



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

## **PQI 3301 – FENÔMENOS DE TRANSPORTE II**

### **APOSTILA ⑦ – Transferência de Calor por Convecção: Escoamento Externo e Interno**

**Prof. José Luís de Paiva**

**Prof. Jorge A. W. Gut**

**Versão 2022**

#### **Conteúdo**

1. ESCOAMENTO EXTERNO .....	2
1.1 Correlações para placa plana .....	3
1.2 Correlações para cilindros .....	3
1.3 Correlações para esferas .....	10
2. ESCOAMENTO INTERNO.....	11
2.1 Conceitos básicos .....	11
2.2 Perfil de temperaturas .....	14
2.3 Correlações para tubos de seção circular .....	16
2.4 Correlações para tubos de seção não-circular .....	18
3. Exercícios.....	20
4. SÍMBOLOS.....	24
5. BIBLIOGRAFIA.....	25

Produção 2013: Caio Luca Joppert, bolsista do Programa de Estímulo ao Ensino de Graduação (PEEG) da Pró-Reitoria de Graduação da USP.

Revisão 2015: Yuri Nascimento Nariyoshi, bolsista do Programa de Aperfeiçoamento de Ensino (PAE) da CAPES.

## 1. ESCOAMENTO EXTERNO

Escoamento externo: quando há formação livre da camada limite, sem restrições impostas por superfícies adjacentes. Há sempre uma região interna e externa à camada limite, sendo que nesta última os gradientes de temperatura ou de velocidades são desprezíveis.

Como previsto pela analogia de Colburn, o coeficiente de troca térmica por convecção pode ser estimado localmente a partir de uma equação com a seguinte forma:

$$Nu_x = C \cdot Re_x^m \cdot Pr^n$$

Onde os coeficientes  $C$ ,  $m$  e  $n$  irão variar de acordo com a geometria da superfície, com o tipo de escoamento, entre outros aspectos que influenciam o coeficiente de atrito e podem ser determinados correlacionando pontos experimentais devidamente tratados. Na maioria dos casos, a temperatura do fluido influi de maneira considerável nos valores das propriedades de transporte, sendo válido admitir uma temperatura média para se tomar o valor destas propriedades. Usualmente, tem-se duas situações:

- A temperatura do fluido é a média entre a temperatura da superfície e a temperatura do “bulk” do fluido. Esta temperatura é denominada temperatura do filme ( $T_f$ ):

$$T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2}$$

- A temperatura do fluido é a da corrente livre (fora da camada limite) e multiplica-se a equação do número de Nusselt por um parâmetro de correção das propriedades de transporte. Muito comumente, utilizam-se relações entre as viscosidades do fluido na temperatura da parede e na temperatura do “bulk” do fluido elevadas a uma potência  $p$ . Uma correção semelhante pode ser feita usando o número de Prandtl.

$$\left(\frac{\mu_\infty}{\mu_s}\right)^p \text{ ou } \left(\frac{Pr_\infty}{Pr_s}\right)^p$$

A seguir, apresentam-se as correlações mais utilizadas para três geometrias: placa plana, cilindro longo e esfera. Em todos os casos, o número de Nusselt médio toma uma dimensão característica da geometria para seu cálculo: o comprimento  $L$  para placas planas e o diâmetro  $D$  para cilindros e esferas. Esta dimensão é sempre indicada no índice do número de Nusselt médio, o mesmo se aplicando ao número de Reynolds.

## 1.1 Correlações para placa plana

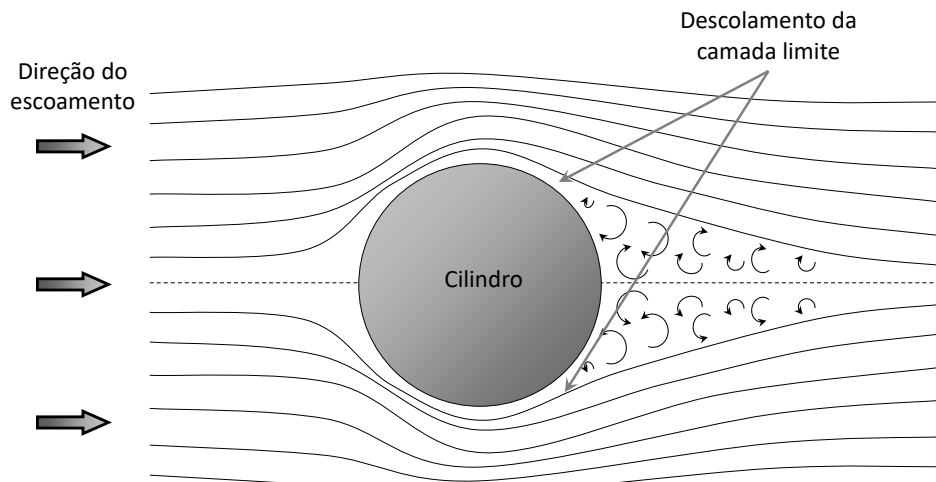
Para uma placa plana com escoamento paralelo à placa, sem efeito de borda e com temperatura da placa constante, já foram demonstradas as correlações utilizadas na Apostila VI. A **Tabela 1** resume estas correlações para condição de fluxo térmico constante na superfície da placa:

**Tabela 1:** Correlações para placa plana.

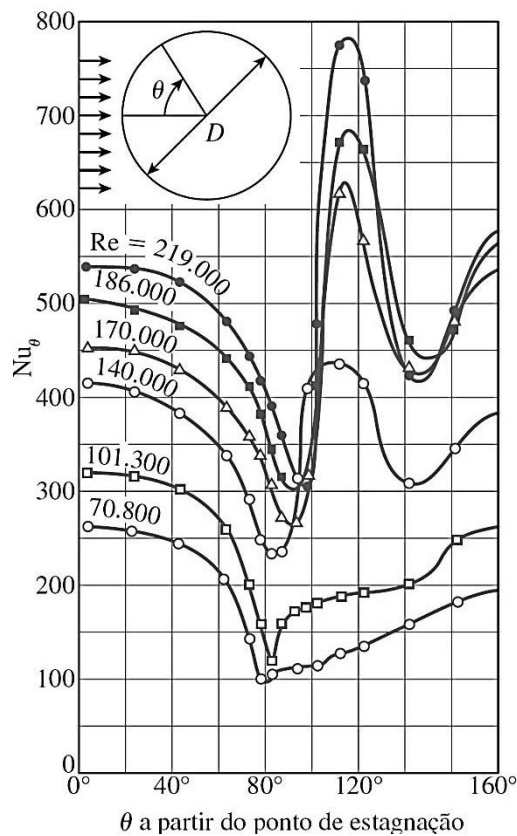
# Correlação	Tipo	Condições	Faixa de validade
(1) $Nu_x = 0,332 \cdot Re^{1/2} \cdot Pr^{1/3}$	Local	Regime Laminar Propriedades a $T_f$ Temperatura da parede cte.	$Re_x < 5 \cdot 10^5$ $0,6 < Pr < 50$
(2) $Nu_x = 0,453 \cdot Re^{1/2} \cdot Pr^{1/3}$	Local	Regime Laminar Propriedades a $T_f$ Fluxo de calor na parede cte.	$Re_x < 5 \cdot 10^5$ $Pr > 0,6$
(3) $Nu_L = 0,664 \cdot Re^{1/2} \cdot Pr^{1/3}$	Médio	Regime Laminar Propriedades a $T_f$ Temperatura da parede cte.	$Re_x < 5 \cdot 10^5$ $0,6 < Pr < 50$
(4) $Nu_L = 0,680 \cdot Re^{1/2} \cdot Pr^{1/3}$	Médio	Regime Laminar Propriedades a $T_f$ Fluxo de calor na parede cte.	$Re_L < 5 \cdot 10^5$ $Pr > 0,6$
(5) $Nu_x = 0,0296 \cdot Re^{4/5} \cdot Pr^{1/3}$	Local	Regime Turbulento Propriedades a $T_f$ Temperatura da parede cte.	$Re_x < 10^8$ $0,6 < Pr < 60$
(6) $Nu_x = 0,0308 \cdot Re^{4/5} \cdot Pr^{1/3}$	Local	Regime Turbulento Propriedades a $T_f$ Fluxo de calor na parede cte.	$Re_x < 10^8$ $0,6 < Pr < 60$
(7) $Nu_L = (0,037 \cdot Re^{4/5} - 871) \cdot Pr^{1/3}$	Médio	Regime Misto Propriedades a $T_f$ Temperatura da parede cte.	$5 \cdot 10^5 < Re_L < 10^8$ $0,6 < Pr < 60$

## 1.2 Correlações para cilindros

Para o escoamento sobre cilindros, estuda-se a situação do fluido com velocidade na direção perpendicular ao eixo do cilindro. Como abordado em *Fenômenos de Transporte I*, dependendo da velocidade tem-se o descolamento da camada limite devido à presença de um gradiente de pressão desfavorável à partir de uma certa posição angular (que depende do número de Reynolds), resultando na formação de vórtices, como mostrado na **Figura 1**. Valores de  $h$  em função da posição angular e do número de Reynolds são apresentados na **Figura 2**.

