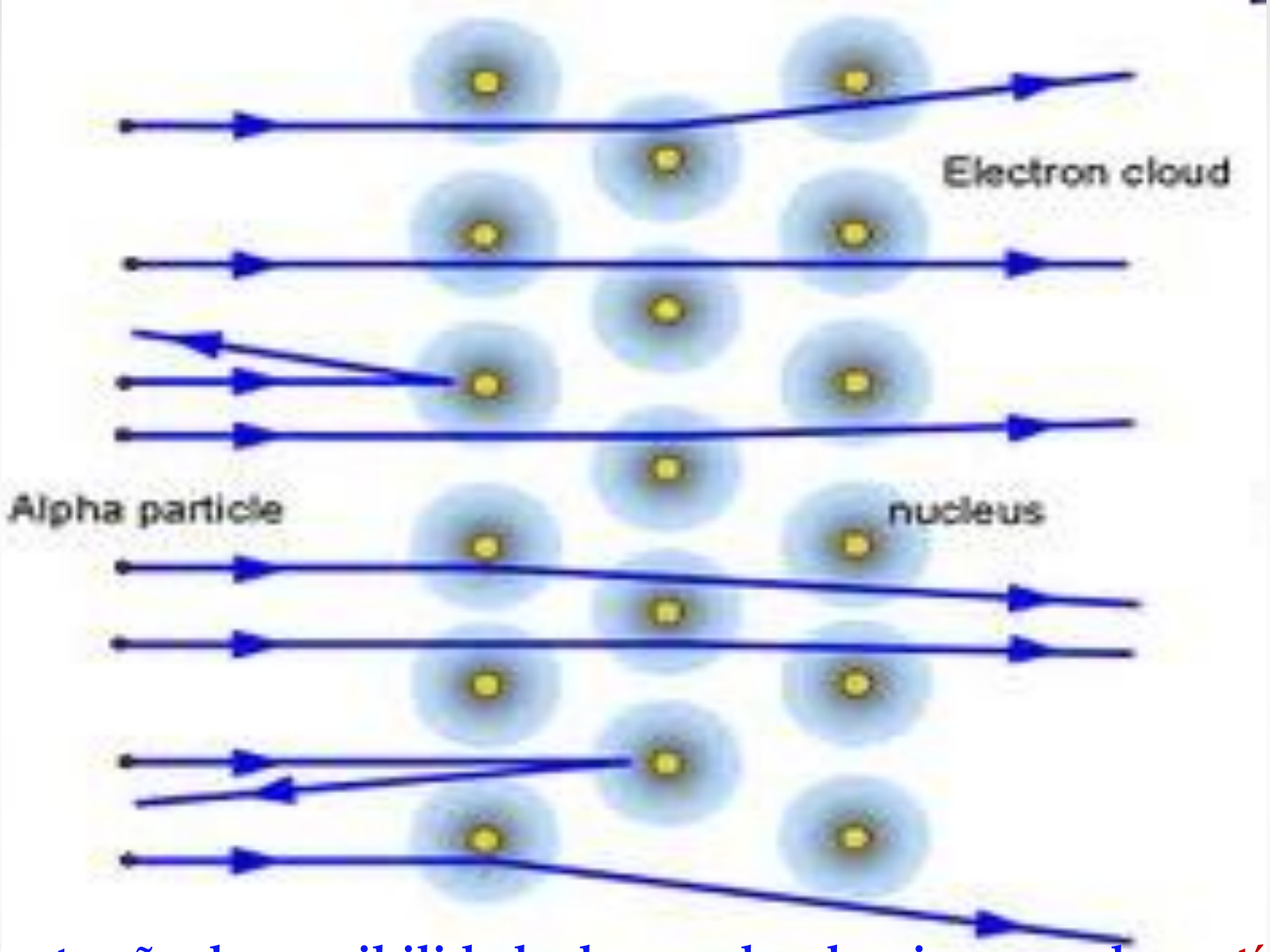
"Foi praticamente o acontecimento mais inacreditável que aconteceu em minha vida. Era tão inacreditável como se você atirasse um projétil de 15 polegadas sobre um pedaço de papel de seda e ele voltasse e o atingisse" ***Rutherford.***

http://cienciahoje.uol.com.br/revista-ch/2011/278/pdf_aberto/nucleoatomico278.pdf/at_download/file

