ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

PQI 3301– FENÔMENOS DE TRANSPORTE II

APOSTILA ⑥ – Transferência de Calor por Convecção: Introdução

Prof. José Luís de Paiva

Prof. Jorge A. W. Gut

Versão 2023

Conteúdo

Produção 2013: Caio Luca Joppert, bolsista do Programa de Estímulo ao Ensino de Graduação (PEEG) da Pró-Reitoria de Graduação da USP.

Revisão 2015: Yuri Nascimento Nariyoshi, bolsista do Programa de Aperfeiçoamento de Ensino (PAE) da CAPES.

1. EQUACIONAMENTO

1.1 Lei de Resfriamento de Newton

Como já explicitado anteriormente, a transferência de calor entre a superfície do sólido e o meio fluido pode ser tratada de forma simplificada através da Lei de Resfriamento de Newton, que considera como proporcionais o fluxo de calor na superfície do sólido e a diferença entre a temperatura da superfície e a temperatura do fluido em um ponto afastado do sólido (***Figura 1***):

$$q''_{conv} = h.\Delta T$$

$$q_{conv} = h.A_S.\Delta T$$

em que $\Delta T = (T_S - T_\infty)$ para um sólido quente ou $\Delta T = (T_\infty - T_S)$ para um sólido frio, sendo T_S a temperatura média da superfície e T_∞ a temperatura média do fluido afastado do sólido.

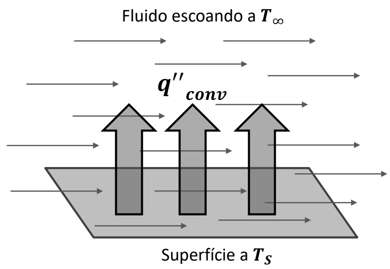

Figura 1: Esquema da Lei de resfriamento de Newton.

O coeficiente de convecção h [W/(K m²)] muitas vezes determinado experimentalmente e depende de diversos fatores como: natureza do fluido, velocidade de escoamento e geometria da superfície. A Lei de Resfriamento de Newton é prática para quando o valor do coeficiente de película – de convecção - é conhecido, mas se este parâmetro deve ser determinado, é necessário recorrer a correlações semi-empíricas apropriadas. Antes de abordar tais correlações, é necessário deixar clara algumas faixas de valores destes coeficientes.

O estado físico do fluido influencia grandemente no valor do coeficiente de troca por convecção: gases geralmente resultam em coeficiente de películas baixos, enquanto que líquidos apresentam coeficientes de convecção mais elevados. O valor do coeficiente ainda depende da natureza do escoamento, que pode ser natural (devido a diferenças de densidades), forçada (por meio de equipamentos, como bomba e compressores ou por ventiladores) ou com mudança de fase (condensação e ebulição). A ***Tabela 1*** mostra faixas típicas de coeficiente de convecção . A ***Tabela 2*** mostra valores típicos para água transferindo calor no estado vapor, na condensação ou ebulição e transferindo calor no estado líquido.

Tabela 1: Faixas típicas de coeficiente de convecção para várias situações. (Fonte:Incropera, 6ª edição)

Processo	Estado físico	Faixa típica de h [W/(m² K)]
Convecção natural	Gasoso	2 a 25
	Líquido	50 a 1000
Convecção forçada	Gasoso	25 a 250
	Líquido	100 a 20000
Convecção com mudança de fase	Em ebulição ou condensação	2500 a 100000

Tabela 2: Valores típicos médios de convecção (ou de película) para água e vapor d'água. (Adaptado de Douglas, 1988)

Processo	**Fluido**	**Valor típico médio de h (W/m².K)**
Convecção forçada, sem mudança de fase	Água líquida	2000
	Vapor d'agua	100
Convecção com mudança de fase (condensação de vapor)	-	5000

1.2 Balanços microscópicos

Todo problema de transferência de calor por convecção envolve a resolução das equações de balanço microscópico de massa, de quantidade de movimento e de energia térmica, simultaneamente:

- Balanço microscópico de massa (equação de continuidade):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div\ \rho\vec{v} = 0$$

- Balanço microscópico de quantidade de movimento (equação de Navier-Stokes) para fluidos Newtonianos e incompressíveis:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v}.grad\vec{v} - \nu \text{ lap } \ \vec{v} - \vec{g} + \frac{\overrightarrow{\text{grad}P}}{\rho} = 0$$

- Balanço microscópico de energia térmica

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v}.\text{grad } T - \alpha\ lapT - \frac{\dot{q}_V}{\rho c_P} = 0$$

Lembrando que:

- $\alpha = k/\rho c_P$ e $\nu = \mu/\rho$ são as difusividades térmica e de quantidade de movimento (viscosidade cinemática), respectivamente.