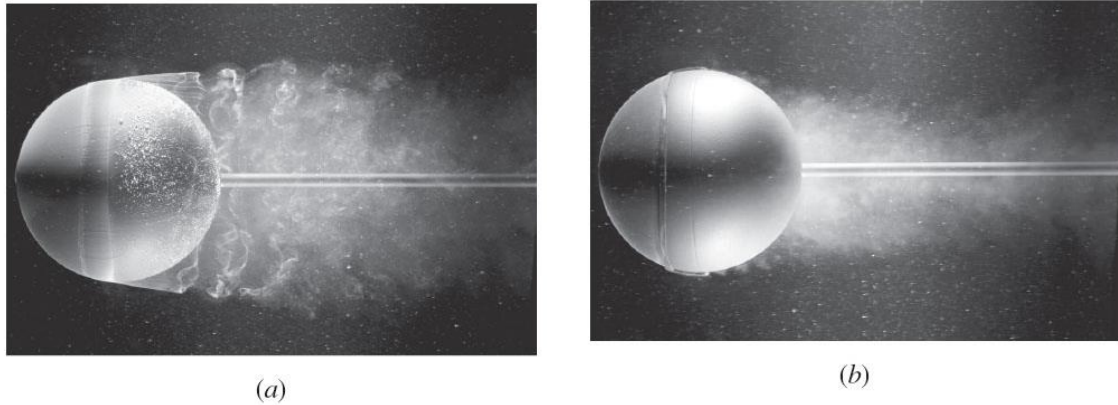


**Figura 1:** Escoamento paralelo a um cilindro, com descolamento da camada limite. (Adaptado de Gut & Song, 2003)



**Figura 2:** Número de Nusselt local para o escoamento cruzado de um cilindro. (Fonte: ÇENGEL & GHAJAR, 4ª edição)

Como visto na **Figura 2**, o número de Reynolds tem efeito determinante na posição angular onde ocorre o descolamento. A **Figura 3** também deixa claro este fenômeno, pois na parte indicada com a letra (a), o número de Reynolds é menor do que na indicada com a letra (b).



(a) (b)  
**Figura 3:** Efeito da turbulência no descolamento da camada limite.  
 (Fonte: ÇENGEL & GHAJAR, 4ª edição)

Para ter um valor médio do coeficiente de película do escoamento sobre cilindros, novamente, é necessário tomar um valor médio do Número de Nusselt. Neste caso, a integração é feita pelo  $h$  em cada posição angular  $\theta$ .

### Escoamento sobre um único cilindro

Para o escoamento cruzado sobre um único cilindro, há basicamente três correlações que são mais utilizadas: a de Hilpert, a de Zukauskas e a de Churchill & Bernstein.

- **Correlação de Hilpert:** é uma correlação bastante simples e bastante utilizada para  $Pr > 0,7$ . Ajusta os coeficientes  $C$  e  $m$  de acordo como o número de Reynolds (**Tabela 2**), tomando as propriedades na temperatura do Filme  $T_f$ :

$$T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2}$$

$$Nu_D = C \cdot Re_D^m \cdot Pr^{1/3}$$

**Tabela 2:** Coeficientes  $C$  e  $m$  para a correlação de Hilpert.

Faixa de $Re_D$	$C$	$m$
0,4 a 4	0,989	0,330
4 a 40	0,911	0,385
40 a 4.000	0,683	0,466
4.000 a 40.000	0,193	0,618
40.000 a 400.000	0,027	0,805

(Fonte: Incropera, 6ª edição)

- Correlação de Zhukauskas: é mais específica quanto ao valor de  $Pr$ , ajustando o coeficiente  $n$  de acordo com faixas do valor deste adimensional. Também ajusta os coeficientes  $C$  e  $m$  de acordo como o número de Reynolds (**Tabela 2**), mas utiliza o fator correção do número de Prandtl com  $p = 0,25$ :

$$Nu_D = C \cdot Re_D^m \cdot Pr^n \cdot \left(\frac{Pr}{Pr_s}\right)^{0,25}$$

**Tabela 3:** Coeficientes  $C$ ,  $m$  e  $n$  para a correlação de Zakauskas.

Faixa de $Re_D$	C	m	Faixa de $Pr$	n
1 a 40	0,75	0,4	0,7 a 10	0,37
40 a 1.000	0,51	0,5		
1.000 a 2.10 <sup>5</sup>	0,26	0,6	10 a 500	0,36
2.10 <sup>5</sup> a 10 <sup>6</sup>	0,076	0,7		

(Fonte: Incropera, 6ª edição)

- Correlação de Churchill & Bernstein: é uma correlação com ampla faixa de validade de números de Reynolds e de Prandtl  $m$ . Ela é válida para  $Pe_D > 0,2$ , tomando-se a temperatura do filme  $T_f$ :

$$Nu_D = 0,3 + \frac{0,62 \cdot Re_D^{1/2} \cdot Pr^{1/3}}{[1 + (0,4/Pr)^{2/3}]^{1/4}} \cdot \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$$

### Escoamento sobre um banco de tubos

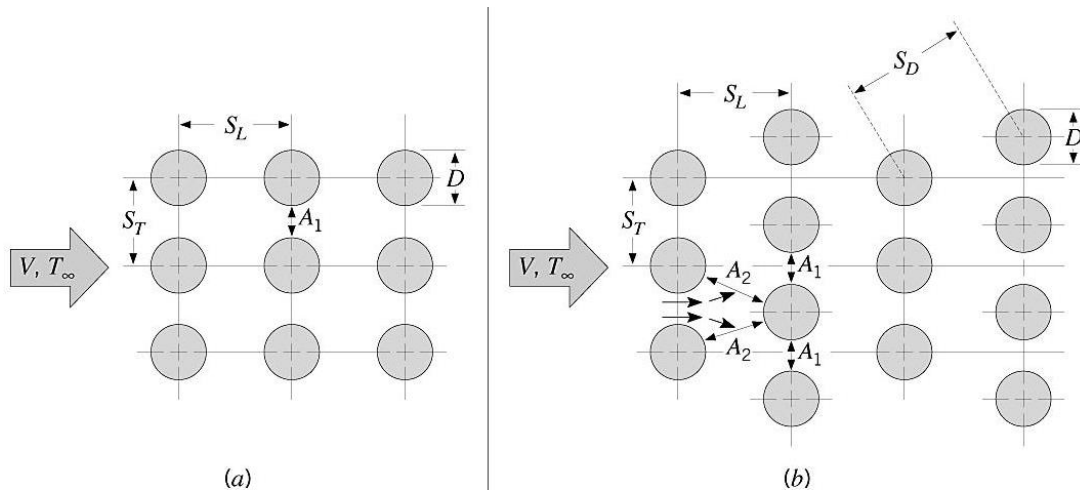
O estudo da transferência de calor sobre banco de tubos é extremamente importante, pois tem aplicação direta no estudo do coeficiente de película de trocadores de calor. Existem basicamente dois arranjos a serem estudados no banco de tubos: o arranjo alinhado ou quadrado e o arranjo alternado ou triangular (**Figura 4**).