Esquema das partículas alfa (flechas) colidindo (idéia clássica) com um "átomo de Thomson" e com um "átomo de Rutherford"



Só um átomo com núcleo de dimensçao muito menor do que o átomo, que carregue todas as cargas +Ze pode ter o efeito repulsivo importante para "jogar" a partícula alfa com carga +2e tão para trás.



Uma ilustração da possibilidade de grandes desvios quando partículas alfa (flechas azuis) de carga +2e **interagem,** cada uma com um único núcleo atômico de carga +Ze (pontos amarelos), por repulsão coulombiana. A interação atrativa com os elétrons ("nuvem" azul) é desprezível comparada com a do núcleo, pela distribuição deles.

Hipóteses sobre o processo de espalhamento

1. **Cada "partícula" do feixe vai interagir com um único "alvo" da folha!** Isto é possível dado que a matéria tem muitos espaços vazios, e os alvos são os átomos. Mas é preciso também que a folha seja fina.

2. **Se for possível determinar quantas partículas do feixe são espalhadas por um átomo, o número total das partículas que entram no detector seria proporcional ao número de átomos espalhadores. Para isto é preciso que a distribuição de "alvos" seja homogênea, ou seja, as folha devem ser homogêneas além de finos.**

Conceituação: espalhamento elástico, ângulo de espalhamento (θ) e parâmetro de impacto (b) e grandezas que se conservam