Exemplo de aplicação: Escoamento Couette (escoamento de uma fina camada de óleo lubrificante que está entre um eixo que gira e um mancal ou um rolamento). As interfaces do óleo são mantidas a temperaturas constantes T_0 e T_L; A espessura da camada de óleo é L, que é muito menor do que o diâmetro do eixo ($D = 2R$), pode-se aproximar a situação àquela do escoamento desenvolvido de um fluido incompressível entre uma placa plana e uma placa móvel (***Figura 2***). Devido ao atrito no óleo tem-se a dissipação viscosa. O volume de controle é a camada de óleo entre o eixo e o rolamento.

Pelos balanços microscópicos:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v}.\overrightarrow{\nabla \vec{v}} - \nu\, \nabla^2 \vec{v} - \vec{g} + \frac{\overrightarrow{\nabla P}}{\rho} = 0$$

0 (regime permanente) 0 (balanço em x e y) 0 (simetria em x)

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v}.\overrightarrow{\nabla T} - \alpha\, \nabla^2 T - \frac{\dot{q}_V}{\rho c_P} = 0$$

0 (regime permanente)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla.\rho v = 0$$

0 (regime permanente)

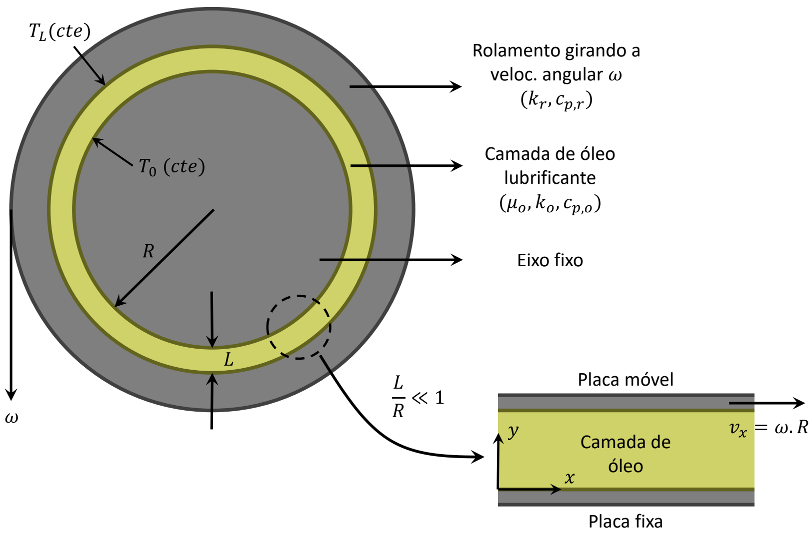

Figura 2: *Escoamento de Couette de uma camada de óleo sobre um mancal fixo.*

De modo que se tem o seguinte conjunto de equações diferenciais a serem resolvidas:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0$$

$$v_x.\frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y.\frac{\partial v_x}{\partial y} = \nu.\left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}\right)$$

$$v_x.\frac{\partial T}{\partial x} + v_y.\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha.\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) + \frac{\dot{q}_V}{\rho c_P}$$

No caso do escoamento desenvolvido o fluido não se move na direção y, ($v_y = 0$) de modo que $\partial v_y/\partial y = 0$. Ainda, há simetria no eixo x quanto ao perfil de temperaturas (o gradiente de temperatura será na direção y), de modo que $\partial T/\partial x = 0$. Assim, as equações se simplificam a:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\dot{q}_V}{k} = 0$$

$$\therefore v_x(y) = C_1.y + C_2$$

$$\therefore T(y) = -\frac{\dot{q}_V}{2k} \cdot y^2 + C_3.y + C_4$$

Agora, é necessário estabelecer as condições de contorno de cada equação:

- Para o balanço de quantidade de movimento, as condições de contorno são: em $y = 0$ (placa fixa), $v_x = 0$; em $y = L$ (placa móvel), $v_x = \omega.R$

- Para o balanço de energia térmica, as condições de contorno são: em $y = 0$ (placa fixa), $T = T_0$; em $y = L$ (placa móvel), $T = T_L$

$$v_x(0) = 0 = C_2$$
$$v_x(L) = \omega.R = C_1.L \Rightarrow C_1 = \frac{\omega.R}{L}$$
$$T(0) = T_0 = C_4$$
$$T(L) = T_L = -\frac{\dot{q}_V}{2k}\cdot L^2 + C_3.L + T_0 \Rightarrow C_3 = \frac{(T_L - T_0)}{L} + \frac{\dot{q}_V}{k}\cdot L$$
$$\therefore v_x(y) = \frac{\omega R}{L}\cdot y$$
$$\therefore T(y) = T_0 + \frac{\dot{q}_V}{2k}(y.L - y^2) + \frac{(T_L - T_0)}{L}\cdot y$$

Ainda, a dissipação viscosa pode ser calculada no caso laminar e para fluido newtoniano. Sendo no caso expressa por:

$$\dot{q}_V = \mu\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}\right)^2 = \mu\left(\frac{\omega R}{L}\right)^2$$