Definem-se para ambos os arranjos:

- Diâmetros dos Tubos ( $D$ );
- Número de colunas de tubos ( $N_C$ );
- Distância vertical entre os centros de fileiras adjacentes (passo vertical) ( $S_T$ );
- Distância horizontal entre os centros de duas fileiras adjacentes (passo horizontal) ( $S_L$ );

A partir destas distâncias, calcula-se:

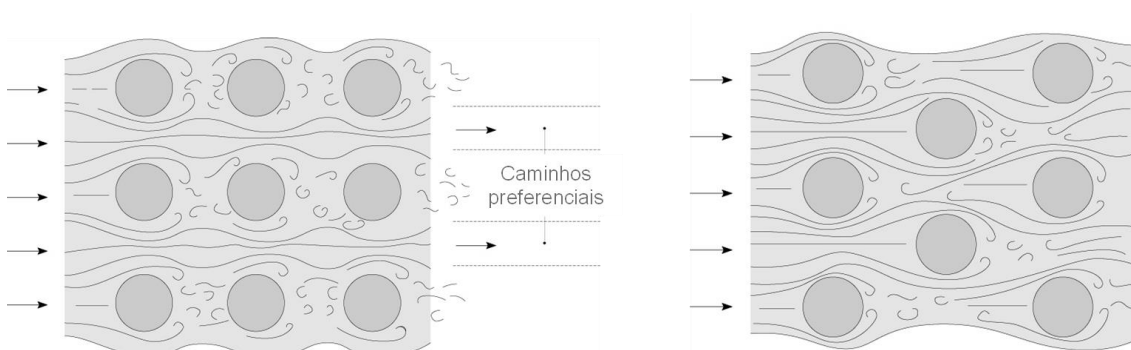
- Distância entre os centros de dois tubos de fileiras adjacentes ( $S_D$ );
- Distância vertical entre as superfícies externas dos dois tubos ( $A_1$ )
- Espaçamento entre dois tubos adjacentes ( $A_2$ )



**Figura 4:** Arranjos alinhado/quadrado (a) e alternado/triangular (b).  
(Fonte: Incropera, 6ª edição)

Repare que, no arranjo quadrado,  $S_D = S_L$ ,  $A_1 = S_T - D$  e  $A_2 = S_L - D$ ; já no arranjo triangular,  $A_1 = S_T - D$ ,  $S_D = \sqrt{S_L^2 + (D/2 + A_1/2)^2} = \sqrt{S_L^2 + S_T^2/4}$ ;  $A_2 = S_D - D$ .

Para 10 ou mais colunas de tubos, a correlação de Grimison modificada expressa a transferência *global* (de todos os tubos) de calor por convecção. Os parâmetros  $C$  e  $m$  dependem do arranjo dos tubos. O número de Reynolds é calculado com a velocidade máxima que o fluido tem, que varia de acordo com o arranjo (**Figura 5**).



**Figura 5:** Escoamento nos arranjos de bancos de tubos no arranjo quadrado (esq.) e triangular (dir.).  
(Fonte: Incropera, 6ª edição)

Como se pode notar, no arranjo alinhado a máxima velocidade ocorre entre as linhas de tubos, pois nestas regiões se forma uma caminha preferencial (com menor perda de carga). Nesta situação, para respeitar o balanço de massa, tem-se que todo o fluido que entra entre dois cilindros deve necessariamente passar pelo espaço entre eles, ou seja:

$$v \cdot S_T = v_{max} \cdot A_1 \Rightarrow v_{max} = v \cdot \left( \frac{S_T}{S_T - D} \right)$$

No arranjo diagonal, a velocidade máxima pode ocorrer tanto entre dois tubos de uma coluna ou entre dois tubos de colunas adjacentes na diagonal (saindo parte por cima e parte por baixo). O balanço de massa fica:

$$\begin{aligned} v \cdot S_T &= v_{max} \cdot A_1 & v \cdot S_T &= v_{max} \cdot 2A_2 \\ \therefore v_{max} &= v \cdot \left( \frac{S_T}{S_T - D} \right) & \text{ou} & \\ & & \therefore v_{max} &= v \cdot \left( \frac{S_T}{2(S_D - D)} \right) \end{aligned}$$

Critério: a velocidade máxima ocorre onde há menor área de passagem (ocorre no mínimo entre  $A_1$  e  $A_2$ ).

A *Correlação de Grimison* modificada é apresentada a seguir juntamente da **Tabela 4**, onde são mostrados os coeficientes da correlação. Ela é válida para  $N_c \geq 10$ ,  $2.000 < Re_D < 40.000$  e  $Pr > 0,7$ . Para  $N_c < 10$ , um fator de correção adicionala deve ser empregado, conforme mostrado na **Tabela 5**. Se  $N_c \geq 10$ ,  $a = 1$ . As propriedades são tomadas na temperatura do filme,  $T_f$ .

$$Nu_D = 1,13 \cdot a \cdot C \cdot Re_D^m \cdot Pr^{1/3}$$

**Tabela 4:** Coeficientes para a correlação de Grimison modificada.

Arranjo alinhado								
S <sub>T</sub> /D								
S <sub>L</sub> /D	1,25		1,5		2		3	
	C	m	C	m	C	m	C	m
1,25	0,348	0,592	0,275	0,608	0,1	0,704	0,0633	0,752
1,5	0,367	0,586	0,25	0,62	0,101	0,702	0,0678	0,744
2	0,418	0,57	0,299	0,602	0,229	0,632	0,198	0,648
3	0,29	0,601	0,357	0,584	0,374	0,581	0,286	0,608
Arranjo alternado								
S <sub>T</sub> /D								
S <sub>L</sub> /D	1,25		1,5		2		3	
	C	m	C	m	C	m	C	m
0,6	-	-	-	-	-	-	0,213	0,636
0,9	-	-	-	-	0,446	0,571	0,401	0,581
1	-	-	0,497	0,558	-	-	-	-
1,125	-	-	-	-	0,478	0,565	0,519	0,56
1,25	0,518	0,556	0,505	0,554	0,519	0,556	0,522	0,562
1,5	0,451	0,568	0,46	0,562	0,452	0,568	0,488	0,568
2	0,404	0,572	0,416	0,568	0,482	0,556	0,449	0,57
3	0,31	0,592	0,356	0,58	0,44	0,562	0,428	0,574

(Fonte: Incropera, 6ª edição)



**Tabela 5:** Fator de correção para correlação de Grimison com  $N_c < 10$ .

$N_c$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>Arranjo Alinhado</b>	0,64	0,8	0,87	0,9	0,92	0,94	0,96	0,98	0,99
<b>Arranjo Alternado</b>	0,68	0,75	0,83	0,89	0,92	0,95	0,97	0,98	0,99

(Fonte: Incropera, 6ª edição)

Outra correlação, mais abrangente, é a Correlação de Zhukauskas para banco de tubos. De maneira semelhante ao tubo isolado, ela também usa um fator de correção com o número de Prandtl, com  $p = 0,25$ . Ela é válida para  $N_c \geq 20$ ,  $1000 < Re_D < 2 \cdot 10^6$ ,  $0,7 < Pr < 500$ , sendo que o número de Reynolds utilizado é aquele com a velocidade máxima. Os coeficientes desta correlação são mostrados na **Tabela 6**. Para  $N_c < 20$ , novamente um fator de correção adicional deve ser empregado, conforme mostrado na **Tabela 7**. As propriedades são obtidas na temperatura do fluido média entre a entrada e saída do banco de tubos.

$$Nu_D = a \cdot C \cdot Re_D^m \cdot Pr^{0,36} \cdot \left(\frac{Pr}{Pr_s}\right)^{0,25}$$

**Tabela 6:** Coeficientes para a correlação de Zukauskas para matrizes tubulares.

<b>Arranjo alinhado</b>			
Faixa de $Re_D$	Obs.	C	m
10 a 100	-	0,8	0,4
100 a 1000	-	0,51	0,5
1000 a $2 \times 10^5$	$S_T/S_L > 0,7$	0,27	0,63
$2 \times 10^5$ a $2 \times 10^6$	-	0,021	0,84
<b>Arranjo alternado</b>			
Faixa de $Re_D$	Obs.	C	m
10 a 100	-	0,9	0,4
100 a 1000	-	0,51	0,5
1000 a $2 \times 10^5$	$S_T/S_L < 2$	$0,35 \cdot (S_T/S_L)^{0,2}$	0,60
1000 a $2 \times 10^5$	$S_T/S_L > 2$	0,4	0,60
$2 \times 10^5$ a $2 \times 10^6$	-	0,022	0,84

(Fonte: Incropera, 6ª edição)

**Tabela 7:** Fator de correção para correlação de Zhukauskas para matrizes tubulares com  $N_c < 20$ .

$N_c$	1	2	3	4	5	7	10	13	16
<b>Arranjo Alinhado</b>	0,7	0,8	0,86	0,9	0,92	0,95	0,97	0,98	0,99
<b>Arranjo Alternado</b>	0,64	0,76	0,84	0,89	0,92	0,95	0,97	0,98	0,99

(Fonte: Incropera, 6ª edição)

Finalmente, a transferência de calor na geometria do tubo, isolado ou não, pode ser estimada por meio da média logarítmica, tomando como diferenças de temperaturas a temperatura da superfície dos cilindros e as temperaturas de entrada e saída do fluido, sendo que a temperatura de saída, se desconhecida, é calculada pelo balanço de energia.