Mecânica I

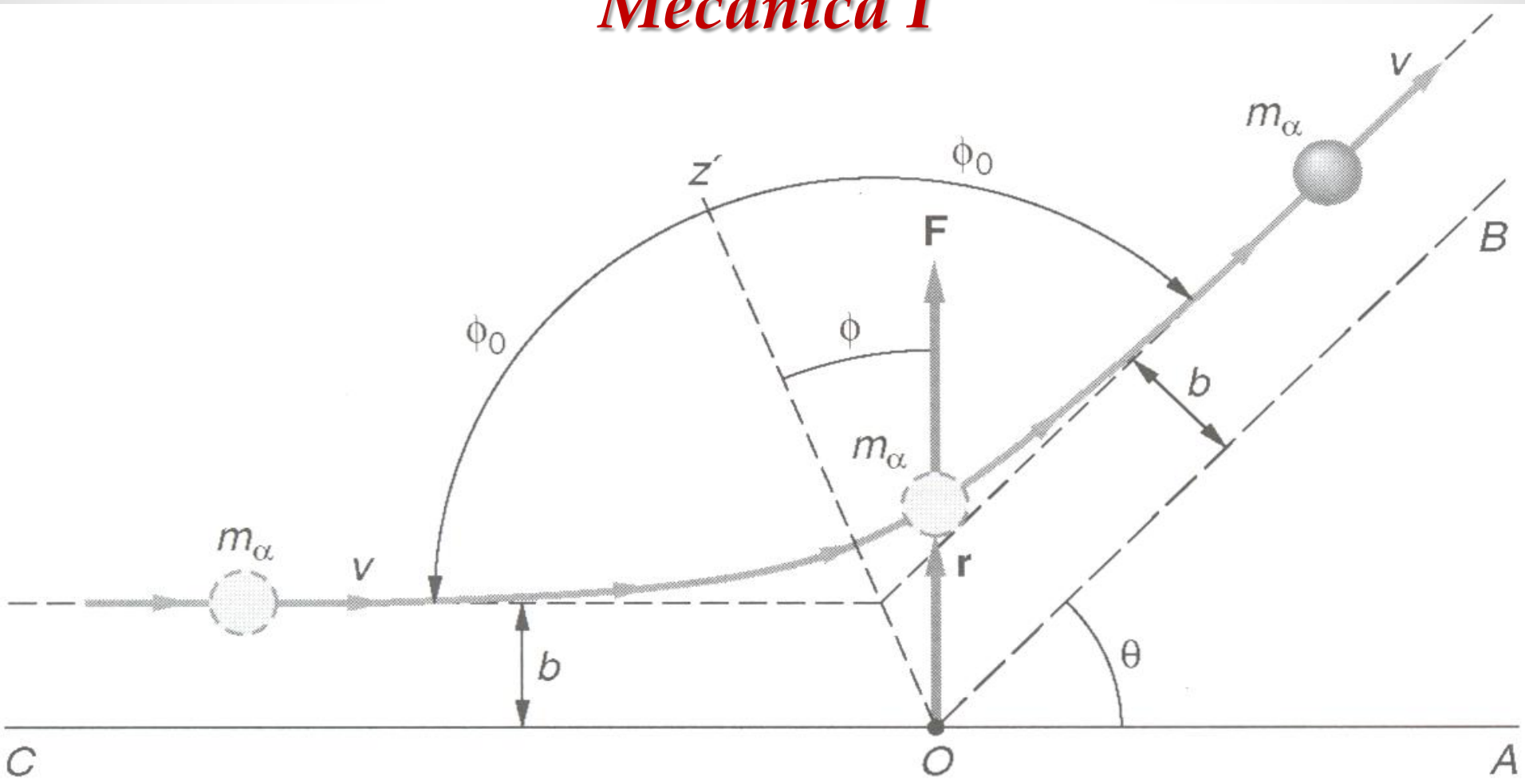


Figura do Tipler & Llewellyn

Alguns conceitos

1. **Espalhamento elástico: a energia do sistema se conserva antes e depois do movimento**. Assim o espalhamento elástico só ocorre com interações conservativas. Como antes da interação a única energia é a cinética da partícula do feixe, depois da interação é a energia cinética da partícula espalhada**. O que é uma aproximação para o caso de carga aceleradas na interação com outra carga!**

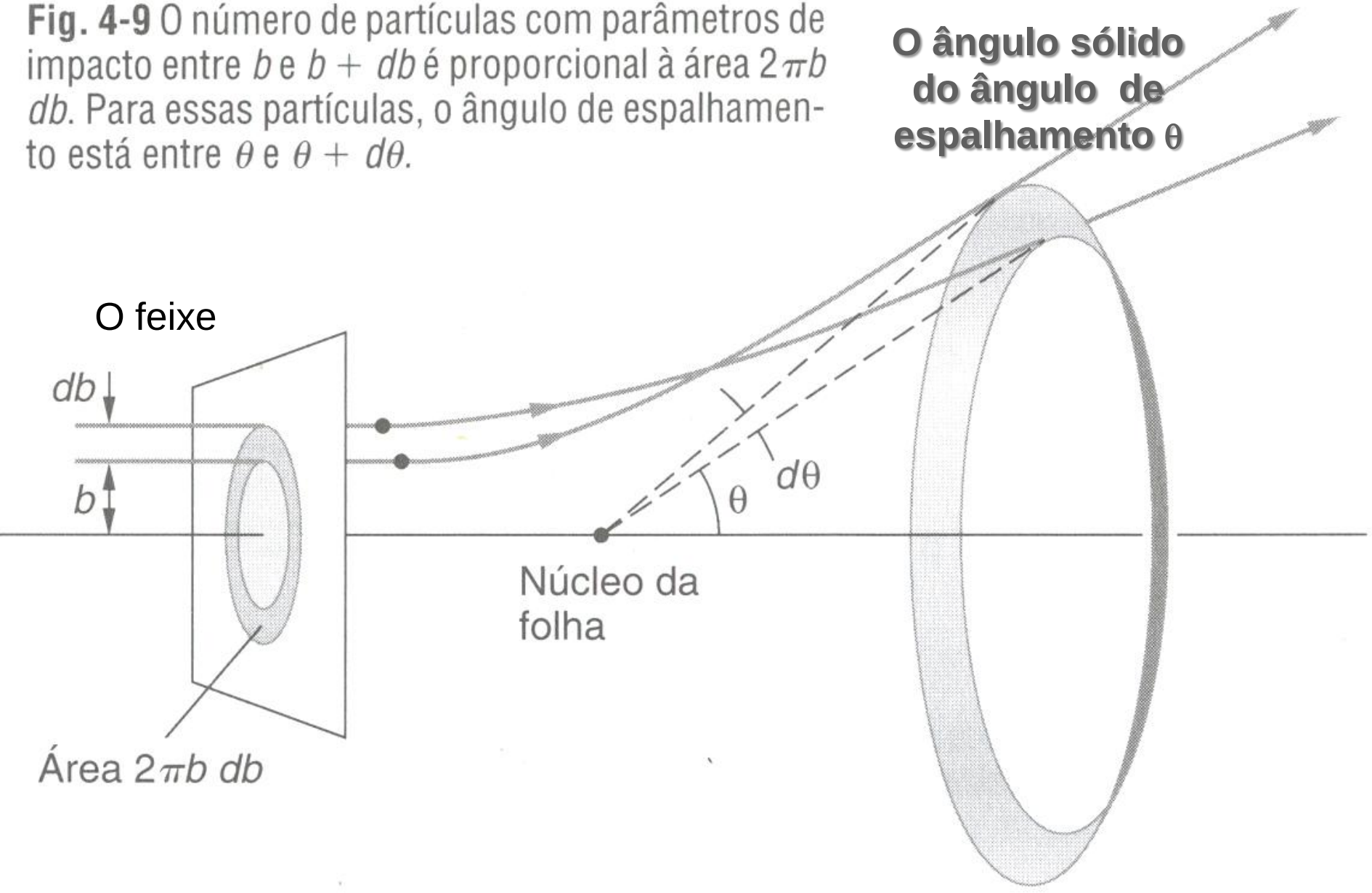
2. **O ângulo de espalhamento** θ é o ângulo da direção do movimento da partícula incidente com a direção que ela saiu depois da interação. **Pode variar de zero (não espalhamento) a 180 graus (colisão frontal).**