Substituindo-se no perfil de temperatura, tem-se:

$$T(y) = T_0 + \frac{\mu.(\omega R)^2}{2k}\cdot\left(\frac{y}{L} - \left(\frac{y}{L}\right)^2\right) + \frac{(T_L - T_0)}{L}\cdot y$$

$$\therefore \frac{T(y) - T_0}{T_L - T_0} = \frac{\mu.(\omega R)^2}{2k.(T_L - T_0)}\cdot\left(\frac{y}{L} - \left(\frac{y}{L}\right)^2\right) + \frac{y}{L}$$

A equação do perfil de temperatura pode ser adimensionalizada. O parâmetro adimensional $\mu.(\omega R)^2/2k.(T_L - T_0)$ é conhecido como número de Brinkmann (Bk). Se θ^* for a diferença de temperatura adimensional e y^* a posição adimensional no VC, o perfil de temperatura se resume a:

$$\theta^*(y^*) = -Bk.{y^*}^2 + (1 - Bk).y^*$$

Na ***Figura 3*** estão mostrados esquematicamente os perfis de temperatura e de velocidades no VC, em função do número de Brinkmann.

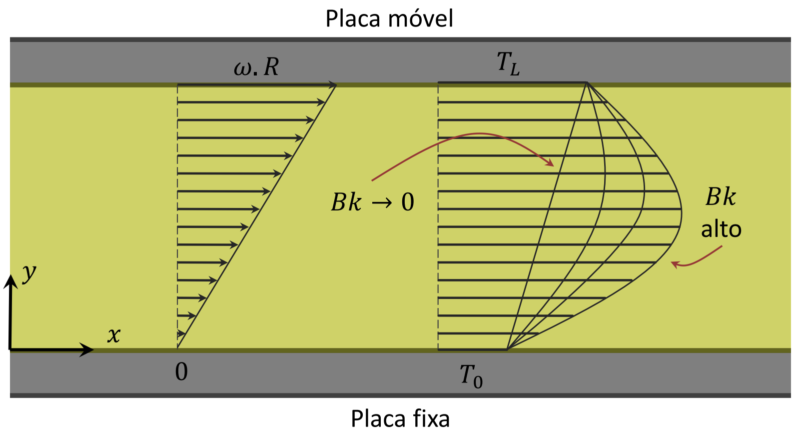

Figura 3*: Perfis de velocidade e temperatura no escoamento de Couette.*

Alguns pontos interessantes a serem mencionados:

- O fato de o escoamento ser perpendicular ao perfil de temperaturas (o fluido escoa na direção x, enquanto o calor difunde na direção y) faz com que o termo convectivo no balanço microscópico de energia térmica seja nulo.
- Assim como se define uma velocidade média de escoamento (v_b), também se define uma temperatura média do fluido (T_b), que leva em consideração a velocidade de escoamento e a temperatura em cada ponto do perfil (o subscrito "b" indica "bulk"):

$$v_b = \frac{1}{\dot{m}} \int \rho \vec{v}.d\vec{A}$$

$$T_b = \frac{1}{\dot{m}\,\overline{C_p}} \int C_p.\rho.T.\vec{v}.d\vec{A}$$

Adimensionais relacionados à convecção

Para encontrar os números adimensionais relacionados à troca de calor por convecção, é necessário realizar o balanço microscópico de energia térmica fazendo as seguintes adimensionalizações:

Velocidade adimensional	**Tempo adimensional**	**Posição adimensional**	**Diferença de temperaturas adimensional**
$\vec{v}^* = \frac{\vec{v}}{v_0}$	$t^* = \frac{t}{t_0}$	$\vec{r}^* = \frac{\vec{r}}{L}$	$\theta^* = \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty}$
$v_0 =$ maior velocidade das fronteiras do VC	$t_0 =$ tempo característico	$L =$ Tamanho característico do VC	$T_0, T_\infty =$ Temperatura nas fronteiras do VC

Então, adimensionalizando-se os termos dos balanços microscópicos, tem-se:

$$div\ (\vec{v}) = div\ (v_0.\vec{v}^*) = \left(\frac{\partial(v_0.\vec{v}^*)}{\partial(L.x^*)} + \frac{\partial(v_0.\vec{v}^*)}{\partial(L.y^*)} + \frac{\partial(v_0.\vec{v}^*)}{\partial(L.z^*)}\right) = \frac{v_0}{L} \cdot \left(\frac{\partial\vec{v}^*}{\partial x^*} + \frac{\partial\vec{v}^*}{\partial y^*} + \frac{\partial\vec{v}^*}{\partial z^*}\right)$$

$$\therefore div\ (\vec{v}) = \frac{v_0}{L} \cdot div^*(\overrightarrow{v\,*})$$

$$grad\ (T) = grad\ (\theta^*.(T_0 - T_\infty) + T_\infty) =$$

$$= \left(\frac{\partial(\theta^*.(T_0 - T_\infty) + T_\infty)}{\partial(L.x^*)} + \frac{\partial(\theta^*.(T_0 - T_\infty) + T_\infty)}{\partial(L.y^*)} + \frac{\partial(\theta^*.(T_0 - T_\infty) + T_\infty)}{\partial(L.z^*)}\right) =$$