### 1.3 Correlações para esferas

O escoamento sobre esferas é muito semelhante ao de cilindros. No entanto, todas as correlações para a troca de calor sobre esferas têm uma peculiaridade em relação à de cilindros, que advém do balanço microscópico de energia:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla T - \alpha \nabla^2 T - \frac{\dot{q}_V}{\rho c_p} = 0$$

Para um caso sem o termo de produção e em regime permanente em um meio estagnado (ou  $Re \ll 1$ ) tem-se, em coordenadas esféricas:

$$\begin{aligned} \nabla^2 T = 0 &\Rightarrow \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0 \\ \therefore T(r) &= -\frac{C_1}{r} + C_2 \end{aligned}$$

Em um VC que engloba todo o fluido ao redor da esfera, tem-se as seguintes condições de contorno: em  $r = R$ ,  $T = T_S$ ; em  $r = \infty$ ,  $T = T_\infty$ . Então,  $C_1 = (T_\infty - T_S)R$  e  $C_2 = T_\infty$ .

$$T(r) = \frac{(T_S - T_\infty)}{r} \cdot R + T_\infty$$

O fluxo de calor na interface é determinado pela Lei de Fourier e pela Lei de Resfriamento de Newton:

$$\begin{aligned} q'' &= -k \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R} = \frac{k \cdot (T_S - T_\infty)}{R} = h \cdot (T_S - T_\infty) \\ \therefore \frac{h \cdot R}{k} &= 1 \Rightarrow \frac{h \cdot D}{k} = Nu_D = 2 \end{aligned}$$

Portanto, quando o escoamento do fluido é reopético ( $Re \ll 1$ ), um termo constante valendo 2 deve ser adicionado à correlação para englobar o calor que é meramente conduzido ao meio externo, enquanto o termo restante, que segue o padrão da analogia de Colburn, engloba os efeitos da convecção.

Há duas correlações utilizadas para esferas: a de Whitaker e a de Ranz e Marshall.

- Correlação de Whitaker: correlação para uma esfera fixa imersa num fluido que escoar sobre ela. Utiliza o fator de correção da viscosidade, com  $p = 0,25$  e é válida para  $0,71 < Pr < 380$ ;  $3,5 < Re_D < 76.000$  e  $1 < \mu/\mu_S < 3,2$ .

$$Nu_D = 2 + \left( 0,4 \cdot Re_D^{1/2} + 0,06 \cdot Re_D^{2/3} \right) Pr^{0,4} \left( \frac{\mu}{\mu_S} \right)^{0,25}$$

- Correlação de Ranz e Marshall: correlação para uma esfera se movendo em um meio fluido (situação chamada de “gota caindo”). Nesta correlação, as propriedades são tomadas em  $T_{\infty}$ .

$$Nu_D = 2 + 0,6 \cdot Re_D^{1/2} Pr^{1/3}$$

Esferas geralmente também são utilizadas como recheio de leitos fixos. Neste caso, a transferência de calor é definida pelo escoamento pelo escoamento nos poros do leito. Uma das inúmeras correlações para transferência de calor em leitos fixos recheados com partículas esféricas é a que se segue:

$$\varepsilon j_H = 2,06 \cdot Re_D^{0,425} Pr^{1/3} ; \quad \text{sendo } j_H = S_t \cdot Pr^{1/3} = \frac{Nu_D}{Re_D Pr^{1/3}}$$

$$Nu_D = \frac{2,06}{\varepsilon} \cdot Re_D^{0,425} Pr^{1/3}$$

Onde  $D$  é o diâmetro médio da partícula esférica, devendo ser usado para o cálculo do número de Nusselt e de Reynolds e corrigido pela esfericidade da partícula se necessário. Esta correlação é válida para o escoamento de gases em leitos recheados (válida somente para  $Pr$  próximo de 0,7) e com  $90 < Re_D < 4000$ .  $\varepsilon$  é a porosidade do leito (volume de “vazios”/volume total). A troca de calor pode ser novamente estimada usando a LMTD, e a temperatura de saída estimada por um balanço global, lembrando que, neste caso, a área onde ocorre a troca térmica é toda a área das partículas.

## 2. ESCOAMENTO INTERNO

### 2.1 Conceitos básicos

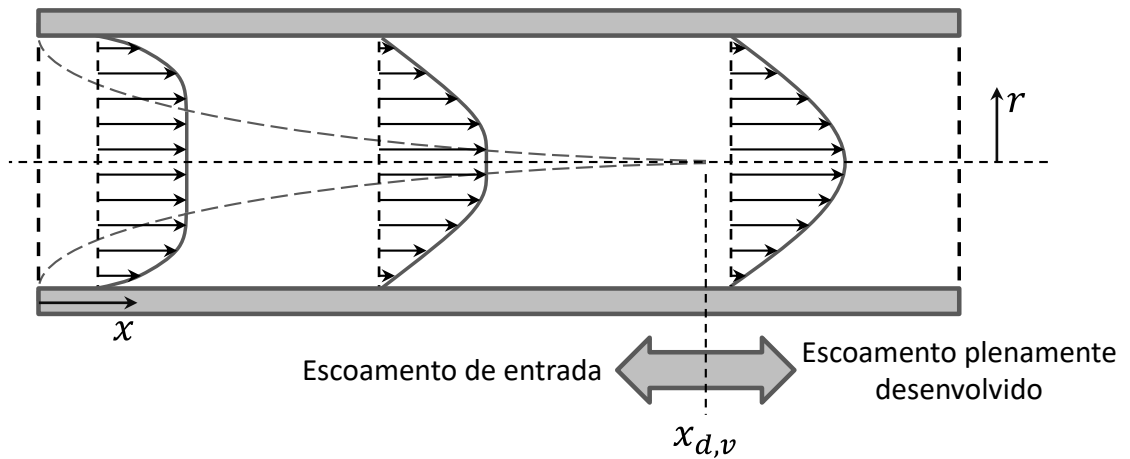
Escoamento interno: escoamento do fluido no interior de espaços confinados (dutos).

A **Figura 6** ilustra o desenvolvimento do perfil de velocidade a partir da formação da camada limite no interior do tubo. No caso do desenvolvimento do perfil de temperaturas, tem-se e relação entre o comprimento de entrada ( $x_d$ ) e o diâmetro da tubulação:

$$\frac{x_{d,v}}{D} \approx 0,05 \cdot Re_D \quad (\text{regime laminar})$$

$$10 \leq \frac{x_{d,v}}{D} \leq 60 \quad (\text{regime turbulento})$$

Onde  $Re_D$  é calculado a partir da velocidade média do fluido.