3. **O parâmetro de impacto b** é **a distância da linha que passa pela partícula incidente, na direção da sua velocidade incidente antes da interação com o alvo, com a linha paralela à esta que passa pela partícula que a espalhará (alvo). *Relacionada com o momento angular do movimento relativo.***

4. Há uma **relação biunívoca** entre o **parâmetro de impacto e o ângulo de espalhamento**: **menor parâmetro de impacto, maior o ângulo de espalhamento no caso de espalhamento repulsivo.**

5. Se além de conservativa **a interação for central, ou seja, dependente apenas da distância entre as duas partículas que interagem, e na linha que os une, o momento angular do movimento relativo também é uma constante no movimento.**

Fig. 4-9 O número de partículas com parâmetros de impacto entre b e $b + db$ é proporcional à área $2\pi b\, db$. Para essas partículas, o ângulo de espalhamento está entre θ e $\theta + d\theta$.



O número de partículas espalhadas no ângulo de espalhamento θ (dentro de $d\theta$) na unidade de tempo

1. **É proporcional ao número de partículas incidentes do feixe na unidade de tempo.**
2. **É proporcional ao ângulo sólido a um certo ângulo de espalhamento** θ *dentro de* $d\theta$.

Questão: Como saber o efeito da interação entre as partículas do feixe e os constituintes da folha que causou o espalhamento - independente das condições específicas do feixe, do detector?!

Resposta: Definindo a seção de choque diferencial para o espalhamento elástico.

Secção de choque diferencial

- **Definição: número de partículas espalhadas elasticamente no ângulo de espalhamento θ (entre θ e θ + dθ)por um único núcleo espalhador (dN^{1N}), por fluxo de partículas incidentes I_o, na unidade de tempo dt e por ângulo sólido dΩ:**

$$\frac{d\sigma(\theta,\text{int})}{d\Omega} \equiv \sigma(\theta,\text{int}) = \frac{dN^{1N}(\theta,\text{int})}{dtI_o d\Omega}$$

I_o é o **fluxo de partículas incidentes**:

$$I_0 = \frac{dN_{inc}}{dA_{feixe}\,dt}$$

dΩ é o ângulo sólido total no ângulo de espalhamento θ

$$d\Omega = \frac{dA}{r^2} = 2\pi sen\theta d\theta$$

Faça uma análise dimensional na expressão e observe que a seção de choque diferencial tem unidade de área – daí o nome.