$$= \frac{(T_0 - T_\infty)}{L} \cdot \left(\frac{\partial\theta^*}{\partial x^*} + \frac{\partial\theta^*}{\partial y^*} + \frac{\partial\theta^*}{\partial z^*}\right)$$

$$\therefore grad\ (T) = \frac{(T_0 - T_\infty)}{L} \cdot grad^*(\theta^*)$$

Rescrevendo-se o balanço microscópico de energia térmica em regime estacionário, tem-se:

$$\vec{v}.grad\ (T) - \alpha.div\ (grad\ (T)) = \frac{\dot{q}_V}{\rho c_P}$$

$$\frac{v_0.(T_0 - T_\infty)}{L} \cdot \vec{v}^*.grad^*(\theta^*) - \frac{\alpha.(T_0 - T_\infty)}{L^2} \cdot div^*\ (grad^*(\theta^*)) = \frac{\dot{q}_V}{\rho c_P}$$

Multiplicando ambos os lados por $L/v_0.(T_0 - T_\infty)$, vem:

$$\vec{v}^*.grad^*(\theta^*) - \frac{\alpha}{v_0.L} \cdot div^*\ (grad^*(\theta^*)) = \frac{\dot{q}_V.L}{\rho c_P v_0.(T_0 - T_\infty)}$$

O termo $\alpha/v_0.L$ é adimensional. Manipulando matematicamente este parâmetro, pode-se desmembrá-lo em dois outros números adimensionais:

$$\frac{\alpha}{v_0.L} = \frac{\alpha}{\nu} \cdot \frac{\nu}{v_0.L} = \frac{\alpha}{\nu} \cdot \frac{\mu}{\rho.v_0.L}$$

Por definição:

- $\rho.v_0.L/\mu$ é o número de Reynolds (Re);
- α/ν é o número de Prandlt (Pr);
- $Re.Pr = Pe$ é o número de Péclet

Na interface líquido-sólido,tem-se:

$$q'' = -k \cdot grad(T) = h.(T_0 - T_\infty)$$

$$-k \cdot \frac{(T_0 - T_\infty)}{L} \cdot grad^*(\theta^*) = h.(T_0 - T_\infty)$$

$$\therefore -grad^*(\theta^*) = \frac{h.L}{k}$$

Por definição, $h.L/k$ é o número de Nusselt (Nu). Cabe observar que este balanço é feito no VC, no fluido. Caso o mesmo balanço fosse feito no sólido, o resultado seria o mesmo, mas o número adimensional seria o número de Biot (Bi). Ainda, o valor de h neste caso é aquele encontrado na interface sólido/fluido. A ***Tabela 3*** resume os números adimensionais utilizados na transferência de calor por convecção:

Tabela 3: *Números adimensionais relacionados à convecção.*

Nome	Significado	Símbolo	Cálculo
Número de Reynolds	Relação entre as forças de inércia e as forças viscosas	Re	$\frac{v_0.L}{\nu} = \frac{\rho.v_0.L}{\mu}$
Número de Prandlt	Relação entre as difusividades de calor e de quantidade de movimento	Pr	$\frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu.c_p}{k}$
Número de Nusselt	Relação entre resistências por condução e convecção na interface fluido/sólido	Nu	$\frac{h.L}{k}$

Enquanto os números de Reynolds e de Nusselt dependem de fatores como escoamento e geometria, o número de Prandtl relaciona apenas parâmetros do fluido, dependendo essencialmente da temperatura. O comportamento segue aproximadamente as seguintes regras:

- Gases ideais monoatômicos tem-se: $Pr = c_p/\big(2{,}5.(c_p + R)\big)$. Como, para gases ideais monoatômicos, $c_p = 3R/2, Pr = 2/3$;

- Gases que desviam deste comportamento ideal têm valores de número de Prandtl ligeiramente maiores que 2/3, sendo mais distante deste valor quanto mais distante o comportamento;
- O *Pr* geralmente é maior em temperaturas muito baixas ou muito elevadas e apresenta um valor médio, mais ou menos constante, numa dada faixa de temperaturas;
- O *Pr* é consideravelmente maior para líquidos do que para gases, e a dependência da temperatura também é mais expressiva em líquidos do que em gases.

A ***Tabela 4*** apresenta valores típicos de número de Prandtl para dadas faixas de temperatura de gases. A ***Figura 4*** apresenta valores do número de Prandtl para alguns gases em função da temperatura.