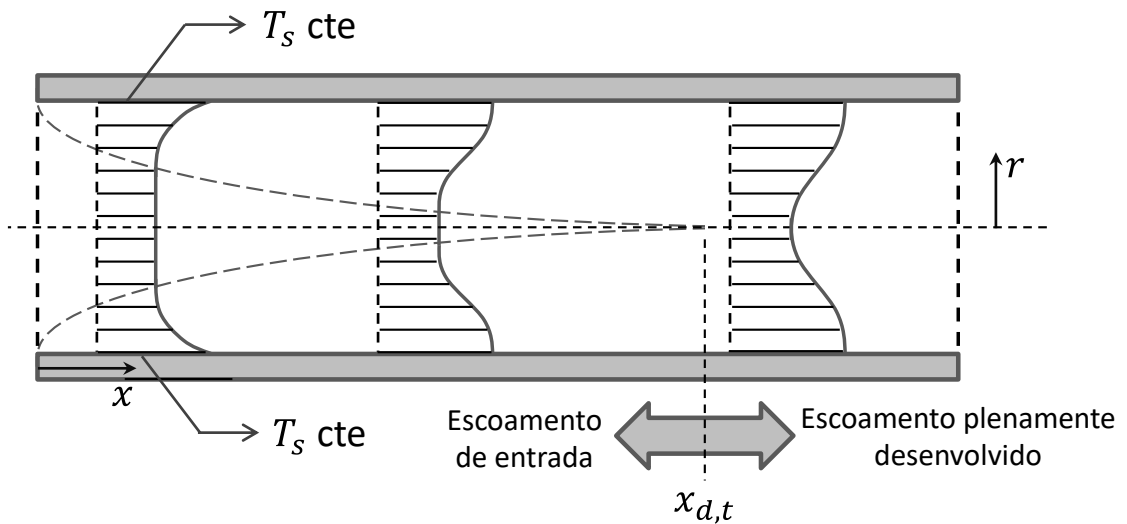


**Figura 6:** Desenvolvimento do perfil de velocidades em um tubo.

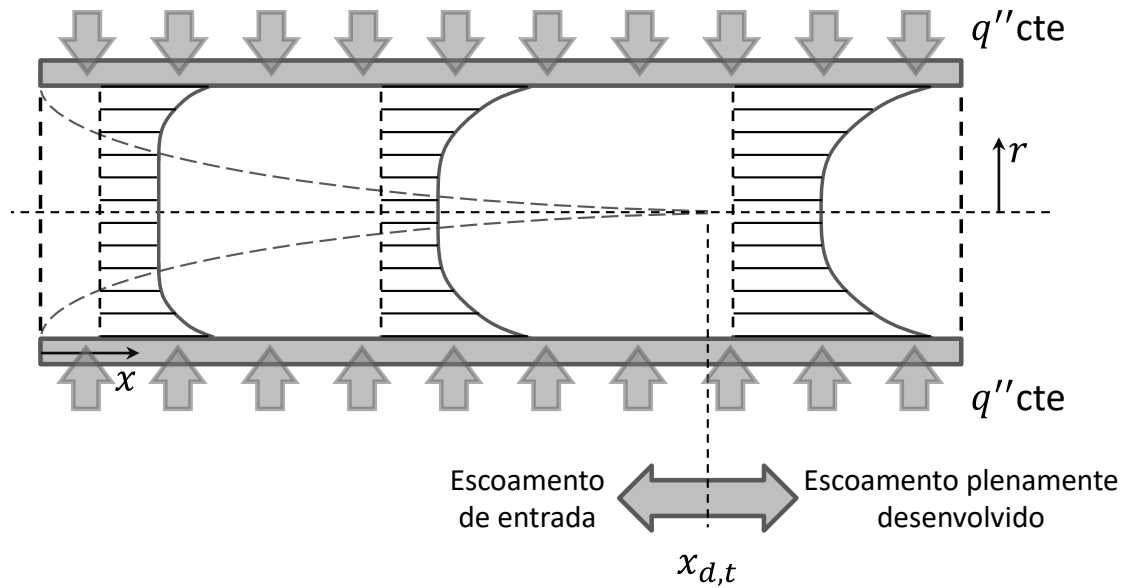
No escoamento plenamente desenvolvido e paralelo, tem-se as seguintes condições:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} = 0 \quad ; \quad f = cte \quad ; \quad \frac{dP}{dx} = cte$$

Quanto a perfil de temperaturas no escoamento interno, há duas condições de contorno na parede do tubo mais comuns: temperatura da parede constante (**Figura 7**) e fluxo de calor na parede constante (**Figura 8**).



**Figura 7:** Desenvolvimento do perfil de temperaturas para temperatura da parede constante.



**Figura 8:** Desenvolvimento do perfil de temperaturas para fluxo de calor na parede constante.

A temperatura média é expressa por  $T_B = \frac{1}{\dot{m}c_p} \cdot \int_A \rho v c_p T dA$ , variando em cada posição  $x$  do tubo, pois o perfil de temperaturas  $T(r)$  muda continuamente com a posição  $x$ . No entanto, analogamente ao desenvolvimento do escoamento de fluidos, considera-se que o escoamento está termicamente plenamente desenvolvido quando  $h$  é constante ao longo do tubo. Esta situação só é satisfeita se a diferença de temperatura adimensional é independente de  $x$ , ou seja:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{T_s(x) - T(r, x)}{T_s(x) - T_B(x)} \right) = 0$$

$$\therefore \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T_s}{\partial x} + \left( \frac{T_s - T}{T_s - T_B} \right) \cdot \left( \frac{\partial T_s}{\partial x} - \frac{\partial T_B}{\partial x} \right)$$

- Se  $T_s$  é constante,  $\partial T_s / \partial x = 0$ , então:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = - \left( \frac{T_s - T}{T_s - T_B} \right) \cdot \frac{\partial T_B}{\partial x}$$

- Se  $q_s'' = h(T_s - T_B)$  é constante,  $\partial q_s'' / \partial x = h \cdot \partial (T_s - T_B) / \partial x = 0$ , o que implica  $\partial T_s / \partial x = \partial T_B / \partial x$ , então:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T_s}{\partial x}$$

Analogamente ao escoamento de fluidos, tem-se:

$$\frac{x_{d,t}}{D} \approx 0,05 \cdot Re_D \cdot Pr \quad (\text{regime laminar})$$

$$10 \leq \frac{x_{d,t}}{D} \leq 60 \quad (\text{regime turbulento})$$

## 2.2 Perfil de temperaturas

Um balanço de energia infinitesimal para o escoamento de um fluido em um tubo de secção transversal constante de perímetro  $p$  com transferência de calor (julgando o calor específico constante com a temperatura) é expresso por:

$$dq_{conv} = \dot{m}c_p dT_B = h \cdot p \cdot dx \cdot (T_S - T_B)$$

$$\therefore \frac{dT_B}{dx} = \frac{hp}{\dot{m}c_p} (T_S - T_B)$$

- Se  $T_S$  é constante, pode-se expressar todos os termos em relação à  $\Delta T = T_S - T_B$ :

$$\int_{\Delta T_S}^{\Delta T_e} \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -\frac{p}{\dot{m}c_p} \cdot \int_0^L h \cdot dx$$

$$\ln \frac{\Delta T_S}{\Delta T_e} = -\frac{pL}{\dot{m}c_p} \cdot \frac{1}{L} \int_0^L h \cdot dx$$

Por definição, o termo com a integral é o coeficiente de transferência por convecção médio ao longo do tubo. Daí:

$$\ln \frac{\Delta T_S}{\Delta T_e} = -\frac{A_s}{\dot{m}c_p} \cdot h_L$$

Caso se tomasse o valor de  $h$  médio apenas até uma certa posição  $x$ , nota-se que a diferença  $T_S - T_B(x)$  decai exponencialmente ao longo do tubo. Ainda, tomando-se um balanço global, pode-se dizer que:

$$q_{conv} = \dot{m}c_p (T_S - T_{B,e} - T_S + T_{B,s}) = \dot{m}c_p (\Delta T_e - \Delta T_s)$$

Mas, do balanço diferencial:

$$\dot{m}c_p = -\frac{A_s}{\ln \frac{\Delta T_S}{\Delta T_e}} \cdot h_L$$

$$q_{conv} = \frac{A_s h_L (\Delta T_s - \Delta T_e)}{\ln \frac{\Delta T_s}{\Delta T_e}}$$

$$\therefore q_{conv} = h_L A_s \Delta T_{lm}$$

Recai-se na equação fundamental dos trocadores de calor. De fato, um caso em que há  $T_s$  constante é o de um trocador bitubular com o fluido externo mudando de fase. Se  $q_s''$  é constante, tem-se tomando um balanço global:

$$q_{conv} = h \cdot A_s \cdot (T_s - T_B) = q_s'' \cdot p \cdot L \Rightarrow h \cdot (T_s - T_B) = q_s''$$

Então, retomando o balanço diferencial e lembrando que  $T_B(0) = T_{B_e}$ :

$$\frac{dT_B}{dx} = \frac{q_s'' p}{\dot{m} c_p}$$

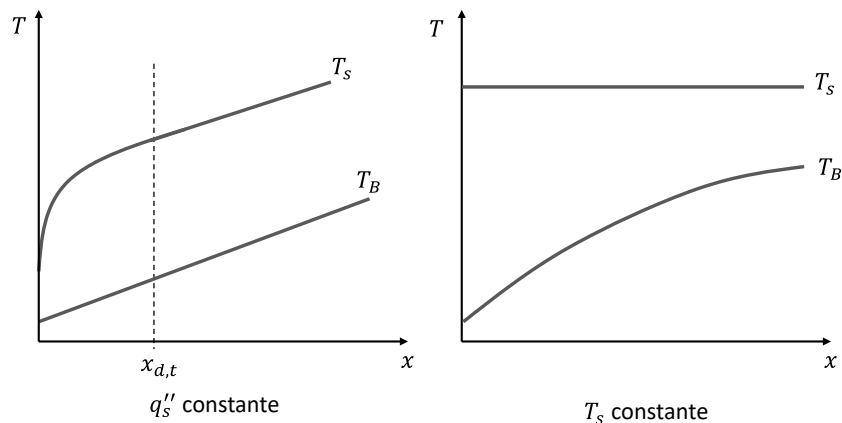
$$\therefore T_B(x) = T_{B_e} + \frac{q_s'' p}{\dot{m} c_p} x$$

Daí,

$$T_s(x) = \frac{q_s''}{h(x)} + \frac{q_s'' p}{\dot{m} c_p} x + T_{B_e}$$

Portanto, no caso de fluxo de calor constante na parede do tubo, a temperatura média é linear em relação à  $x$ ; A temperatura da parede tem uma intensa variação (pois na região de entrada,  $h$  é elevado), mas depois que se atinge a situação de plenamente desenvolvido, o  $h$  não depende mais de  $x$ , tornando o perfil de  $T_s$  também linear.

A **Figura 9** mostra o comportamento de  $T_s$  e  $T_B$  ao longo do tubo para os dois casos.



