

MAP 0313 - 2022 2º Semestre - IME USP
2ª Prova Substitutiva 2 - Parte II
IME-USP, aos 19 de dezembro de 2022.

Instruções:

- (i) As 2 questões desta parte da prova valem, cada uma, 3 pontos.
- (ii) As resoluções destas questões devem ser entregues, em um arquivo único no formato **pdf**, não codificado e não compactado na página da disciplina no e-disciplinas em espaço destinado para isso até as 17 horas e 17 minutos do dia 23/12/2022.
- (iii) Caso tenha problemas com o depósito do arquivo com a solução da prova no e-disciplinas, envie esse arquivo (pdf, sem compactação, senha ou outras nuances estranhas) em um e-mail para garc341@gmail.com com o “assunto” *segunda prova de MAP0313*.
- (iv) A prova é com consulta a textos, cadernos e similares, conversar e trocar ideias com o professor e com os colegas é permitido. Mas a redação da resolução das questões deve ser feita de modo *estritamente individual*. A não observância desta norma trará sérios problemas à nota da prova.

Questão 1 Uma tabela uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ foi tabelada e construiu-se com isso a tabela $(j, f(x_j))$, $0 \leq j \leq 10$. Sete desses onze pontos estão no gráfico de um polinômio $q(x)$ de grau 3. Discuta qual pode ser o grau do polinômio interpolador da tabela original. Justifique suas afirmações.

Questão 2 Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função de classe C^∞ e considere um natural $n \geq 1$.

- (a) Prove que se forem conhecidas as aproximações I_{T_k} de $I = \int_0^1 f(t)dt$ obtidas pelo método dos k -trapézios, para $k = 1, 2, \dots, 2n$, então é possível calcular as aproximações I_{S_m} de I dadas pelo método de m -Simpson, para todo $m \in \{1, \dots, n\}$, e que I_{S_m} depende apenas dos valores de I_{T_k} , para $k \leq 2m$.
- (b) Apresente um exemplo em que $|I - I_{T_1}| < |I - I_{S_1}|$.