Tabela 4: *Valores médios de Pr para diversos gases a 1 atm.*

Fluido	Faixa de validade (K)	Valor médio de Pr
Gás monoatômico ideal	-	2/3 = 0,67
Hélio	100 - 1000	0,675
Nitrogênio	300 - 800	0,70
Oxigênio	350 - 1300	0,73
Ar	250 - 1800	0,70
Vapor d'água	380 - 850	1,0
Dióxido de carbono	360 - 800	0,72

(Fonte: Incropera, 6ª edição; Prausnitz, 4ª edição)

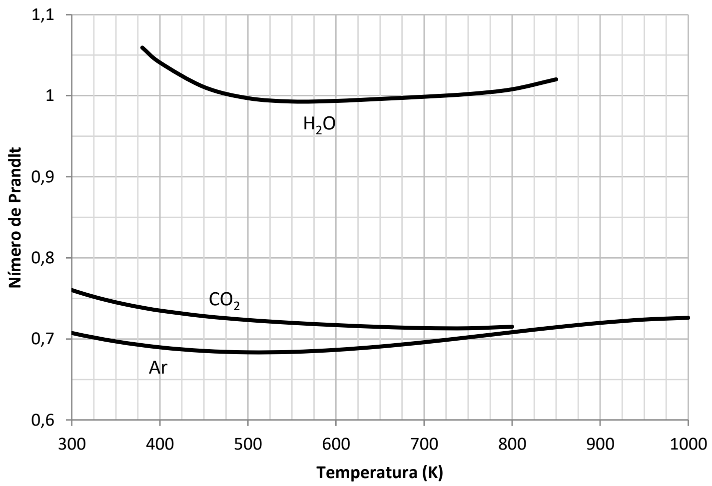

Figura 4: *Número de Prandtl para o ar, gás carbônico e vapor d'água a 1 atm.*

1.3 Camada limite térmica

Da mesma forma que o escoamento sobre uma placa plana causa a formação de uma camada limite de velocidades, também existe a formação de uma camada limite de temperaturas.

A critério de recordação de alguns conceitos, a ***Figura 5*** apresenta esquematicamente uma camada limite de velocidades para escoamento sobre uma placa plana. Dentre as hipóteses consideradas nesta análise, destacam-se: escoamento incompressível, bidimensional, propriedades constantes, regime permanente e dissipação viscosa desprezível. Alguns pontos a serem relembrados:

- A espessura da camada limite laminar é definida pela fronteira na qual $v_x/v_\infty = 0{,}99$;

- O número de Reynolds *local* é definido como o número de Reynolds utilizando a posição x como variável de comprimento: $Re_x = \rho . v_\infty . x/\mu$;
- A espessura da camada limite *em regime laminar* é dada por $\delta_L = 5x/{Re_x}^{0,5}$;
- O fator de atrito na camada laminar é dado por $f_L = \tau/(0{,}5.\rho . {v_{x,\infty}}^2)$, sendo que a tensão de cisalhamento τ é dada localmente pela Lei de Newton. Tomando a média integral ao longo da placa, o valor médio do fator de atrito é dado por $\bar{f}_L = 0{,}664.{Re_L}^{-0,5}$;
- Além da camada limite em regime laminar, existe a camada limite em regime turbulento. A transição entre as camadas ocorre num valor típico de número de Reynolds ($Re_{cr} = 5.10^5$). O fator de atrito médio, nas condições de regime turbulento, é dado por $\bar{f}_T = 0{,}0592.{Re_L}^{-0,2}$.

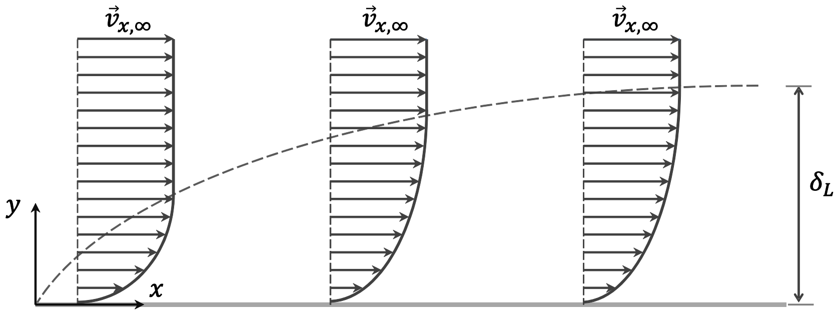

Figura 5: *Esquema do escoamento com formação de camada limite laminar.*

Considerandos-e os três balanços microscópicos em regime permanente, lembrando que a variação na direção y da velocidade e da temperatura é muito maior do que na direção x, tem-se:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0$$

$$v_x . \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y . \frac{\partial v_x}{\partial y} = \nu . \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}$$

$$v_x . \frac{\partial T}{\partial x} + v_y . \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha . \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

É interessante notar a similaridade entre os balanços de quantidade de movimento e de energia térmica. Esta semelhança significa que muitos resultados e modelos encontrados para a camada limite de velocidades podem ser estendidos para a camada limite de temperaturas. A **Figura 6** apresenta o esquema de uma camada limite de temperaturas com escoamento laminar numa superfície plana cuja temperatura é mantida constante em T_s.