**Figura 9:** Perfil de  $T_s$  e  $T_B$  para as duas situações descritas.

## 2.3 Correlações para tubos de seção circular

No escoamento interno num tubo circular equação de balanço microscópico de energia térmica é dada por:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T - \alpha \nabla^2 T - \frac{\dot{q}_V}{\rho c_p} = 0$$

Em regime permanente e sem geração de calor, com os perfis apresentados anteriormente ( $T = T(r, x)$ ) tem-se:

$$\begin{aligned} \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T &= \alpha \nabla^2 T \\ \therefore v_x \cdot \frac{\partial T}{\partial x} &= \alpha \cdot \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right) \end{aligned}$$

A partir deste ponto, consideram-se as situações de temperatura na parede constante e fluxo de calor na parede constante. Demonstra-se que, para os perfis de velocidade e temperatura plenamente desenvolvidos na faixa de escoamento laminar:

$$Nu_D = 3,667 \quad \text{para } T_s \text{ constante}$$

$$Nu_D = 4,364 \quad \text{para } q_s'' \text{ constante}$$

No caso de os perfis não estarem desenvolvidos, os efeitos de entrada devem ser considerados. Serão considerados dois casos:

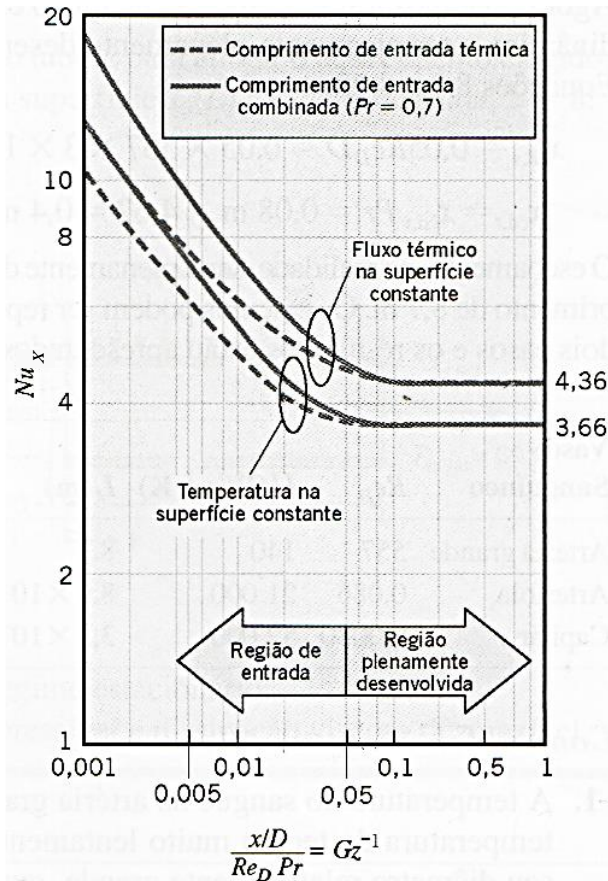
- O perfil de temperaturas só se desenvolve plenamente quando o perfil de velocidades já está desenvolvido, ou, em outras palavras, há uma *região de entrada térmica* (o perfil de velocidades se desenvolve, mas o de temperaturas não). Este caso é válido para fluidos muito viscosos (com  $Pr$  muito elevado), onde a troca de calor por convecção não é favorecida;
- Os perfis de velocidade e de temperatura se desenvolvem simultaneamente, ou seja, há uma *região de entrada combinada*, que ocorre para fluidos com baixa viscosidade ( $Pr$  baixo, geralmente em torno de 0,7).

Em ambos os casos, o parâmetro representativo é o número de Graetz:

$$Gz_x^{-1} = \frac{x\alpha}{v_B D^2} = \frac{x}{D} \cdot \frac{\alpha}{v} \cdot \frac{v}{v_B D} = \frac{x/D}{Re \cdot Pr}$$

Verifica-se que, quando  $Gz_x^{-1} \rightarrow 0$ ,  $Nu_x \rightarrow \infty$ . Pelo exposto acima, também se espera que, num valor de  $Gz_x^{-1}$  correspondente ao desenvolvimento pleno dos perfis de temperatura e de velocidades, o número de Nusselt tenda para os valores apresentados acima, para os perfis de velocidade e temperatura desenvolvidos. A **Figura 10** apresenta o comportamento do número de Nusselt local em função do número de Graetz.





**Figura 10:** Número de Nusselt local em função de Número de Graetz para escoamento laminar. (Fonte: Incropera, 6ª edição)

Correlações para valores médios do número de Nusselt para regime laminar e turbulento são apresentadas a seguir:

- **Correlação de Hausen:** válida para temperatura da parede constante, com escoamento laminar, entrada térmica ou combinada (com  $Pr > 5$ , neste último caso), ou seja, aplica-se para perfil de velocidades já desenvolvido. As propriedades são estimadas na temperatura média entre a entrada e a saída do fluido.

$$Nu_D = 3,66 + \frac{0,0668 \cdot (D/L) \cdot Re_D Pr}{1 + 0,04((D/L) \cdot Re_D Pr)^{2/3}} \quad (i)$$

- **Correlação de Sieder e Tate (I):** válida para temperatura da parede constante e escoamento laminar, com entrada combinada. Utiliza o fator de correção com viscosidades e pode ser usada em  $0,46 < Pr < 16700$  e  $0,0044 < \mu/\mu_s < 9,75$ . No caso em que o  $Nu_D$  calculado for inferior a 3,66, é recomendando usar 3,66, uma vez que este é o menor valor que fenomenologicamente esperado. As propriedades (com exceção de  $\mu_s$ ) são estimadas na temperatura média entre a entrada e a saída do fluido.

$$Nu_D = 1,86 \cdot \left(\frac{Re_D Pr}{L/D}\right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0,14} \quad (\text{ii})$$

- Correlação de Dittus-Boelter: válida para temperatura da parede constante ou fluxo térmico constante e escoamento turbulento, com entrada combinada. Pode ser usada em  $0,7 < Pr < 160$ ,  $Re_D > 10000$  e  $L/D > 10$ . Ainda, se  $T_s > T_B$ ,  $n = 0,3$ ; se  $T_s < T_B$ ,  $n = 0,4$ . Recomenda-se estimar as propriedades em  $T_B$  e utilizar esta correlação para diferenças  $|T_s - T_B|$  baixas.

$$Nu_D = 0,023 \cdot Re_D^{0,8} \cdot Pr^n \quad (\text{iii})$$

- Correlação de Sieder e Tate (II): válida para temperatura da parede constante ou fluxo térmico constante e escoamento turbulento, com entrada combinada. Pode ser usada em  $0,7 < Pr < 16700$ ,  $Re_D > 10000$  e  $L/D > 10$ . Recomenda-se estimar as propriedades em  $T_B$  (com exceção de  $\mu_s$ ) e utilizar esta correlação para diferenças  $|T_s - T_B|$  elevadas.

$$Nu_D = 0,027 \cdot Re_D^{0,8} \cdot Pr^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0,14} \quad (\text{iv})$$

- Correlação de Gnielinski: correlação mais precisa que as anteriores, válida para temperatura da parede constante ou fluxo térmico constante e escoamento turbulento, com entrada combinada. Pode ser usada em  $0,5 < Pr < 2000$  e  $3000 < Re_D < 5 \cdot 10^6$ . Recomenda-se estimar as propriedades em  $T_B$  e utilizar esta correlação para diferenças  $|T_s - T_B|$  moderadas. O fator de atrito  $f$  pode ser lido num diagrama de Moody.

$$Nu_D = \frac{(f/8)(Re_D - 1000) \cdot Pr}{1 + 12,7 \cdot (f/8)^{0,5} \cdot (Pr^{2/3} - 1)} \quad (\text{v})$$

## 2.4 Correlações para tubos de seção não-circular

Tubos de seção não-circular ou anelar têm grande aplicação na engenharia. Para estes caso, define-se um diâmetro equivalente conhecido como diâmetro hidráulico e cuja definição é dada por:

$$D_h = 4 \cdot \frac{A_t}{p_m}$$

Onde  $A_t$  é a área da seção transversal por onde escoar o fluido e  $p_m$  é o perímetro que é “molhado” pelo fluido. O diâmetro hidráulico é o valor que deve ser utilizado nos cálculos de número de Reynolds e de Nusselt. O caso mais comum é o duto de seção anelar (tubo de diâmetro menor  $d$  concêntrico a um tubo de diâmetro maior  $D$ ), cujo diâmetro hidráulico é dado por:

$$D_h = 4 \cdot \frac{A_t}{p_m} = 4 \cdot \frac{\pi/4 \cdot (D^2 - d^2)}{\pi \cdot (D + d)} = D - d$$