A secção de choque diferencial para espalhamento elástico com qualquer interação

$$\frac{dN_{inc}(b)}{dt} = \frac{dN^{1N}(\theta)}{dt} = I_o 2\pi b db$$

$$\frac{d\sigma(\theta,\text{int})}{d\Omega} = \frac{I_0 2\pi b db}{I_0 d\Omega} = \pm\frac{2\pi b db}{2\pi sen\theta d\theta} = \frac{b}{sen\theta}\left|\frac{db}{d\theta}\right|$$

Observe que a dinâmica da interação vai definir a relação entre o parâmetro de impacto (que não se consegue observar) e o ângulo de espalhamento que se observa ao colocar lá um detector

Resultados da mecânica clássica para a interação coulombiana repulsiva: a seção de choque de Rutherford (Ref. Classical Dynamics – Marion)

A **energia potencial de interação coulombiana repulsiva** é dada por:

$$U(r) = +\frac{Z_1 e Z_2 e}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

É possível mostrar na teoria newtoniana (veja Marion, Classical Mechanics) que:

a) **Para b=0 é uma linha reta. Corresponde ao momento angular nulo.**

b) **A trajetória do movimento relativo é uma hipérbole para b≠0 com foco no núcleo espalhador. Correspondem a momentos angulares diferentes de zero.**

c)A relação entre o parâmetro de impacto b e o ângulo de espalhamento θ é dada por:

$$b(\theta) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{2E_{inc}}\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{sen\frac{\theta}{2}}$$

Resultados da mecânica clássica no caso de interação coulombiana repulsiva: a seção de choque de Rutherford

Assim:

$$\frac{db}{d\theta} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{2E_{inc}} \frac{1}{2} \frac{(-sen^2\frac{\theta}{2} - \cos^2\frac{\theta}{2})}{sen^2\frac{\theta}{2}}$$

E então a **seção de choque diferencial** para o espalhamento elástico por interação coulombiana repulsiva, **chamado de espalhamento de Rutherford** tem a seguinte expressão (calcule!):

$$\frac{d\sigma_{Ruth}(\theta)}{d\Omega} = -\frac{1}{2sen\theta}\left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_o 2E_{inc}}\right)^2 \frac{\cos\frac{\theta}{2}}{sen^3\frac{\theta}{2}} = \frac{1}{16}\left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 E_{inc}}\right)^2 \frac{1}{sen^4\frac{\theta}{2}}$$

Foi usada a relação trigonométrica:

$$sen\theta = 2sen\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$$

A seção de choque de Rutherford

A **seção de choque de Rutherford** é o resultado para **o espalhamento elástico por interação coulombiana repulsiva.**

O resultado para o cálculo da Mecânica Quântica coincide com o resultado da Mecânica Clássica:

$$\frac{d\sigma_{Ruth}(\theta)}{d\Omega} = \frac{1}{16}\left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 E_{inc}}\right)^2 \frac{1}{sen^4\frac{\theta}{2}}$$

A Secção de choque diferencial e o número de partículas do detector

- **O número de partículas espalhadas por N_N núcleos:**

$$\frac{dN^{N}(\theta,\text{int})}{dtI_o d\Omega} = N_N \frac{d\sigma(\theta,\text{int})}{d\Omega}$$

I_o é o fluxo de partículas do feixe:

$$I_0 = \frac{dN_{inc}}{dA_{feixe}dt}$$

$d\Omega$ é o ângulo sólido no qual entraram as partículas detectadas, portanto **do detector**:

$$d\Omega_{\text{det}} = \frac{dA_{\text{det}}}{d^2_{alvo\,\text{det.}}}$$