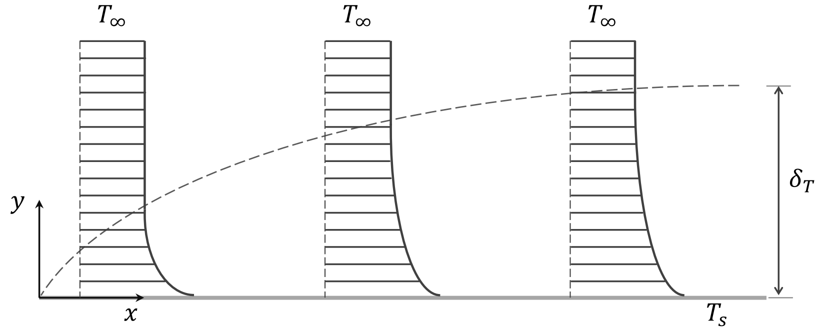

Figura 6: *Escoamento com formação de camada limite térmica.*

De maneira semelhante à camada limite de velocidades, a espessura é definida nos pontos onde $(T_s - T)/(T_s - T_\infty) = 0{,}99$ para escoamento laminar. Verifica-se que, se o número de Prandtl for próximo da unidade, as espessuras das camadas térmica e de velocidades são praticamente iguais, o que só é válido, portanto, para escoamento da maioria dos gases. No caso mais geral, tem-se:

$$\frac{\delta_L}{\delta_T} = Pr^{1/3}$$

O fluxo de calor na interface sólido/fluido é dado pela Lei de Fourier ($q'' = -k \cdot (\partial T/\partial y)_{y=0} = h.(T_s - T_\infty)$). É possível perceber que, onde a variação de temperatura é maior, o coeficiente de convecção também será maior, ou seja, o valor *local* de h é maior no começo da placa (assim como a tensão de cisalhamento local também segue a mesma tendência). Desta forma, de maneira análoga à definição de um coeficiente de atrito local e médio, também se define o número de Nusselt local ao longo da superfície, mas a definição do valor de h é relativamente complicada. No entanto, verifica-se que existem analogias no equacionamento da transferência de calor e de momento, que podem ser utilizadas para determinação do coeficiente de convecção.

1.4 Analogias

- <u>Analogia de Reynolds:</u> Considere um fluido escoando por um tubo ::

$$\frac{q''_{fluido \to parede}}{Transporte\ de\ entalpia_{\ paralelo\ ao\ tubo}} = \frac{\tau_{fluido \to parede}}{Transporte\ de\ Q.de\ movimento_{\ paralelo\ ao\ tubo}}$$

$$\frac{h.(T_s - T_\infty)}{\dot{m}.c_p.(T_s - T_\infty)} = \frac{0{,}5.f\rho v_\infty{}^2}{\dot{m}.v_\infty} \Rightarrow \frac{f}{2} = \frac{h}{\rho c_p v_\infty}$$

Rearranjando-se, tem-se: $\frac{f}{2} = \frac{\mu}{\rho v_\infty L} \cdot \frac{hL}{k} \cdot \frac{k}{\mu c_p} = \frac{Nu}{Re.Pr} = St$

Em que St é o número de Stanton. Esta analogia vale apenas para casos muito particulares, quando $Pr \approx 1$ (válido para a maioria dos gases). Uma forma mais comum da analogia de Reynolds é:

$$Nu = 0{,}5.f.Re.Pr$$

- <u>Analogia de Colburn:</u> é uma modificação da analogia de Reynolds, obtida semi-empiricamente e com intervalo de validade maior.

$$Nu = 0{,}5.f.Re.Pr^{1/3}$$

Para escoamento sobre uma superfície plana, tem-se:

$$Nu_x = \frac{h_x.x}{k} = 0{,}332.Re_x{}^{1/2}.Pr^{1/3}$$

(regime laminar)

$$Nu_x = \frac{h_x.x}{k} = 0{,}0296.Re_x{}^{4/5}.Pr^{1/3}$$

(regime turbulento)

Para encontrar uma correlação que resulte no valor médio de h (ou um valor médio de Nu), é preciso tomar uma média integral do valor de h ao longo do comprimento.

$$\bar{h} = \frac{1}{A}\int h_x.dA$$

$$\frac{\bar{h}L}{k} = \frac{1}{A}\int \frac{h_x L}{k} \cdot dA \Rightarrow Nu_L = \frac{1}{L}\int \frac{h_x Lx}{kx} \cdot dx \Rightarrow Nu_L = \int \frac{Nu_x}{x} dx$$

Para contemplar o escoamento laminar ($Re_x < 5.10^5$), tem-se:

$$Nu_L = 0{,}332.Pr^{1/3}\int_0^L \frac{(Re_x)^{0,5}}{x}\cdot dx = 0{,}332.Pr^{1/3}\left(\frac{\rho v_\infty}{\mu}\right)^{0,5}\cdot\int_0^L x^{-0,5}.dx$$

$$Nu_L = \frac{1}{L}\cdot 0{,}332.Pr^{1/3}\left(\frac{\rho v_\infty}{\mu}\right)^{0,5}\cdot\left(\frac{L^{0,5}}{0{,}5} - \frac{0}{0{,}5}\right)$$

$$\therefore Nu_L = \frac{\bar{h}.x}{k} = 0{,}664.{Re_L}^{1/2}.Pr^{1/3}$$

No caso do escoamento turbulento, devem-se contemplar os coeficientes de convecção das duas zonas:

$$\bar{h} = \frac{1}{A}\left(\int h_{x,L}.dA + \int h_{x,T}.dA\right)$$

$$Nu_L = Pr^{1/3}\left(0{,}332\int_0^{x_{cr}}\frac{(Re_x)^{0,5}}{x}\cdot dx + 0{,}0296\int_{x_{cr}}^{L}\frac{(Re_x)^{0,8}}{x}\cdot dx\right)$$