Outras geometrias, menos comuns, incluem tubos de seção retangular ou triangular e até o escoamento entre duas placas planas infinitas. O valor do número de Nusselt para o escoamento laminar plenamente desenvolvido com condições de contorno de temperatura de parede constante e fluxo de calor na parede constante é apresentado na **Tabela 8**. Já os valores dos números de Nusselt para escoamento laminar plenamente desenvolvido em dutos anulares são apresentados nas **Tabelas 9 e 10**. Na **Tabela 9** a condição de contorno é uma das superfícies com temperatura constante e a outra superfície isolada e na **Tabela 10**, a condição de contorno é fluxo de calor constante em ambas as superfícies. No primeiro caso, interessa apenas o fluxo de calor na superfície não adiabática, mas, no segundo caso, os números de Nusselt interno e externo ( $Nu_i$  e  $Nu_e$ ) são calculados por uma correlação que envolve o fluxo de calor em ambas as paredes ( $q_e''$  e  $q_i''$ ), dada a seguir:

$$Nu_i = \frac{a_i}{1 - (q_e''/q_i'') \cdot b_i}$$

$$Nu_e = \frac{a_e}{1 - (q_i''/q_e'') \cdot b_e}$$

**Tabela 8:** Números de Nusselt para escoamento laminar plenamente desenvolvido para várias geometrias de dutos.

Seção transversal	Relação entre os lados	$Nu_{D_h}$	
		$q_s''$ uniforme	$T_s$ uniforme
Circular	-	4,36	3,66
Retangular	1	3,61	2,98
	2	4,12	3,39
	3	4,79	3,96
	4	5,33	4,44
	8	6,49	5,60
	$\infty$ (placas paralelas)	8,23	7,54
	$\infty$ , um lado isolado	5,39	4,86
Triangular	-	3,11	2,49

(Fonte: Incropera, 6ª edição)

**Tabela 9:** Números de Nusselt para escoamento laminar plenamente desenvolvido para dutos anulares com uma parede adiabática e outra com temperatura constante.

$d/D$	$Nu_i$	$Nu_e$
0 (tubo único)	-	3,66
0,05	17,46	4,06
0,10	11,56	4,11
0,25	7,37	4,23
0,50	5,74	4,43
1 (placas paralelas)	4,86	4,86

(Fonte: Incropera, 6ª edição)

**Tabela 10:** Parâmetros para números de Nusselt para escoamento laminar plenamente desenvolvido para dutos anulares com fluxo de calor constante em ambas as paredes.

$d/D$	$a_i$	$a_e$	$b_i$	$b_e$
0 (tubo único)	-	4,364	$\infty$	0
0,05	17,81	4,792	2,18	0,0294
0,10	11,91	4,834	1,383	0,0562
0,20	8,499	4,833	0,905	0,1041
0,40	6,583	4,979	0,603	0,1823
0,60	5,912	5,099	0,473	0,2455
0,80	5,58	5,24	0,401	0,299
1 (placas paralelas)	5,385	5,385	0,346	0,346

(Fonte: Incropera, 6ª edição)

### 3. Exercícios

- 1) O teto do compartimento de um caminhão que carrega produtos congelados é constituído de uma camada de 50 mm de poliuretano ( $k = 0,026 \text{ W/m.k}$ ) colocada entre duas placas de alumínio ( $k = 180 \text{ W/m.k}$ ) de 5 mm de espessura cada uma. O teto tem dimensões de 10 m de largura e 3,5 m de comprimento e a temperatura da superfície interna é mantida a  $-10 \text{ }^\circ\text{C}$ . O movimento do caminhão relativo ao ar a  $32 \text{ }^\circ\text{C}$  faz com que o teto do caminhão experimente ventos de  $105 \text{ km/h}$  e a irradiação solar que incide nele é de  $750 \text{ W/m}^2\text{.K}$ . Pode-se supor escoamento turbulento no teto do caminhão.
  - a) Julgando que a superfície externa do teto do caminhão tem emissividades e absorvidade iguais a 0,5, determine a temperatura média da superfície externa. Qual a carga térmica imposta ao sistema de refrigeração do caminhão para manter a temperatura da superfície interna constante?
  - b) Refaça o item (a), julgando que um tratamento especial pode ser aplicado à superfície externa do teto do caminhão, fazendo com que a absorvidade caia para 0,15 e a emissividade suba para 0,8.
  - c) Refaça o item (a), desta vez julgando que não há isolamento de poliuretano.
  
- 2) O teto de um forno com dimensões de  $0,5 \text{ m} \times 0,5 \text{ m}$  experimenta uma taxa global de transferência de calor (devido à convecção interna e condução na parede) de  $40 \text{ W}$  sob condições de ar quiescente a  $17 \text{ }^\circ\text{C}$ . A temperatura interna do forno é de  $150 \text{ }^\circ\text{C}$  e a temperatura externa do teto é de  $47 \text{ }^\circ\text{C}$ . Quando ar a  $20 \text{ m/s}$  escoar sobre a superfície externa do teto do forno, qual a temperatura da superfície externa deste e qual a taxa de transferência global de calor que ele experimenta?
  
- 3) Uma chapa de aço emerge da laminação a quente de uma usina siderúrgica a uma velocidade de  $20 \text{ m/s}$  e a uma temperatura de  $1200 \text{ K}$ . A chapa tem comprimento de  $100 \text{ m}$  e espessura de  $0,003 \text{ m}$ . Sua densidade é de  $7900 \text{ kg/m}^3$  e seu calor específico de  $640 \text{ J/kg.K}$ . Considere a transferência de calor nas superfícies superior e inferior e que os

efeitos de radiação podem ser desprezados. Determine a taxa de variação da temperatura da superfície da placa com o tempo: a uma distância de 1 m do bordo de ataque e logo na saída da laminação. Determine a posição onde ocorre mínima taxa de variação da temperatura com o tempo a partir da aresta frontal. Considere que o ar está a 300 K. Discuta a hipótese de radiação desprezível.

- 4) Um cabo de alta tensão de 20 mm de diâmetro está sujeito a ventos cruzados de 10 m/s com ar a 20 °C. Pelo fio percorre uma corrente elétrica que, por efeito Joule, aquece o fio, deixando sua temperatura maior que a do ar ambiente. Sabe-se que a corrente elétrica é de 700 A e a resistência elétrica do cabo é  $2,636 \cdot 10^{-4} \Omega/\text{m}$ . Pede-se estimar a temperatura da superfície do fio do modo apresentado e com isolamento de 2mm e  $k = 0,15 \text{ W/m.K}$ .
- 5) Um banco de tubos de 30 mm de diâmetro, 1 m de comprimento e com temperatura da superfície mantida a 100 °C é utilizada para aquecer ar. O banco de tubos recebe ar a 27 °C e 7,5 m/s e tem arranjo alinhado com  $S_T = S_L = 60 \text{ mm}$ , 10 colunas de tubos e 7 tubos por coluna. Determine a temperatura do ar que deixa o banco de tubos.
- 6) Um termopar utilizado para medir a temperatura de produtos de combustão tem formato esférico com diâmetro de 1 mm. O termopar é inserida na câmara de gases a temperatura ambiente ( $T_a$ ) e os gases de combustão a  $T_\infty$ , escoando a uma velocidade de 5 m/s, entram em contato com a junta. Estime o tempo que levará para que a diferença de temperatura inicial ( $T_\infty - T_a$ ) caia 98% (ou seja, que a diferença entre a temperatura do termopar e dos gases seja de 2% em relação à inicial). O termopar tem as seguintes propriedades:  $k = 100 \text{ W/m.K}$ ,  $\rho = 8920 \text{ kg/m}^3$  e  $c_p = 385 \text{ J/kg.K}$ ; já para os gases de combustão,  $k = 0,05 \text{ W/m.K}$ ,  $\nu = 50 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  e  $Pr = 0,69$ . Se as paredes da câmara estiverem a 400 K e tiverem emissividade de 0,5, qual a temperatura que o termopar assume em regime permanente, julgando que os gases se encontram a 1000 K?
- 7) Um reator de gases de alta temperatura possui elementos combustíveis radioativos em formato esférico, nos quais há geração volumétrica de calor uniforme. Cada elemento esférico é revestido por uma casca esférica de grafite, que é resfriada por gás hélio a 1atm e 500 K, escoando a 20 m/s. O elemento combustível tem diâmetro de 10 mm e a casca de grafite tem espessura de 1 mm, sendo que sua superfície externa se encontra a 1300 K em regime estacionário. Tanto o elemento combustível quanto o grafite possuem condutividade térmica de 2 W/m.K. Pergunta-se:
  - a) Qual a taxa de transferência de calor para a corrente de gás hélio a partir de um único elemento?
  - b) Qual a taxa de geração de calor de uma partícula e qual a temperatura da interface grafite/combustível?
  - c) Desenvolva uma expressão para a temperatura da esfera em função da posição radial. Qual a temperatura no centro da esfera?
- 8) O uso de um sistema de armazenamento de energia térmica utilizando um leito poroso de rochas foi cogitado para aplicações de energia solar em um processo industrial. Um

sistema em particular envolve um recipiente cilíndrico com 2 m de altura e 1 m de diâmetro cujo interior contém rochas aproximadamente esféricas com 3 cm de diâmetro, 2300 kg/m<sup>3</sup> de densidade e 879 J/kg.K de calor específico e fração de vazios de 42 %. Ar atmosférico é fornecido ao leito com temperatura de 90 °C e vazão mássica de 1 kg/s. Se as rochas se encontram a 25 °C, qual a taxa de transferência de calor total do ar para o leito de rochas?

- 9) 0,02 kg/s de óleo de motor escoam por um duto de seção circular de 30 m de comprimento e 3 mm de diâmetro cuja superfície é mantida a 100 °C. O óleo entra no tubo a uma temperatura de 60 °C. Estime o coeficiente de película no interior do tubo e a temperatura de saída do óleo.
- 10) Freon (clorofluorcarboneto utilizado para refrigeração) e Teflon (politetrafluoretileno - ou PTFE - polímero utilizado em diversas aplicações devido às suas propriedades antiaderente e termoresistente) pertencem à mesma família de produtos químicos. Numa dada aplicação industrial Freon escoam por um tubo de teflon de diâmetro externo de 28 mm e diâmetro interno de 25 mm. O tubo está exposto a ar atmosférico (300K), que escoam normalmente sobre aquele com velocidade de 25 m/s. A vazão mássica de Freon é de 0,1 kg/s e este escoam a 240 K. Determine a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento do tubo.
- 11) Água a 290 K e 0,2 kg/s escoam através de um tubo de PTFE com raios interno e externo de 10 e 13 mm, respectivamente. Um fino aquecedor elétrico em forma de fita enrolada ao redor da superfície externa do tubo fornece um fluxo térmico uniforme de 2000 W/m<sup>2</sup> enquanto um coeficiente convectivo de 25 W/m<sup>2</sup>.K é mantido nesta superfície pelo escoamento do ar a 300 K. Pergunta-se:
- a) Qual a fração da potência dissipada pela fita é efetivamente transferida para a água?
- b) Qual a temperatura da superfície externa do tubo de teflon?
- c) Qual a velocidade média do ar que escoam pela superfície externa do tubo?
- 12) Um grupo de engenheiros foi selecionado para efetuar um estudo de viabilidade do projeto de um aquecedor de sangue para ser durante processos de transfusão. Esse trocador deve aquecer o sangue oriundo do banco de sangue de 10 °C até 37 °C a uma vazão de 200 ml/min. O sangue passa por um tubo de seção transversal retangular de 6,4 mm por 1,6 mm disposto entre duas placas mantidas a 40 °C. As superfícies do tubo de 6,4 mm estão encostadas nas placas. Foi pedido aos engenheiros que estimassem o comprimento necessário do tubo para que as condições desejadas sejam atingidas. Considere as propriedades do sangue iguais da água e escoamento plenamente desenvolvido.
- 13) Água entra numa região anular de um trocador de calor duplo-tubo de diâmetros de 100 mm e 25 mm. No tubo interno, vapor d'água saturado a 100 °C escoam, mantendo a temperatura da superfície constante neste valor. O tubo externo é isolado termicamente. Na região anular, água entra a 20 °C com vazão mássica de 0,02 kg/s. Quanto deve ser o

comprimento do tubo para que a água saia a 75 °C, julgando que há condições de escoamento plenamente desenvolvido? Qual é o fluxo de calor saindo do tubo interno na seção de saída do sistema?

- 14) Gasolina esco internamente nos tubos de um trocador de calor, sendo resfriada de 93 a 38 °C, por evaporação de pentano puro a 35 °C. Assuma que toda a resistência à transferência de calor é devida à gasolina (cujo escoamento é turbulento). Se a vazão de gasolina for dobrada, qual será a nova temperatura de saída desta? Qual a relação entre as cargas térmicas nas duas situações?
- 15) Refaça o exercício anterior, considerando-se o escoamento de um óleo viscoso em regime laminar.
- 16) Um leito de partículas é empregado para armazenar energia a partir de uma corrente de ar quente. O leito tem 2 m de profundidade e 1 m de diâmetro. As partículas são aproximadamente esféricas com diâmetro de 2 cm e a fração de vazios do leito é 0,44. Durante o processo de armazenamento de energia ar a 360 K e 1 atm é alimentado ao leito, com vazão de 0,8 kg/s. O leito inicialmente está a 300 K. As partículas têm as seguintes propriedades:  $k = 20 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ,  $C_p = 1000 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$  e  $\rho = 2500 \text{ kg}/\text{m}^3$ .
- O processo de transferência de calor é limitado pela condução na esfera ou pela convecção?
  - Qual a potência térmica transferida para o leito logo no início do processo?
  - Qual a capacidade máxima de armazenamento de energia do leito?
  - Como calcular o tempo para armazenar 90% da carga do leito?

condutividade térmica

## RESPOSTAS

Questão	Respostas
1	a) 34 °C / 800 W b) 28 °C / 692 W c) -9,8 °C / 100 kW
2	22,7 °C / 49 W
3	-1 K/s , -1,5 K/s e 1,9 m
4	46,6 °C e 66 °C
5	39 °C
6	6,8 s e 936 K
7	a) 92W b) $1,76 \cdot 10^8 \text{ W}/\text{m}^3$ e 1422K c) 1790 K
8	66 kW
9	222 W/m <sup>2</sup> .K e 91 °C
10	312 W/m
11	a) 90 % b) 308 K

	c) 1,43 m/s
12	1,8 m
13	19,7 m e 1575 W/m <sup>2</sup>
14	39,4 °C e 1,95
15	49,1 °C e 1,63
	a) Conv
16	b) 48 kW
	c) 132 MW

#### 4. SÍMBOLOS

Símbolo	Nome	Modificador	Unidade(SI)
$A$	Área	s – superficial	m <sup>2</sup>
		t – da seção transversal	
$A_1, A_2, S_T, S_L, N_c$	Parâmetros de arranjo de tubos	-	-
$c_p$	Calor específico à pressão constante	-	J/kg.K
$C, m, n, p, a, b$	Parâmetros das correlações	-	-
$D, d$	Diâmetro	h - hidráulico	m
$f$	Coefficiente de atrito	-	Adim.
$G_z$	Número de Graetz	x - local	Adim.
		L, D - médio	
$h$	Coefficiente convectivo de troca térmica	L, D – médio	W/m <sup>2</sup> .K
$k$	Condutividade térmica	-	W/m.K
$L$	Comprimento	-	m
$\dot{m}$	Vazão mássica	-	kg/s
$Nu$	Número de Nusselt	L, D - valor médio	Adim.
		x, $\theta$ - valor local	
		e - externo	
		i - interno	
$P$	Pressão	-	Pa
$p$	Perímetro	m - molhado	m
$Pr$	Número de Prandtl	$\infty$ - do “bulk” do fluido	Adim.
		s – da superfície	
$q''$	Fluxo de calor	s – da superfície	W/m <sup>2</sup>
		e - externo	
		i - interno	
$\dot{q}_v$	Produção volumétrica de calor	-	W/m <sup>3</sup>
$q$	Calor	conv – devido à convecção	W
$r$	Coordenada radial	-	m
$R$	Raio	-	m
$Re$	Número de Reynolds	L, D – valor médio	Adim.
		x – valor local	
$T$	Temperatura	B – média	K
		$\infty$ - do “bulk” do fluido	
		s – da superfície	
		f – do filme	
		e – de entrada	
		s – de saída	
$v$	Velocidade	B - média	m/s
		max - máxima	
		x – na direção x	
		$\infty$ – do “bulk” do fluido	



$x$	Posição	d,v–perfil de veloc. desenvolvido	m
		d,t – perfil de temp. desenvolvido	
$\alpha$	Difusividade térmica	-	$m^2/s$
$\Delta$	Variação	-	-
$\mu$	Viscosidade dinâmica	$\infty$ - do “bulk” do fluido	Pa.s
		s – da superfície	
$\rho$	Densidade volumétrica	-	$kg/m^3$

## 5. BIBLIOGRAFIA

INCROPERA, F.P et al. Fundamentos de Transferência de Calor e Massa – 6ª Edição – 2008 – LTC – Rio de Janeiro, Brasil.

ÇENGEL, Y.A., GHAJAR, A. F. – Transferência de calor e massa – 4ª edição - McGraw-Hill.