Considerando que $Re_{x_{cr}} = 5.10^5$, de maneira semelhante ao cálculo do Nusselt médio do escoamento laminar, chega-se em:

$$Nu_L = Pr^{1/3}\left(0{,}664.(5.10^5)^{0,5} + 0{,}037.\left({Re_L}^{0,8} - (5.10^5)^{0,8}\right)\right)$$

$$\therefore Nu_L = \left(0{,}037.{Re_L}^{4/5} - 871{,}32\right).Pr^{1/3}$$

A validade de ambas as correlações se dá em $0{,}6 < Pr < 50$ e com temperatura da superfície constante. Para o caso laminar, a correlação vale para $Re_x < 5.10^5$; para o caso turbulento, vale para $Re_x > 10^8$.

Para resumir o discutido até o momento, a ***Figura 7*** mostra esquematicamente o comportamento do valor local do coeficiente de película numa placa plana, que pode ser estendido para outras geometrias: no início da formação da camada limite, gradiente de temperaturas é alta, o que causa um valor de h_x elevado; esse valor decai ao longo da camada limite laminar de velocidades, dado que o gradiente de temperaturas também vai diminuindo; na transição ocorre um salto do valor de h_x devido à turbulência, fazendo com que o valor desse coeficiente suba até valores altos. Ao longo do escoamento na camada limite turbulenta o comportamento de decaimento do valor de h_x continua se observando, pelos mesmos motivos que na camada limite laminar.

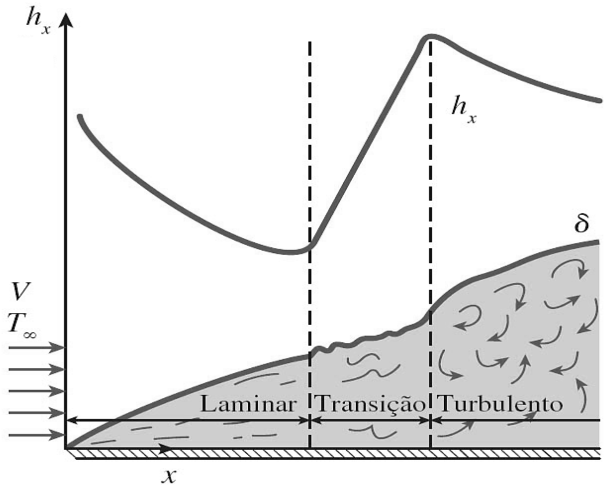

Figura 7: *Comportamento do coeficiente de película na formação da camada limite numa placa plana.*
(Adaptado de ÇENGEL & GHAJAR, 4ª edição)

2. EXERCÍCIOS

1) Considere um escoamento de Couette com dissipação viscosa entre duas placas planas. A placa inferior tem velocidade U = 5 m/s e está isolada termicamente na parte de baixo. A placa superior é fixa, tem espessura $L_s = 3$ mm, condutividade térmica k_s =1,5 W/m.K e sua face superior (que não está em contato com o fluido) é mantida a 40 °C. A camada de óleo entre as placas tem espessura $L_o = 5$ mm e as propriedades do óleo são: $k_o = 0{,}1454$ W/m.K e $\mu_o =$ 0,799 Pa.s.

   a) Esboce o perfil de temperaturas no volume de controle que engloba as duas placas. Onde a temperatura é máxima? Justifique.
   b) Desenvolva uma expressão para o perfil de temperaturas na camada de óleo.
   c) Determine o valor da máxima temperatura na camada de óleo.

2) Tem-se as seguintes correlações para os coeficientes de convecção no caso do escoamento sobre uma placa plana para regimes laminar e turbulento:

$$h_{x,lam} = C_l . x^{-0,5}$$
$$h_{x,turb} = C_t . x^{-0,2}$$

   Estas correlações se aplicam para escoamento de água sobre uma placa plana e os coeficientes C dependem apenas do tipo do regime de escoamento e da temperatura da água. Numa situação onde água escoa sobre uma placa plana de comprimento de 60 cm a 1 m/s. Sabendo que, para temperatura de 300 K, $C_l = 395$ e $C_t = 2330$ e que para temperatura de 350 K $C_l = 477$ e $C_t = 3600$, determine:

   a) A coordenada de transição entre regimes laminar e turbulento para as temperaturas dadas;
   b) Uma expressão para o coeficiente de película médio, englobando os regimes laminar e turbulento;
   c) O valor do coeficiente de película médio para cada temperatura;
   d) Esboce um perfil em escala de h_x ao longo da placa para asa duas temperaturas dadas, identificando claramente a transição entre os regimes.

3) A correlação $Nu_x = 0{,}04. Re_x^{0,9} Pr^{1/3}$ pode ser utilizada para determinar o coeficiente de película numa placa plana cuja superfície não é lisa e se o regime de escoamento é laminar. Com a correlação dada, pede-se a razão entre o coeficiente de película local e o coeficiente de película médio ao longo da placa.

4) Para análise da importância da dissipação viscosa no caso da transferência de calor, dois números adimensionais são considerados: o número de Prandtl (*Pr*) do fluido e o número de Eckert (*Ec*) = $U^2/c_P\Delta T$. U é a velocidade característica e ΔT a diferença de temperatura característica. Se *Pr. Ec* << 1, os efeitos de dissipação viscosa podem ser desconsiderados. Considere o escoamento Couette para o qual uma placa se move com velocidade 10 m/s e uma diferença de temperatura de 20 ºC é mantida entre as placas. Considere para os fluidos uma temperatura média de 27 ºC. Analise a importância da dissipação viscosa para os seguintes fluidos, nas condições dadas: ar, água e óleo de motor. Analise a importância da dissipação viscosa no caso do ar, com a placa em velocidade sônica.

RESPOSTAS

Questão	Respostas
1	a) A máxima temperatura se dá na superfície da placa isolada b) $T(y) = -\frac{\mu}{2k_o}\frac{v^2}{L^2} \cdot y^2 + T_s \cdot \frac{\mu.v^2}{2k_o}\left(1 + 2\frac{k_o}{L_o}.\frac{L_s}{k_s}\right)$ c) 117 °C
2	a) 0,43 m (300k) e 0,19 m (350 K) b) $h_L = 1{,}667.\left(2C_l.x_{cr}^{0,5} + C_t.(-1{,}25.x_{cr}^{0,8} + 0{,}83\right)$ c) 1620 W/m².K (300 K) e 3710 W/m².K (350 K)
3	1,11
4	Pr.Ec = 0,003 (ar); 0,006 (água); 13,4 (óleo); 3,4 (sônica)

3. SÍMBOLOS

Símbolo	Nome	Modificador	Unidade(SI)
A	Área	s - superficial	m²
Bk	Número de Brinkmann	-	Adim.
C	Coeficiente de integração	-	-
c_p	Calor específico à pressão constante	-	J/kg.K
f	Coeficiente de atrito	$\bar{}$ – valor médio L – laminar T – turbulento	Adim.
g	Aceleração da gravidade	-	m/s²
H	Entalpia	-	J
h	Coeficiente convectivo de troca térmica	$\bar{}$ – valor médio L – laminar T – turbulento x – valor local	W/m².K
k	Condutividade térmica	-	J/m.K
L	Comprimento	-	m
$\dot{m}$	Vazão mássica	-	kg
Nu	Número de Nusselt	L - valor médio x – valor local	Adim.
P	Pressão	-	Pa
Pr	Número de Prandtl	-	Adim.
q''	Fluxo de calor	conv – devido à convecção	W/m²
$\dot{q}_v$	Dissipação térmica	-	J/m³
R	Raio	-	m
R	Constante dos gases	-	J/mol.K
Re	Número de Reynolds	cr – valor crítico L – valor médio x – valor local	Adim.
$\vec{r}$	Vetor posição	* - adimensional	m
St	Número de Stanton	-	Adim.
T	Temperatura	b – média ∞ - do “bulk” do fluido 0 – de referência	K

t	Tempo	* - adimensional	s
v	Velocidade	0 – de referência	m/s
		b - média	
		x – na direção x	
		y – na direção y	
		∞– do “bulk” do fluido	
		* - adimensional	
x,z,r	Posição	* - adimensional	m
		cr – valor crítico	
α	Difusividade térmica	-	m²/s
δ	Espessura da camada limite	L – de velocidades (laminar)	m
		T – de temperaturas	
Δ	Variação	-	-
θ	Diferença de temperatura adimesninalizada	* - adimensional	K
μ	Viscosidade dinâmica	-	Pa.s
ν	Difusividade de quant. de mov. (viscosidade cinemática)	-	m²/s
ρ	Densidade volumétrica	-	kg/m³
τ	Tensão de cisalhamento	-	Pa
ω	Velocidade de rotação	-	rad/s

4. BIBLIOGRAFIA

INCROPERA, F.P et al. Fundamentos de Transferência de Calor e Massa – 6ª Edição – 2008 – LTC – Rio de Janeiro, Brasil.

DOUGLAS, J. M. - *Conceptual Design of Chemical Process* –International edition - McGraw-Hill, 1988

PRAUSNITZ, J. M., REID, R. C., POLING, B. E. – *The Properties of Liquids and Gases* – 4ª edição – McGraw-Hill, 1987.

ÇENGEL, Y.A., GHAJAR, A. F. – Transferência de calor e massa – 4ª edição - McGraw-Hill.